
Ex-libris
Charles Atwood
Kofoid
BMC

HANDLEIDING

TOT DE

THEORETISCHE EN PRAKTISCHE ZEEVAARTKUNDE,

BENEVENS EENE BEKNOPTE VERHANDELING OVER DE

HYDROGRAPHIE,

DOOR

D. J. BROUWER,

Luitenant ter Zee der 1ste Klasse, belast met het onderwijs in de Stuurmanskunst, aan het Koninklijk Instituut voor de Marine te Willemsoord.

Met Platen en Kaarten.

TWEEDE DEEL.

NIEUWEDIEP,
J. C. DE BUISONJÉ.
1866.

Gedrukt bij G. J. Thieme, te Arnhem.

INHOUD VAN HET TWEEDE DEEL.

EERSTE HOOFDSTUK.

Hoogteverbetering.

TWEEDE HOOFDSTUK.

Tijdsbepaling.

DERDE HOOFDSTUK.

Breedtebepaling.

VIERDE HOOFDSTUK.

Tijdmeters.

VIJFDE HOOFDSTUK.

Lengtebepaling.

ZESDE HOOFDSTUK.

De miswijzing der kompassen.

ZEVENDE HOOFDSTUK.

Watergetijden.

ACHTSTE HOOFDSTUK.

Hydrographie.

EERSTE HOOFDSTUK.

HOOGTEVERBETERING.

I. ALGEMEENE OPMERKINGEN.

Bij de beschouwing van den parallaktischen driehoek, bladz. 141, Ie Deel, hebben wij met een enkel woord opgemerkt, dat de Breedte en de tijd van de waarnemingsplaats kunnen worden afgeleid uit het verband, dat er bestaat tusschen de coördinaten van een hemellicht met betrekking tot den hemel, en die met betrekking tot den horizon der bedoelde plaats.

Gewoonlijk wordt in de zeevaartkunde de hoogte van het hemellicht tot dat einde gebezigd. Die hoogte kan echter, zooals zij aan boord gemeten is, niet onmiddellijk worden aangewend, maar moet eerst eenige verbeteringen ondergaan, tot welk besluit wij door de navolgende overwegingen geleid worden.

1°. De waarnemer is meestal eenige voeten boven de aardoppervlakte verheven. Wanneer hij dus de hoogte van een hemellicht meet, dan bepaalt hij den hoek, dien de rigting der kim, of de raaklijn aan het oppervlak van de zee of van de aarde, en de rigting van het hemellicht in zijn oog vormen, terwijl hij de hoogte boven den schijnbaren horizon had behooren te bepalen. Men noemt de fout, die hierdoor in de meting begaan wordt, de kimduiking.

2°. De lichtstralen van het hemellicht volgen in den dampkring geene regte, maar gebogen lijnen. Zij treffen dus het oog des waarnemers volgens de raaklijn aan de kromme, die door het licht wordt beschreven, waarvan het gevolg moet zijn, dat de waarnemer het hemellicht in eene andere rigting ziet, dan waarin het zich werkelijk bevindt. Het verschil dier rigtingen draagt den naam van straalbuiging of refractie.

3°. Dewijl de coördinaten van het hemellicht in den zeemansalmanak gegeven zijn, ten opzigte van het middelpunt van de aarde, zoo moet ook de hoogte, die op haar oppervlak gemeten is, herleid worden tot hetgeen zij zou geweest zijn, bijaldien zij in het middelpunt was waargenomen. Deze verbetering heet verschilzigt of parallaxis.

4°. De bedoelde coördinaten gelden voor het middelpunt der hemellichten. Vertoont zich dus het hemellicht als eene schijf, dan kan men niet anders meten dan de hoogte van een zijner randen, en op die hoogte zal de halve middellijn moeten worden toegepast, om die van het middelpunt te erlangen.

Ten einde de verbetering, die de hoogte moet ondergaan, wel te verstaan, zullen wij de vier genoemde bijzonderheden ieder afzonderlijk beschouwen. Dewijl de kimduiking door de straalbuiging wordt aangedaan, zoo vangen wij onze beschouwing aan met de laatstgenoemde.

II. STRAALBUIGING OF REFRACTIE.

In de natuurkunde wordt geleerd, dat de lichtstraal bij den overgang van de eene middenstof in eene andere, die daarmede in natuurlijke eigenschappen of in digtheid verschilt, in het algemeen van rigting verandert, doch daarbij in het platte vlak blijft, dat men zich kan denken door den oorspronkelijken lichtstraal en door den normaal op de afscheiding der twee stoffen, in het punt, waar de lichtstraal deze treft.

Valt de straal PO, fig. 149, onder zekeren hoek op de afscheiding XX van de middenstoffen A en B, die wij ons van verschillende breekbaarheid voorstellen, dan vervolgt hij zijne oorspronkelijke rigting OP' niet, maar neemt eene rigting OQ aan. Treedt hij in eene digtere of meer breekbare stof, zoo als in de figuur is gesteld, dan buigt hij zich naar de loodlijn toe, doch omgekeerd van de loodlijn af, als de digtheid of breekbaarheid van A die van B overtreft.

Men noemt hoek SOP den invallings- en hoek $S'OQ$ den brekingshoek. Het verschil van deze hoeken of de hoek $P'OQ$ stelt het bedrag van de afwijking des lichtstraals voor, en draagt den naam van straalbreking of refractie.

Voor dezelfde aaneensluitende middenstoffen, bestaat er tusschen de sinussen van den invallings- en den brekingshoek, welke de grootte van den eerstgenoemden hoek ook moge zijn, eene standvastige betrekking, die door

$$\frac{\sin SOP}{\sin QOS'} = n$$

wordt uitgedrukt; n draagt den naam van brekingscoëfficient.

Uit deze formule leidt men af:

1°. dat de straalbuiging nul is, als de invallingshoek nul is, d. i. als de lichtstraal normaal valt op de afscheiding der twee stoffen;

2°. dat zij met den invallingshoek aangroeit, en de grootste waarde heeft, als deze 90° is.

De lichtstralen komen van de hemellichten tot ons door den dampkring, die de aarde omgeeft. Wij kunnen ons dien dampkring voorstellen, als gevormd door eene groote menigte concentrische luchtlagen, waarvan de digtheid en de temperatuur toenemen, naar gelang dat zij digter bij de aarde liggen. Treedt nu een lichtstraal uit de onbegrensde ledige ruimte in den dampkring, dan verandert hij van rigting. In elke volgende luchtlaag ontmoet de straal, van oogenblik tot oogenblik, eene stof van eene grootere breekbaarheid, dan de onmiddellijk voorafgaande, en ondervindt dus eene gedurige afwijking. Treft deze straal eindelijk ons oog, dan zien wij het hemellicht niet volgens de regte lijn, die het oog met het hemellicht vereenigt, maar volgens de rigting, die de straal had, op het oogenblik dat hij het oog trof. Door de voortdurend geleidelijke toeneming van digtheid der luchtlagen gaan de brekingen, die de straal heeft ondergaan, in eene buiging over, en men zal bijgevolg het hemellicht ontwaren volgens de raaklijn aan de kromme, die door den lichtstraal is doorloopen. De hoek, dien deze raaklijn met de ware rigting van het hemellicht maakt, heet de astronomische refractie.

Ook de lichtstralen, afkomstig van een voorwerp, dat binnen den dampkring is gelegen, kunnen, alvorens ons oog te bereiken, door luchtlagen van verschillende breekbaarheid gegaan zijn, en dat voorwerp kan mitsdien ook volgens de raaklijn aan eene kromme gezien worden. De hoek, dien in dit geval de ware en schijnbare rigtingen van het voorwerp met elkander maken, heet de aardsche refractie.

a. ASTRONOMISCHE REFRACTIE.

Onder de verschillende stralen, die van een lichtend punt S, fig. 150, uitgaan, ontmoet er een de uiterste grens van den dampkring in een punt a. Hij wordt, wegens de intrede in eene digtere stof, naar de loodlijn toe gebogen en treft de tweede laag in een punt b; nu wordt hij op nieuw gebogen, treft de derde laag in een punt c, en eindelijk langs de lijn dO het oog des waarnemers in O, die daardoor het lichtende punt in de rigting OS' zien zal. De hoek SOS' is de astronomische refractie.

Wij merken hierbij de volgende bijzonderheden op:

1°. De waarnemer ziet het punt S digter bij zijn geographisch zenith T, dan in de werkelijkheid het geval is. De hoogte der hemel-

lichten wordt dus altijd te groot gemeten en de refractie zal mitsdien immer van de gemeten hoogte moeten worden afgetrokken.

2°. Dewijl de gebrokene en de invallende lichtstraal met den normaal in hetzelfde platte vlak liggen, wordt het azimuth van een hemellicht door de refractie niet veranderd.

3°. De grootte van den hoek SOS' hangt af van den invallingshoek SaT'; de refractie is nul, als het hemellicht in het toppunt staat, wordt grooter naarmate het hemellicht kleiner hoogte heeft en verkrijgt de grootste waarde, als het in de kim staat.

4°. Het bedrag der refractie is voor alle hemellichten, onder dezelfde omstandigheden, gelijk.

De straalbuiging, die wij alzoo moeten kennen, om eene gemeten hoogte te verbeteren, wordt in elke verzameling van zeevaartkundige tafelen, in eene daartoe ingerigte tafel gevonden. Zonder ons te kunnen inlaten met de ontwikkeling der formule, volgens welke Tafel XXI berekend is, deelen wij alleen mede, dat de daarin opgegeven middelbare straalbuiging R, voor den gemiddelden toestand des dampkrings, aangewezen door eene barometerhoogte van 29,6 Eng. dm. en eene thermometerhoogte van 48°,75 FAHRENHEIT, volgens BESSEL wordt voorgesteld door de formule:

$$R = \alpha \operatorname{tang} Z$$

waarin Z de schijnbare topsafstand is en α een factor, die met den topsafstand verandert, zoodat men heeft:

voor $Z = 45°$ . . . . $\alpha = 57,'' 68$
„ $Z = 85°$ $\alpha = 51,'' 31$.

Zooals men ligtelijk zal inzien, verandert de grootte der refractie met den toestand des dampkrings. Immers zullen, bijaldien de druk grooter wordt, hetgeen uit een hoogeren stand des barometers blijkt, en de temperatuur afneemt, de digtheid en de breekbaarheid toenemen, en mitsdien de refractie grooter worden, terwijl zij in het omgekeerde geval zal afnemen.

Noemt men R' de ware straalbuiging, dan is volgens BESSEL

$$\log R' = \log \alpha + \log \operatorname{tang} Z + A\{\log B + \log T\} + \lambda \log \gamma,$$

in welke formule α de vroeger genoemde factor en Z de schijnbare topsafstand is, terwijl de overige factoren grootheden zijn, die van den stand des barometers en thermometers afhangen. Tafel XXI A—D bevat ter berekening van R' de noodige gegevens. Men zie voor het gebruik de verklaring dier tafel.

Tafel XIII, afgeleid uit bovenstaande formule voor een barometerstand van 30 Eng. dm. en eene thermometerhoogte van 50° FAHR., is meer in het bijzonder bestemd voor het gebruik aan boord. In verreweg de meeste gevallen der werkdadige zeevaartkunde zal zij voldoende zijn.

Mogt men verlangen de verandering van den toestand des dampkrings in rekening te brengen, dan vindt men daartoe in Tafel XIV A en B de verbeteringen met hare teekens, die op de getallen der vorige tafel moeten worden toegepast, om de ware straalbuiging te doen kennen. Voor het gebruik dier tafels, verwijzen wij naar de verklaring bladz. 340 e. v.

De onzekerheid, waarin men verkeert aangaande de wet, volgens welke de temperatuur in de verschillende luchtlagen verandert, is oorzaak, dat er omtrent het bedrag der refractie bij kleine hoogten iets twijfelachtigs bestaat, weshalve deze in den regel vermeden moeten worden.

b. AARDSCHE REFRACTIE.

Laat A en B, fig. 151, twee punten zijn, op verschillende hoogten boven de aardoppervlakte gelegen, dan zal de lichtstraal, die van A naar B gaat, of omgekeerd, luchtlagen ontmoeten van verschillende breekbaarheid en mitsdien eene kromme lijn beschrijven.

De waarnemer in A zal dus het punt B zien in eene rigting AB', die met de ware rigting AB een hoek $BAB' = r$ maakt. Op soortgelijke wijze ondergaat de ware rigting BA, uit B gezien, eene afwijking volgens BA', en de hoek $ABA' = r'$ zal de refractie voor het punt A zijn. Men noemt r en r' de aardsche refractiën. De refractiën r en r' zijn niet standvastig, uithoofde van den veranderlijken toestand der luchtlagen. De som dier grootheden kan bepaald worden door het meten van de wederkeerige zenithsafstanden der punten A en B.

Noemt men namelijk

hoek TAB' . . . . . N
„ $A'BT'$ . . . . . N'
„ AOB . . . . . φ

dan is

$$\text{hoek } TAB = N + r$$
$$\text{„ } ABT' = N' + r'.$$

Voorts is

$$\text{hoek } TAB = 180° - \text{hoek } OAB$$
$$\text{„ } ABT' = 180° - \text{„ } OBA$$
$$\text{hoek } TAB + \text{hoek } ABT' = 360° - (\text{hoek } OAB + \text{hoek } OBA)$$

of

$$N + r + N' + r' = 180° + \varphi$$

en dus

$$r + r' = 180° + \varphi - (N + N').$$

Is de afstand AB zoo klein, dat de kromme lijn, welke het licht doorloopt, als een cirkelboog kan beschouwd worden, dan zijn r en r' of

de hoeken, die de raaklijnen met de koorde AB maken, aan elkander gelijk, en worden gemeten door den halven middelpuntshoek van den boog AB. Daar echter in de toepassing de afstanden van A en B tot O bijna gelijk zijn, zoo is deze boog nagenoeg evenredig met den hoek φ. Bij gelijktijdige waarnemingen in A en B, zal men dus hebben:

$$r = r' = \beta \varphi$$

waarin β een factor is, die van den staat des dampkrings afhangt, en strikt genomen ook van het verschil in hoogte tusschen A en B. Bij gewone toepassingen verandert β echter zeer weinig met het genoemde hoogteverschil.

Substitueren wij de bovengevonden waarde voor $r + r'$ in de laatste uitdrukking, dan komt:

$$\beta = \frac{180^\circ + \varphi - (N + N')}{2\varphi}.$$

β draagt den naam van coëfficient der aardsche refractie.

Bij de opmetingen, verrigt in de jaren 1836 en 1837, door de Russische geleerden FUSS, SAWITSCH en SABLER, voor de bepaling van het verschil in hoogte tusschen de Kaspische en de Zwarte zee, zijn zeer belangrijke opmerkingen gemaakt, omtrent de schijnbare en ware onregelmatigheden van de aardsche straalbuiging. Uit het verslag van den sterrekundige W. STRUVE blijkt, dat de genoemde straalbuiging in het algemeen alleen dan eene middelbare waarde heeft, wanneer verwijderde voorwerpen, als de toppen van bergen, enz. in den kijker gezien, zich stil en rustig vertoonen. Schijnen deze voorwerpen zich daarentegen te bewegen of golvend te zijn, dan is de refractie grooter of kleiner dan de middelbare, en dat wel, bij gewone weersgesteldheid, naar gelang van den tijd van den dag.

Bij zonsopkomst begint eene positieve verstoring van de middelbare aardsche refractie, waarmede wij eene vergrooting bedoelen; de voorwerpen schijnen onrustig. Later op den dag vermindert dit, en er treedt een tijdperk van kalmte in, waarbij de refractie tot haar middelbaar bedrag terugkeert. Eenigen tijd daarna, doch nog in den voormiddag, begint eene verstoring in negatieven zin plaats te grijpen; de beelden zijn onrustig en de refractie is kleiner dan de middelbare. Dit duurt tot na den middag, wanneer weder een tijdperk van kalmte ontstaat, dat doorgaans meer volkomen is, dan het eerstbedoelde tijdperk. Deze namiddagskalmte der beelden wordt tegen den avond weder verstoord, even als des morgens in een positieven zin.

De tijdperken van kalmte hebben gewoonlijk plaats op 0,3 van den duur van den dag, des voor- en des namiddags; zoodat, als de dag b. v. 12^u duurt, zulks te $8\frac{1}{2}^u$ des morgens en te $3\frac{1}{2}^u$ des namiddags plaats vindt.

Bij dezen regelmatigen gang, openbaren zich echter ook dikwijls onregelmatigheden. Door een spoedigen overgang van een helderen hemel tot eene betrokken lucht, worden de beelden kalmer, en de algemeene gang vertraagt. Eene opklarende lucht daarentegen veroorzaakt eene negatieve verstoring. In dit laatste geval trad eene volkomen kalmte in, toen de zon bij eene betrokken lucht tweemalen doorbrak. Eene plotselinge regenbui veroorzaakte een omgekeerd verschijnsel; hierdoor kan een sprong ontstaan van eene negatieve tot eene positieve verstoring. Het kan zelfs gebeuren door eene regenbui, en meer nog door eene hagelbui, dat de negatieve verstoring in eene positieve overgaat, en daarna gevolgd wordt, als de zon weder doorkomt, door eene tweede negatieve verstoring, waarna eerst de regelmatige gang weder intreedt.

De voornaamste oorzaak van deze verschijnselen schijnt te liggen in eene ongelijke en veranderlijke verdeeling der warmte in de verschillende luchtlagen, en het is duidelijk, dat de verwarming en afkoeling van den grond, waarop de lucht rust, van merkbaren invloed moet zijn. Het is hierom zeer twijfelachtig, of de beschreven gemiddelde gang der verstoringen ook op zee plaats heeft; doch wij kunnen toch daaruit dit algemeene besluit opmaken, dat de rustigheid der beelden en de zuiverheid, waarmede zij zich vertoonen, aanwijzingen zijn van eene middelbare waarde der aardsche refractie, terwijl een sterk golven der voorwerpen daarentegen eene aanwijzing is van eene verstoring in positieven of negatieven zin.

Voor waarnemingen op zee zijn deze aanwijzingen mede zeer gewigtig, omdat de hoogten der hemellichten boven de kim worden gemeten en de kim een aardsch voorwerp is, dat door de aardsche refractie hooger of lager zal schijnen te staan. Gunstige omstandigheden, voor het meten van hoogten op zee, zijn dus ook die, waarbij de kim zich scherp en bovenal niet golvend vertoont.

De grootste zoo positieve als negatieve afwijking van de middelbare waarde der aardsche refractie, bij zeer onrustige beelden, bedroeg in het Kaukasisch gebergte, volgens de berekeningen van W. STRUVE, $\pm$ 39″.

Wat de middelbare refractie betreft, die bij kalmen toestand der beelden plaats had, hiervoor vond STRUVE de volgende uitdrukking:

$$r = \beta' \varphi$$

waardoor r in secunden wordt verkregen, als φ in secunden is uitgedrukt.

In deze formule is

φ de hoek aan het middelpunt O, fig. 151;

β' een coëfficient, veranderlijk met de standen van barometer en thermometer en ook voor een klein deel afhankelijk van de gemiddelde hoogte van den straal tusschen de punten A en B boven de aardoppervlakte.

Noemt men verder

B de barometerhoogte in strepen,
t de thermometerhoogte naar de schaal van CELSIUS,
A de halve som der hoogten van A en B uitgedrukt in ellen,

dan is

$$\beta' = \left(0{,}084011 + \frac{0{,}15065}{A}\right)\frac{B}{760} \cdot (1{,}011838)^{(10-t)}$$

Deze formule is opgemaakt voor hoogten A van 5 tot 2500 ellen. Voor kleinere hoogten is het onzeker of deze wet nog doorgaat; voor $A = 0$ zou de formule onbruikbaar worden.

Verrigt men metingen aan den wal, waarbij de naauwkeurige kennis van het bedrag der aardsche refractie vereischt wordt, dan is het zaak haar door de vroeger genoemde wederkeerige zenithsafstanden te bepalen en de aldus verkregen waarde te gebruiken, voor de op dat oogenblik verrigte meting.

De straalbuiging veroorzaakt nog eenige verschijnselen, als: de schemering, de opdoeming, luchtspiegelingen, enz. De schemering hebben wij reeds vroeger leeren kennen, zoodat eene nadere behandeling daarvan wel overbodig zal zijn. Omtrent de andere verschijnselen merken wij aan, dat zij gevolgen zijn van eene onregelmatige straalbuiging door eene zeer ongelijkmatige verwarming der luchtlagen of door de tegenwoordigheid van daarin zwevende ijsdeeltjes als anderzins. Het spreekt van zelf, dat het meten van hoogten, indien zij naauwkeurig moeten zijn, onder zulke omstandigheden moet worden nagelaten, dewijl het bedrag der refractie dan aan geene wet gebonden is en derhalve door geene tafel kan worden aangegeven.

De invloed der straalbuiging op de zigtbare schijven der hemelligchamen wordt afzonderlijk bij de halve middellijnen behandeld.

III. KIMDUIKING.

a. WARE KIMDUIKING.

Zij A, fig. 152, het oog van een waarnemer, waarvan de hoogte boven water $AB = h$ is en AC eene raaklijn, uit A aan het aardoppervlak getrokken. Trekt men voorts AH' evenwijdig aan BH, den schijnbaren horizon van B, en AS evenwijdig aan BS, dan kan wegens het geringe bedrag van AB, zonder eenige bedenking, AH' als de schijnbare horizon en AS als de rigting van eenig hemellicht S aangemerkt worden. De hoogte van dit hemellicht boven den schijnbaren horizon zal dan door SAH', die boven de kim door $SAC = SAH' + H'AC$ worden voorgesteld.

De hoek $H'AC$, zijnde het verschil tusschen den laatstgenoemden en den eerstgenoemden, draagt den naam van ware kimduiking, en behoort van de gemeten hoogte te worden afgetrokken.

Vereenigt men het aanrakingspunt E met het middelpunt van de aarde O door den straal $OE = r$, en noemt men hoek $H'AC$ = hoek AOE k, dan is in den regthoekigen driehoek AOE:

$$\text{tang}\, k = \frac{AE}{OE} = \frac{\sqrt{\{(r+h)^2 - r^2\}}}{r}$$
$$= \frac{\sqrt{(2\,hr + h^2)}}{r} = \sqrt{\frac{2\,h}{r}}$$

dewijl h^2 ten opzigte van $2hr$ verwaarloosd mag worden.

Neemt men voorts in aanmerking, dat k klein is en mitsdien de boog evenredig aan den tangens mag gesteld worden, dan gaat bovenstaande formule over in:

$$k = \frac{1}{\text{tang}\, 1''} \sqrt{\frac{2\,h}{r}}$$

waarin k is uitgedrukt in secunden, en h en r in dezelfde lengtemaat behooren te zijn gegeven.

b. SCHIJNBARE KIMDUIKING.

De kimduiking, die wij volgens bovenstaande formule zouden vinden, kan niet regtstreeks ter verbetering van de gemeten hoogte worden aangewend. De lichtstraal AE zal namelijk, naar aanleiding van hetgeen wij vroeger bij de aardsche refractie opmerkten, geene regte maar eene gebogen lijn zijn, en de afscheiding van lucht en water, die wij de kim noemen, zal gelegen zijn in de raaklijn AC aan de kromme, die de lichtstraal, afkomstig van eenig punt D, fig. 153, naar het oogpunt A heeft doorloopen.

Beschouwen wij den weg, dien het licht in de figuur heeft doorloopen, als een cirkelboog, die de aarde in D aanraakt, dan kan het middelpunt van dien boog in m, onder A, fig. 153, of in m, boven A, fig. 154, gelegen zijn, naar gelang dat de holle of de bolle zijde van den boog naar de aarde gekeerd is.

Zij

$Am = mD = R$ de straal van den bedoelden boog,
$ME = MD = r$ „ „ „ de aarde,
$AE = h$ „ hoogte van het oog,

dan is in den driehoek AMm:

$$AM = r + h$$
$$Am = R$$
$$Mm = R \mp r.$$

Trekken wij AB regthoekig op AM en AC regthoekig op Am, dan is

in fig. 153, hoek $BAC =$ schijnbare kimduiking $= k' =$ hoek $m\,AM$
en in fig. 154, hoek $BAC =$ „ „ $=$ „ $= (180^\circ - MA\,m)$.

In fig. 153 hebben wij,

$$m\,M^2 = AM^2 + A\,m^2 - 2\,AM \times A\,m \cos k'$$

of

$$(R - r)^2 = (r + h)^2 + R^2 - 2\,(r + h)\,R \cos k'$$
$$= (R - r - h)^2 + 4\,(r + h)\,R \sin^2 \tfrac{1}{2} k'$$
$$4\,(r + h)\,R \sin^2 \tfrac{1}{2} k' = (R - r)^2 - (R - r - h)^2 = 2h\,(R - r - \tfrac{1}{2} h)$$
$$4 \sin^2 \tfrac{1}{2} k' = \frac{2h}{r + h} \cdot \frac{R - r - \tfrac{1}{2} h}{R}$$
$$= \frac{2h}{r}\left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

dewijl h ten opzigte van r verwaarloosd mag worden.

Wij vinden dus:

(I) . . . . $2 \sin \tfrac{1}{2} k' = \sqrt{\left\{\left(1 - \frac{r}{R}\right)\frac{2h}{r}\right\}}.$

Op soortgelijke wijze vindt men uit fig. 154:

(II) . . . . $2 \sin \tfrac{1}{2} k' = \sqrt{\left\{\left(1 + \frac{r}{R}\right)\frac{2h}{r}\right\}}.$

Zooals ook uit (I) volgt, indien men in aanmerking neemt, dat R negatief is geworden, gaande door oneindig.

Stelt men $\frac{r}{R} = 2\,\beta$, dan komt

$$2 \sin \tfrac{1}{2} k' = \sqrt{\left\{(1 - 2\,\beta)\,\frac{2h}{r}\right\}}$$

en

$$k' = \frac{(1 - \beta)}{\sin 1''} \sqrt{\frac{2h}{r}}.$$

Neemt men verder

$\beta = 0{,}08$
$r = 20285700$ Rijnl. voeten voor de lengte van den gemiddelden aardstraal,

dan vindt men:

$$k' = 59'',6 \sqrt{h}$$

naar welke formule Tafel X berekend is.

Met voordacht is hierbij van den Rijnlandschen voet als lengtemaat gebruik gemaakt, dewijl men de formule voor de schijnbare kimduiking gemakkelijk onder bovenstaanden vorm in het geheugen kan houden. Neemt men namelijk in aanmerking dat 59",6 ongeveer 1' is, dan is de kimduiking in minuten, gelijk aan den vierkantswortel uit de hoogte van het oog boven water in Rijnl. voeten.

Dewijl in het algemeen β positief, nul of negatief genomen moet worden, naar gelang dat de boog door den lichtstraal doorloopen, opwaarts gekromd, eene regte lijn, of nederwaarts gekromd is, zoo kan Tafel X, die alleen voor eene positieve waarde van β berekend is, niet naauwkeurig geacht worden. Dit zal te meer in het oog vallen, als men bedenkt, dat de lichtstraal in het onderhavige geval langs de oppervlakte van de zee heenstrijkt en dien ten gevolge aan de grootste afwijkingen is blootgesteld, waardoor de waarde van β zeer veel van de aangenomene kan verschillen.

Door de bijzondere inrigting van de patent-reflexiewerktuigen van PISTOR en MARTINS, is men in staat, zooals wij vroeger opmerkten, om de kimduiking regtstreeks te meten, en de naauwkeurigheid der hoogteverbetering zal dus zeer bevorderd worden, wanneer men, in plaats van de kimduiking aan Tafel X te ontleenen, haar op het oogenblik der hoogtewaarneming zelf bepaalt en deze voor de hoogteverbetering aanwendt. Eene onzekerheid blijft echter nog overig, namelijk of de aardsche refractie voor de beide diametraal tegenover elkander gelegen punten der kim hetzelfde bedrag heeft.

Volgens STRUVE toch is meermalen eene verstoring der beelden aan de eene zijde, doch een rustige toestand der beelden aan den tegenovergestelden kant waargenomen, en ofschoon de aanleiding tot deze afwijkingen in den oceaan hoogst waarschijnlijk minder voorkomt, dan bij de waarnemingen van STRUVE, zoo is het toch raadzaam de bepaling der kimduiking op verschillende punten van de kim te bewerkstelligen, ten einde zich dienaangaande te vergewissen. Vindt men in dat geval geene te zeer uiteenloopende waarden, dan zal men door het gemiddelde der resultaten te nemen, de waarheid vrij nabij komen. Niet alleen voor het dadelijk gebruik, maar ook voor de bevordering der wetenschap, is de gedurige waarneming der kimduiking zeer aan te bevelen, en wij raden dus ieder aan, die zich in het bezit van de reflexiewerktuigen van PISTOR en MARTINS gesteld ziet, om het bedoelde onderzoek niet te verwaarloozen. Alleen talrijke waarnemingen toch zullen ons in staat kunnen stellen om de wet op te sporen, die de refractie der kim volgt, en bij een toekomstig theoretisch onderzoek dienaangaande, zullen zij goede diensten kunnen bewijzen.

In onderstaande tabel deelen wij de resultaten mede, door ons afgeleid uit eenige waarnemingen aangaande de kimduiking, gedurende den zomerkruistogt met de adelborsten van het Koninklijk Instituut voor de Marine in de Zuiderzee, in de jaren 1858 en 1859. Slechts enkele malen mogt het mij gelukken eene geheel vrije, d. i. eene niet door land belemmerde kim te hebben, en ik heb dus niet altijd kunnen onderzoeken, of de aardsche refractie in alle rigtingen hetzelfde bedrag had. Bij de enkele onderzoekingen daaromtrent in het werk gesteld, zijn door

mij geene afwijkingen bespeurd. De omstandigheden bragten nog mede, dat er geen geregeld onderzoek kon worden ingesteld naar de verandering, die de kimduiking met de uren van den dag onderging, en wanneer wij dus de onderstaande waarnemingen hier opgegeven, geschiedt zulks alleen om te doen zien, tot welke groote fouten het gebruik van Tafel X aanleiding kan geven. De omstandigheden zijn in de Zuiderzee gunstig om groote afwijkingen te verkrijgen. In den oceaan zijn dergelijke krachtige afwijkingen minder waarschijnlijk.

Datum.	Tijd van den dag.	Geogr. Breedte.	Stand Barom.	Temperatuur. lucht.	Temperatuur. zee.	Hoogte van het oog.	Gemeten kimd.	Ware kimd.	Verschil.	Kimd. uit de tafel.
1858 Julij		Ongeveer	Strepen.	Celsius.		N. El.				
8	10u V.M.	52°30′	772,5	16,7	15,1	2,6	4′ 30″	3′ 6″	+1′ 24″	2′ 52″
12	11 V.M.	»	764,5	17,6	16,0	»	2 37	»	—0 29	»
»	1¾ N.M.	»	763,7	18,2	16,8	»	2 15	»	—0 51	»
»	8 N.M.	»	762,8	16,7	16,5	»	2 15	»	—0 51	»
13	7 V.M.	»	762,3	18,0	17,1	»	3 20	»	+0 14	»
»	11 V.M.	»	762,1	18,5	18,2	»	3 36	»	+0 30	»
»	2 N.M.	»	761,7	19,4	18,8	3,0	2 40	3 20	—0 40	3 4
17	7½ N.M.	»	762,7	19,4	18,8	2,6	4 27	3 6	+1 21	2 52
18	6¼ V.M.	»	761,8	18,1	19,0	»	4 7	»	+1 1	»
25	7½ V.M.	»	757.1	17,6	18,0	»	4 35	»	+1 29	»
»	4 N.M.	»	758,5	17,6	17,7	»	3 35	»	+0 29	»
28	7½ V.M.	»	759,5	14,4	15,9	»	4 7	»	+1 1	»
31	8 N.M.	»	764,7	16,2	16,8	»	3 50	»	+0 44	»
Aug.										
2	7 V.M.	»	762,0	17,6	18,0	»	4 32	»	+1 26	»
»	8 V.M.	»	»	»	»	»	4 20	»	+1 14	»
»	9½ V.M.	»	»	18,0	18,1	»	4 20	»	+1 14	»
»	11 V.M.	»	761,9	18,1	18,0	»	4 0	»	+0 54	»
»	7 N.M.	»	761,1	16,7	17,4	»	3 45	»	+0 39	»
7	5 N.M.	»	760,2	16,7	16,2	»	3 0	»	—0 6	»
»	7 N.M.	»	760,8	»	»	»	3 40	»	+0 34	»
16	10 V.M.	»	758,3	19,2	16,6	»	2 0	»	—1 6	»
»	11½ V.M.	»	752,6	»	»	»	1 48	»	—1 18	»
»	6 N.M.	»	749,5	18,8	18,1	»	2 15	»	—0 51	»
17	8 V.M.	»	754,2	16,2	17,1	»	3 30	»	+0 24	»
1859 Julij										
12	8 N.M.	»	762,8	16,7	16,5	4,0	3 30	3 51	—0 21	3 33
13	7 V.M.	»	762,3	18,0	17,1	»	3 55	»	+0 4	»
»	11½ V.M.	»	762,1	18,5	18,2	»	4 5	»	+0 15	»
18	6¼ V.M.	»	761,8	18,1	19,0	»	4 49	»	+0 58	»
25	7½ V.M.	»	757,1	17,6	18,0	»	5 0	»	+1 9	»
28	7½ V.M.	»	759,5	14,4	15,9	»	5 5	»	+1 15	»
Aug.										
2	11 V.M.	»	761,9	18,1	18,0	»	4 40	»	+0 49	»
16	10 V.M.	»	758,3	19,2	16,6	»	3 0	»	—0 51	»
»	6 N.M.	»	749,5	18,8	18,1	»	3 0	»	—0 51	»
17	8 V.M.	»	754,2	16,2	17,1	»	4 20	»	+0 29	»

Het verdient wel de aandacht, dat blijkens de teekens der verschillen, de schijnbare kim meestal lager werd gezien dan de ware, zoodat deze bevinding geheel in strijd is met de vooronderstelling, dat de schijnbare kimduiking zou kunnen worden verkregen, door de ware met $^1/_{13}$ te verminderen.

C. KIMDUIKING MET ONVRIJE KIM.

Het kan somwijlen gebeuren, dat de waarnemer in zijn vrij uitzigt van de kim door tusschenliggend land belemmerd wordt. Is hij in dat geval verpligt de hoogte van een hemellicht te meten, dat boven het land staat, dan kan hij wel niet anders, dan de hoogte bepalen van het hemellicht boven de afscheiding van land en zee, welke afscheiding de onvrije kim genoemd wordt.

Zij AB, fig. 155, de hoogte van het oog des waarnemers boven water, C een voorwerp, dat de kim onderschept, S een hemellicht en SAC de gemeten hoogte, dan zullen wij den hoek $HAC = k''$ moeten bepalen, welken die hoogte te groot is genomen.

Noemen wij den afstand AC van den waarnemer tot de onvrije kim a, de hoogte van het oog h en den aardstraal OC r, dan is in den driehoek ACO:

$$OC^2 = OA^2 + AC^2 - 2\,AO \times AC \cos OAC$$

of

$$r^2 = (r + h)^2 + a^2 - 2a\,(r + h) \sin k''$$

waaruit

$$\sin k'' = \frac{2rh + h^2 + a^2}{2a\,(r + h)}$$

$$\sin k'' = \frac{h}{a} \frac{r}{(r + h)} + \frac{a^2 + h^2}{2a\,(r + h)}$$

en ook

$$k'' = \frac{h}{a \sin 1'} + \frac{\frac{1}{2}\,a}{r \sin 1'}$$

waarin h, a en r, in gelijknamige grootheden uitgedrukt, moeten voorkomen.

Drukt men b. v. a in kwart mijlen of minuten uit, dan is

$$r \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad = \frac{180 \times 60}{\pi} = \frac{1}{\sin 1'}$$

$$h \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad = \frac{h\,(\text{voeten})}{r\,(\text{voeten}) \sin 1'}$$

en de gevonden formule zal overgaan in

$$k'' = \frac{h}{a\,r\,\sin^2 1'} + \frac{1}{2}\,a$$

$$= 0{,}58245\,\frac{h}{a} + \frac{1}{2}\,a.$$

Brengt men den invloed der aardsche refractie in rekening, door te stellen, dat zij de ware kimduiking k'' met 0,08 van den afstand tot de onvrije kim vermindert, dan verkrijgt men, de schijnbare kimduiking k''' noemende:

$$k''' = 0{,}58245\,\frac{h}{a} + \tfrac{1}{2}\,a - 0{,}08\,a$$

$$= 0{,}58245\,\frac{h}{a} + 0{,}42\,a$$

naar welke formule Tafel XI berekend is.

De naauwkeurige kennis van den afstand, waarop de waarnemer zich van de onvrije kim bevindt, is een vereischte om de kimduiking k''' te kunnen opzoeken. Verbindt men de moeijelijkheid, die aan de naauwkeurige bepaling van afstanden verbonden is, met de onzekerheid, waarin men verkeert, aangaande den invloed der aardsche refractie, dan zal het duidelijk zijn, dat waarnemingen met onvrije kim niet dan gebrekkig kunnen zijn en zoo mogelijk vermeden moeten worden.

IV. VERSCHILZIGT OF PARALLAXIS.

De beschouwing der hemellichten van de oppervlakte der aarde moet bij de verschillende standen, die de waarnemer ten gevolge van hare aswenteling inneemt, uit verschillende oogpunten plaats hebben en eene schijnbare plaatsverandering der hemellichten veroorzaken, indien namelijk de afstand dier lichten tot de aarde niet zoo groot is, dat de aardstraal daarbij vergeleken, als nul moet worden aangemerkt.

Zij O, fig. 156, het middelpunt van de aarde, A een waarnemer op haar oppervlak en S een hemellicht op meetbaren afstand van de aarde verwijderd, dan zal de waarnemer het hemellicht in S' op den hemelbol geprojecteerd zien. Kon de waarnemer zich van A naar O verplaatsen, dan zou dat punt zich schijnen te verheffen en uit O in S'' gezien worden. De hoek OSA, die de maat der bedoelde verplaatsing is, heet het verschilzigt van het hemellicht S en is, zoo als uit de beschouwing der figuur blijkt, de hoek, waaronder de aardstraal des waarnemers uit S gezien zou worden. Noemt men de ware hoogte SOC van het hemellicht boven den waren horizon h', en de hoogte SAB boven den schijnbaren horizon h, en trekt men DO evenwijdig aan SA, dan is

$$\text{hoek } SOC = h' = \text{hoek } COD + \text{hoek } DOS$$
$$= h + \text{hoek } OSA$$

waaruit

$$\text{hoek } OSA = h' - h$$

welke hoek het verschilzigt in hoogte genoemd wordt.

De ware hoogte van eenig hemellicht wordt alzoo verkregen, door bij de schijnbare hoogte, d. i. bij de voor kimduiking en straalbuiging verbeterde gemeten hoogte, het verschilzigt in hoogte te voegen.

Noemen wij ter bekorting hoek OSA p, den aardstraal AO r, en den afstand SO van het hemellicht tot het middelpunt van de aarde a, dan is in den driehoek SOA

$$SO : AO = \sin \text{hoek } SAO : \sin \text{hoek } OSA$$

of

$$a : r = \cos h : \sin p$$

en dus

$$\sin p = \frac{r}{a} \cos h$$

of, omdat p zeer klein is,

(I) . . . . $p = \dfrac{r}{a \sin 1''} \cos h.$

Stellen wij in deze formule $h = 0$ en mitsdien het hemellicht in den schijnbaren horizon, en drukken wij de waarde, die p in dat geval verkrijgt, uit door P, dan wordt

(II) . . . . $P = \dfrac{r}{a \sin 1''}$

en dus, na substitutie van deze waarde in (I)

(III) . . . . $p = P \cos h.$

Men noemt P het horizontaal verschilzigt.

Formule (II) en (III) bieden ons eenige bijzonderheden aan, die zich ook door de beschouwing der figuur ligtelijk laten verklaren, als:

1°. Voor $h = 90°$ is $p = 0$; er heeft dus geen verschilzigt plaats voor een hemellicht, dat zich in het zenith des waarnemers bevindt.

2°. Moet r ten opzigte van a gelijk nul worden gesteld, zooals bij de vaste sterren het geval is, dan wordt ook P gelijk nul, en er bestaat dus voor die hemellichten geen verschilzigt.

Zooals wij vroeger gezien hebben, is de aarde eene sphaeroide, d. i. een ligchaam, dat men kan beschouwen als te zijn ontstaan uit de omwenteling van eene ellips om hare kleine as. Hare stralen zijn bijgevolg ongelijk van lengte. Neemt men dus de werkelijke gedaante der aarde in aanmerking, dan is P niet standvastig, maar heeft voor verschillende Breedten eene andere waarde, dewijl eene veranderlijke waarde van r in formule (II) noodwendig eene verandering in P moet te weeg brengen. Is r de equatorstraal, dan heeft P zijne grootste waarde en draagt in dit geval den naam van equatoriaal horizontaal verschilzigt.

De afstand a is ook, zooals wij weten, aan verandering onderhevig. Voor de zon, b. v. zal P zijne grootste waarde hebben, als zij zich in het perigeum bevindt; omgekeerd zal P zijne kleinste waarde hebben, als de zon in het laatst van de maand Junij in het apogeum staat.

Voor de gevallen, die in de zeevaartkunde voorkomen, begaat men echter geene fout, als men voor het verschilzigt der zon eene gemiddelde waarde aanneemt, dewijl de verandering in haren afstand en het verschil in lengte der aardstralen, bij haren afstand vergeleken, uiterst gering zijn.

Volgens ENCKE bedraagt het equatoriaal horizontaal verschilzigt der zon 8″,57; volgens LEVERRIER 8″,95.

Van de vier voornaamste planeten is het equatoriaal horizontaal verschilzigt in den zeemansalmanak van 5 tot 5 dagen opgegeven, waardoor het bezwaar van den veranderlijken afstand, ter bepaling van p, vervalt. De ongelijke lengte der aardstralen behoeft bij deze hemellichten niet in rekening te worden gebragt.

Om het verschilzigt in hoogte van de genoemde hemellichten te vinden, moet men blijkens formule (III) het horizontaal verschilzigt met den cosinus der schijnbare hoogte vermenigvuldigen. Ter besparing van deze moeite, is in Tafel XII de bedoelde vermenigvuldiging verrigt, en vindt men alzoo daarin voor eene gegeven hoogte en horizontaal verschilzigt het gevraagde verschilzigt in hoogte.

Bij de maan mogen wij ons, wegens haren betrekkelijk geringen afstand en de groote veranderingen, die deze ondergaat, bovenstaande vereenvoudiging niet veroorloven. De grootste waarde toch van haar equatoriaal horizontaal verschilzigt bedraagt 61′27″, de kleinste waarde 53′53″, en het aannemen van een gemiddelde daarvan zou tot onnaauwkeurigheden aanleiding geven. Ook de ongelijke lengte der aardstralen mag bij de maan niet over het hoofd worden gezien, en dewijl in den almanak het equatoriaal horizontaal verschilzigt is opgegeven, zullen wij hebben te onderzoeken welke vermindering het voor eene bepaalde Breedte des waarnemers behoort te ondergaan.

Noemen wij den aardstraal voor eene Breedte φ, r', en den straal van den equator r, dan wordt het horizontaal verschilzigt P' gegeven door de formule:

$$P' = \frac{r'}{a \sin 1''}$$

en dewijl het equatoriaal horizontaal verschilzigt P voorgesteld wordt door

$$P = \frac{r}{a \sin 1''}$$

zoo hebben wij de evenredigheid

$$P : P' = r : r'$$

waaruit

(IV) . . . . $P' = \frac{r'}{r} P$

zoodat wij, ter bepaling van P', de waarde van r' hebben te zoeken.

Zij daartoe, in fig. 2, $OA = r'$ de gevraagde aardstraal, $OQ = r$ de equatorstraal, hoek $ABQ = \varphi$ de geographische, hoek $AOQ = \varphi'$ de geocentrische Breedte van het punt A, $AD = y$ de ordinaat en $OD = x$ de middelpuntsabcis van het punt A, dan is, volgens het gevondene op bladz. 9, I[e] Deel:

$$\operatorname{tang} \varphi' = \frac{b^2}{r^2} \operatorname{tang} \varphi$$

als wij de halve kleine as der ellips, die den meridiaan der afgeplatte aarde voorstelt, b noemen.

Voorts is in den driehoek OAD

$$r' = \frac{x}{\cos \varphi'}, \quad \text{en} \quad y = x \operatorname{tang} \varphi'.$$

Lost men uit de middelpuntsvergelijking der ellips

$$y^2 = \frac{b^2}{r^2}(r^2 - x^2)$$

x^2 op, dan komt:

$$x^2 = \frac{b^2 r^2 - r^2 y^2}{b^2} = r^2 - \frac{r^2}{b^2} y^2.$$

Substitueert men hierin de waarde van $y = x$ tang φ', dan wordt

$$x^2 = r^2 - \frac{r^2}{b^2} x^2 \operatorname{tang}^2 \varphi'$$

waaruit

$$x^2 = \frac{r^2}{1 + \frac{r^2}{b^2} \operatorname{tang}^2 \varphi'}$$

en na worteltrekking:

$$x = \frac{r}{\sqrt{\left\{1 + \frac{r^2}{b^2} \operatorname{tang}^2 \varphi'\right\}}} = \frac{r}{\sqrt{\{1 + \operatorname{tang} \varphi \operatorname{tang} \varphi'\}}}.$$

Substitueert men deze waarde van x in de uitdrukking:

$$r' = \frac{x}{\cos \varphi'}$$

dan verkrijgt men:

$$r' = \frac{r}{\cos \varphi' \sqrt{\{1 + \operatorname{tang} \varphi \operatorname{tang} \varphi'\}}}$$

$$= \frac{r}{\sqrt{\left\{\cos^2 \varphi' + \frac{\cos^2 \varphi' \sin \varphi \sin \varphi'}{\cos \varphi \cos \varphi'}\right\}}}$$

$$= \frac{r}{\sqrt{\left\{\frac{\cos^2 \varphi' \cos \varphi + \cos \varphi' \sin \varphi \sin \varphi'}{\cos \varphi}\right\}}}$$

$$= r \sqrt{\left\{\frac{\cos \varphi}{\cos \varphi' \cos (\varphi - \varphi')}\right\}}$$

welke formule voor de bewerking met logarithmen zeer geschikt is.

Substitueren wij deze waarde van r' in (IV) dan vinden wij ten slotte:

$$P' = P\sqrt{\left\{\frac{\cos\varphi}{\cos\varphi'\cos(\varphi-\varphi')}\right\}}.$$

Voorbeeld. Men vraagt het horizontaal verschilzigt der maan, als de geographische Breedte 45° en het equatoriaal horizontaal verschilzigt der maan 58′ bedraagt, benevens de lengte van den aardstraal op die Breedte.

Volgens BESSEL, is

$$\log r = 6{,}514824$$
$$\text{„}\ b = 6{,}513369$$

en volgens de tafel van bladz. 10, I^e Deel,

$$\varphi - \varphi' = 0°11'30''.$$

Berekening van r'.

$$\begin{array}{rll} \varphi = & 45° \ldots\ldots\ldots\ldots & \cos = 9{,}849485 \\ \varphi - \varphi' = & 0°11'30'' \ldots\ldots\ldots & \sec = 0{,}000002 \\ \varphi' = & 44°48'30'' \ldots\ldots\ldots & \sec = \underline{0{,}149067} \\ & & 2\,|\,9{,}998554 \\ & & 9{,}999277 \\ r & \ldots\ldots\ldots\ldots & \log = \underline{6{,}514824} \\ & & \log r' = 6{,}514101 \\ & & r' = 3266640 \text{ toisen.} \end{array}$$

Berekening van P'.

$$\begin{array}{rll} \varphi = & 45° \ldots\ldots\ldots\ldots & \cos = 9{,}849485 \\ \varphi - \varphi' = & 0°11'30'' \ldots\ldots\ldots & \sec = 0{,}000002 \\ \varphi' = & 44°48'30'' \ldots\ldots\ldots & \sec = \underline{0{,}149067} \\ & & 2\,|\,9{,}998554 \\ & & 9{,}999277 \\ P = & 58' \ldots\ldots\ldots & \log = \underline{1{,}763428} \\ & & \log P' = 1{,}762705 \\ & & P' = 57',904 \\ & & = 57'54'',2. \end{array}$$

Gewoonlijk berekent men het horizontaal verschilzigt niet onmiddellijk, maar leidt dit af, met behulp van eene verbetering, die van het equatoriaal horizontaal verschilzigt afgetrokken, het gevraagde verschilzigt doet kennen. Om de formule voor de genoemde verbetering te zoeken, hebben wij in den driehoek *OAD*, fig. 2:

$$\begin{aligned} r'^2 &= y^2 + x^2 \\ &= \frac{b^2}{r^2}(r^2 - x^2) + x^2 \\ &= \frac{r^2x^2 + b^2r^2 - b^2x^2}{r^2} \end{aligned}$$

en dewijl $x = r'\cos\varphi'$ is, na substitutie van deze waarde:

$$r'^2 = \frac{r^2 r'^2 \cos^2 \varphi' + b^2 r^2 - b^2 r'^2 \cos^2 \varphi'}{r^2}.$$

Brengen wij de termen, waarin r' voorkomt, over, dan is

$$r'^2 (r^2 - r^2 \cos^2 \varphi' + b^2 \cos^2 \varphi') = b^2 r^2$$

waaruit

$$r'^2 = \frac{b^2 r^2}{r^2 + (b^2 - r^2) \cos^2 \varphi'}$$

en dus

$$r' = \frac{b\, r}{V \{r^2 + (b^2 - r^2) \cos^2 \varphi'\}}$$

$$= \frac{r}{V \left\{ \frac{r^2}{b^2} + \cos^2 \varphi' - \frac{r^2}{b^2} \cos^2 \varphi' \right\}}$$

$$= \frac{r}{V \left\{ \frac{r^2}{b^2} \sin^2 \varphi' + 1 - \sin^2 \varphi' \right\}}$$

$$= \frac{r}{V \left\{ 1 + \left(\frac{r^2}{b^2} - 1 \right) \sin^2 \varphi' \right\}}.$$

Substitueren wij deze waarde in (IV) dan komt:

$$P' = P \frac{1}{V \left\{ 1 + \left(\frac{r^2}{b^2} - 1 \right) \sin^2 \varphi' \right\}}.$$

Stellen wij in deze formule

$$\left(\frac{r^2}{b^2} - 1 \right) \sin^2 \varphi' = \operatorname{tang}^2 M$$

dan gaat P' over in:

$$P' = P \frac{1}{V \{1 + \operatorname{tang}^2 M\}} = P \frac{1}{\sec M}$$
$$= P \cos M = P (1 - 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} M)$$

waaruit

$$P - P' = 2 P \sin^2 \tfrac{1}{2} M$$

naar welke formule Tafel XVIII berekend is. Dewijl de geographische Breedte het argument is van de tafel, zoo zoeke men eerst de overeenkomstige geocentrische Breedte φ', ten einde daarmede M te kunnen berekenen.

Voorbeeld. Men vraagt de vermindering van het equatoriaal horizontaal verschilzigt der maan, als dit 58′ en de geographische Breedte 45° bedraagt.

Stellen wij ter vereenvoudiging $r = 1$ en de afplatting $\frac{r - b}{r} = \frac{1}{300}$,

dan is

$$b = \frac{299}{300},\ b^2 = \frac{89401}{90000} \text{ en } \frac{1-b^2}{b^2} = \frac{599}{89401}$$

bij de berekening der tafel eene standvastige grootheid. De oplossing is nu als volgt:

$$1 - b^2 = 599 \;.\;.\;.\;.\;.\; \log = 2,777427$$
$$b^2 = 89401 \;.\;.\; \text{C.} \log = 5,048657$$
$$2\underline{)\,7,826084}$$
$$\log \sqrt{\frac{1-b^2}{b^2}} = \;.\;.\;.\;.\;.\; 8,913042$$
$$\varphi' = 44^\circ 48' 30'' \sin = 9,848027$$
$$\text{tang } M = 8,761069$$
$$M = 3^\circ 18' 5''$$
$$\tfrac{1}{2} M = 1^\circ 39' 3'' \;.\; \sin = 8,459521 \;\; 2$$
$$\sin^2 \tfrac{1}{2} M = 6,919042$$

$$P = 58' \;.\;.\;.\;.\; \log = 1,763428$$
$$2 \;.\;.\;.\;.\; \log = 0,301030$$
$$\log (P - P') = 8,983500$$
$$P - P' = 0',0963$$
$$= 5'',77$$

zooals in de tafel gevonden wordt.

Berekent men op overeenkomstige wijze de vermindering, die het verschilzigt van de zon en de planeten voor de ongelijke lengte der aardstralen zou behooren te ondergaan, dan vindt men daarvoor op 45° Breedte: 0″,2. Het verwaarloozen van deze verbetering is in de vraagstukken der zeevaartkunde veroorloofd.

Heeft men, volgens eene der medegedeelde methoden, het horizontaal verschilzigt der maan voor de waarnemingsplaats bepaald, dan zou men het met den cosinus van de ware hoogte boven den schijnbaren horizon moeten vermenigvuldigen, om het verschilzigt in hoogte te erlangen. Ook deze bewerking is echter overbodig, dewijl het bedoelde verschilzigt, met de straalbuiging uit Tafel XIII vereenigd, als éénen term in Tafel XX is opgenomen, zoodat daarin, voor eene gegeven schijnbare maanshoogte en horizontaal verschilzigt, onmiddellijk de verbetering wordt aangetroffen, waarmede zij tot ware hoogte boven den waren horizon herleid wordt.

Dewijl, zoo als wij gezien hebben, het verschilzigt altijd bij de hoogte wordt geteld, de straalbuiging daarentegen altijd daarvan moet worden afgetrokken, en de eerstgenoemde, bij de maan, immer de laatstgenoemde overtreft, zoo is bij haar de verbetering, verschilzigt — straalbuiging, steeds positief.

Voor de verdere inrigting en het gebruik van Tafel XX, verwijzen wij naar de verklaring der tafelen.

Tot verduidelijking van het bovenstaande, mogen de navolgende voorbeelden dienen:

Voorbeeld. Men vraagt den term uit Tafel XX te berekenen, als de schijnbare hoogte der maan 8° en haar horizontaal verschilzigt 58′ bedraagt.

Schijnbare hoogte	= 8° 0′ 0″		
Middelb. straalb.	= 0° 6′33″		
Ware hoogte tot den schijnb. horizon	= 7°53′27″	cos	= 9,995869
Horizont. verschilz.	= 58′	log	= 1,763428
		log verschilz. in hoogte	= 1,759297
		Verschilz. in hoogte	= 57′27″
		Middelb. straalb.	= 6′33″
		Gevraagde term	= 50′54″.

Voorbeeld. Men vraagt als boven, voor eene schijnbare hoogte der maan van 40° en een horizontaal verschilzigt van 57′.

Schijnbare hoogte	= 40° 0′ 0″		
Middelb. straalb.	= 0° 1′ 9″,4		
Ware hoogte tot den schijnb. horizon	= 39°58′50″,6	cos	= 9,884377
Horizont. verschilz.	= 57′	log	= 1,755875
		log. verschilz. in hoogte	= 1,640252
		Verschilz. in hoogte	= 43′40″,6
		Middelb. straalb.	= 1′ 9″,4
		Gevraagde term	= 42′31″,2.

V. HALVE MIDDELLIJNEN.

Zoo als wij op bladz. 160 van het I^{e} Deel opmerkten, verstaat men door de halve middellijn van een hemellicht den hoek, waaronder de straal van dat hemellicht door een waarnemer op aarde gezien wordt. Denkt men zich den waarnemer in het middelpunt der aarde geplaatst, en de laatstgenoemde zonder dampkring, dan zijn de lichtstralen, die uit het middelpunt en den omtrek van het hemellicht het oog des waarnemers treffen, regte lijnen, en de bedoelde hoek wordt de ware halve middellijn genoemd. Die van de zon, de maan en de voorname planeten worden in de sterrekundige jaarboeken opgegeven.

Van het oppervlak der aarde daarentegen, ziet de waarnemer den straal van het hemellicht onder een hoek, die met den vorigen, uithoofde van straalbuiging en verschilzigt, verschilt en daarom de schijnbare halve middellijn genoemd wordt.

a. DE WARE HALVE MIDDELLIJN.

Noemen wij den straal van eenig hemellicht, b.v. van de zon, R,

den afstand van de middelpunten van de zon en de aarde a en de ware halve middellijn D, dan is, zooals wij op bladz. 161, Ie Deel, vonden:

$$D = \frac{R}{a \sin 1''} \quad .$$

Voor de horizontale parallaxis van het hemellicht vonden wij, bladz. 15, IIe Deel, als r den straal van de aarde beteekent:

$$P = \frac{r}{a \sin 1''},$$

zoodat wij deze evenredigheid hebben:

$$D : P = R : r$$

of

$$\frac{D}{P} = \frac{R}{r}$$

waaruit blijkt, dat de betrekking tusschen de ware halve middellijn en het horizontaal verschilzigt van hetzelfde hemellicht standvastig is en gelijk is aan die tusschen de stralen van de aarde en het bedoelde hemellicht.

De eigenschap, dat de halve middellijnen van hetzelfde hemellicht zich omgekeerd verhouden, als de daarbij behoorende afstanden tot de aarde, hebben wij reeds vroeger, bladz. 161, Ie Deel, leeren kennen.

b. DE SCHIJNBARE HALVE MIDDELLIJN.

1°. Invloed van het verschilzigt op de halve middellijn.

Zij O, fig. 157, het middelpunt van de aarde, A een waarnemer op haar oppervlak en M het middelpunt van eenig hemellicht, dan zal de schijnbare halve middellijn $BAM = D'$, grooter zijn dan de ware halve middellijn $BOM = D$, dewijl de afstand $AM = a'$ kleiner is dan de afstand $MO = a$. Volgens het hierboven opgemerkte, zullen wij dus de evenredigheid hebben:

$$D : D' = \frac{1}{a} : \frac{1}{a'}.$$

Is voorts hoek $MOH = h'$ de ware middelpuntshoogte van dat hemellicht en hoek $MAH' = h$ de voor kimduiking en straalbuiging verbeterde gemeten hoogte, dan is, als wij het verschilzigt in hoogte p noemen:

$$h' = h + p.$$

In den driehoek MOA is

$$MO : MA = \sin \text{hoek } MAO : \sin \text{hoek } MOA$$

of

$$a : a' = \cos h : \cos (h + p)$$

en wij hebben dus ook

$$D : D' = \cos (h + p) : \cos h$$

waaruit

$$D' - D : D = \cos h - \cos (h + p) : \cos (h + p).$$

$$D' - D = D \frac{\cos h - \cos (h + p)}{\cos (h + p)}$$

$$= D \frac{\cos h - \cos h \cos p + \sin h \sin p}{\cos h \cos p - \sin h \sin p}.$$

Stelt men hierin $\cos p = 1$, dan wordt

$$D' - D = D \frac{\sin h \sin p}{\cos h - \sin h \sin p}$$

$$= D \{ \text{tang } h \sin p + \text{tang}^2 h \sin^2 p + \text{ enz.}$$

en dewijl $\frac{\sin p}{\cos h} = \sin P$ is, als P het horizontaal verschilzigt beteekent, zullen wij de formule ook aldus kunnen schrijven:

$$D' - D = D \{ \sin h \sin P + \sin^2 h \sin^2 P + \text{ enz.}$$

of

$$D' - D = D \{ \sin h \, P \sin 1'' + \sin^2 h \, P^2 \sin^2 1'' + \text{ enz.}$$

Neemt men verder in aanmerking, dat

$$P = \frac{r}{R} D$$

is, als r den aardstraal en R den straal van het hemellicht beteekent, dan wordt na substitutie en onder verwaarloozing van de termen, waarin de tweede en hoogere magten van P voorkomen:

$$D' - D = D^2 \frac{r}{R} \sin h \sin 1''.$$

Voor de zon is de betrekking tusschen r en R ongeveer gelijk $\frac{1}{111}$; men kan dus de vergrooting, welke de halve middellijn der zon door het verschilzigt ondergaat, als uiterst gering, verwaarloozen.

Bij de maan daarentegen, is $\frac{r}{R} = 3,6697$ of ongeveer $\frac{11}{3}$, en de verwaarloozing der onderhavige verbetering is mitsdien bij dit hemellicht niet veroorloofd. Tafel XVII is naar bovenstaande formule berekend.

V o o r b e e l d. Men vraagt den term uit Tafel XVII te berekenen, als de schijnbare hoogte van de maan, d. i. de gemeten hoogte voor kimduiking en straalbuiging verbeterd, 50° en hare halve middellijn 15′30″ bedraagt.

$$D = 15'30'' = 930'' \;\ldots\; \log D^{2} = 5{,}936966$$
$$h = 50^{\circ} \;\ldots\ldots\ldots\; \sin. = 9{,}884254$$
$$\sin 1'' = 4{,}685575$$
$$\frac{r}{R} = 3{,}6697 \;\ldots\ldots\ldots\; \log = 0{,}564631$$
$$\log (D' - D) = 1{,}071426$$
$$\text{Gevraagde term} = 11'',78.$$

De halve middellijnen der planeten behoeven, evenmin als die van de zon, eene verbetering voor het verschilzigt te ondergaan.

2°. Invloed van de straalbuiging op de halve middellijn.

De schijf, waaronder de zon, de maan en eene planeet zich aan ons oog vertoonen, wordt door de straalbuiging misvormd. Ten gevolge van de straalbuiging schijnt, zoo als wij gezien hebben, een punt aan den hemel hooger te staan, dan in de werkelijkheid het geval is, en al de lichtende punten, die de schijf van een hemellicht vormen, zullen mitsdien eene verplaatsing ondergaan. Was nu het bedrag der verplaatsing voor al die punten hetzelfde, dan zou b. v. de onderrand evenveel worden opgeheven als de bovenrand, en er zou geene misvorming der schijf ontstaan.

Slaan wij een blik op Tafel XIII, dan ontwaren wij dat punten, die minder boven den schijnbaren horizon verheven zijn, dan andere, eene betrekkelijk grootere verplaatsing ondergaan. Passen wij dit toe op de cirkelvormige schijf van een hemellicht, dan zullen de lager gelegen deelen sterker worden opgeheven dan de hoogere, waarvan eene misvorming het gevolg moet wezen. Doch ook deze misvorming is veranderlijk. Heeft het hemellicht eene kleine hoogte, dan is het verschil in straalbuiging van den onder- en den bovenrand grooter, dan wanneer het hemellicht eene grootere hoogte bereikt, en de schijf zal dus in het laatste geval den cirkelvorm meer naderen, dan in het eerste.

Laat $FDGD'$, fig. 158, de ware schijf van een hemellicht, TF, TO, TD' en TG bogen van vertikaal-cirkels zijn, dan kunnen wij ons voorstellen, dat door de straalbuiging, de punten F, O en G van de ware horizontale middellijn in de punten H, A en I worden verplaatst, zoodat HI de schijnbare horizontale middellijn zal zijn. Wordt verder het punt D in B en D' in B' verplaatst, dan zal de schijf zich aan ons oog vertoonen als de figuur $HBIB'$, waarvan wij den vorm hebben te bepalen.

Zij daartoe

$$OD = OG = a, \qquad DE = y \qquad OE = x$$
$$AB = a', \qquad BC = y' \qquad AC = x'$$

dan is

$$OD^2 = OE^2 + ED^2$$

of

$$a^2 = x^2 + y^2.$$

De bolvormige driehoeken OTE en ATC geven:

$$\sin OTE = \frac{\sin OE}{\sin OT} \text{ en } \sin ATC = \frac{\sin AC}{\sin AT}$$

waaruit

$$\frac{\sin OE}{\sin OT} = \frac{\sin AC}{\sin AT}$$

of

$$\frac{\sin x}{\sin OT} = \frac{\sin x'}{\sin AT}$$

en dus

$$\sin x = \sin x' \frac{\sin OT}{\sin AT},$$

of, omdat x en x' klein zijn

$$x = x' \frac{\sin OT}{\sin AT}.$$

Noemen wij de schijnbare hoogte van het middelpunt h en de daarbij behoorende straalbuiging AO, R, dan is

$$OT = 90^\circ - (h - R)$$
$$AT = 90^\circ - h$$

waardoor na substitutie

$$(A) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad x = x' \frac{\cos (h - R)}{\cos h}$$
$$= x' \frac{\cos h \cos R + \sin h \sin R}{\cos h}.$$

Voor eene hoogte, grooter dan 1°, mogen wij stellen:

$$\cos R = 1 \text{ en } \sin R = R \sin 1''.$$

Hierdoor gaat de vorige formule over in:

$$x = x' (1 + \operatorname{tang} h \, R \sin 1'')$$

en dewijl $R = \alpha \operatorname{cotg} h$ is, zie bladz. 4 van het IIe Deel, zoo wordt

$$x = x' (1 + \alpha \sin 1'').$$

Voor de betrekking tusschen y en y' hebben wij:

$$BC = BD + DE - CE$$

of

$$y' = BD + y - CE$$

en dus

$$y = y' - BD + CE$$

en dewijl

$$CE = AO = \alpha \operatorname{cotg} h$$
$$BD = \alpha' \operatorname{cotg}(h + y')$$

is, zoo verkrijgt men, na substitutie van deze waarden:

(B) . . . . . . $y = y' + \alpha \operatorname{cotg} h - \alpha' \operatorname{cotg}(h + y')$.

Is de hoogte grooter dan 12°, dan mogen wij $\alpha = \alpha'$ stellen, waardoor (B) overgaat in:

$$y = y' + \alpha(\operatorname{cotg} h - \operatorname{cotg}(h + y'))$$

of, als wij $\cos y' = 1$ en $\sin y' = y' \sin 1''$ nemen, na herleiding,

(C) . . . . $y = y' + \dfrac{\alpha y' \sin 1''}{\sin h \sin(h + y')}$.

Bepalen wij thans de betrekking tusschen $D'E = y$ en $CB' = y''$, dan is

$$B'C = CE - B'E = CE - B'D' + ED'$$

of

$$y'' = AO - B'D' + y$$

waaruit

$$y = y'' - AO + B'D'.$$

Voorts is

$$AO = \alpha \operatorname{cotg} h$$

en

$$B'D' = \alpha'' \operatorname{cotg}(h - y'')$$

waardoor

(D) . . . . . . $y = y'' - \alpha \operatorname{cotg} h + \alpha'' \operatorname{cotg}(h - y'')$

terwijl de betrekking tusschen $OE = x$ en $AC = x'$ onveranderd blijft en door formule (A) wordt uitgedrukt.

Stellen wij de hoogte weder grooter dan 12°, dan mag $\alpha = \alpha''$ gesteld worden, terwijl $\cos y'' = 1$ en $\sin y'' = y'' \sin 1''$ mag genomen worden. Hierdoor gaat (D), na behoorlijke herleiding, over in:

(E) . . . . $y = y'' + \dfrac{\alpha y'' \sin 1''}{\sin h \sin(h - y'')}$.

Nemen wij voor y' en y'' eene gemiddelde waarde y_0 aan, dan kunnen (C) en (E) aldus worden geschreven:

$$y = y_0 + \frac{\alpha y_0 \sin 1''}{\sin^2 h}$$

en wanneer wij vervolgens de waarden van x en y in de vergelijking

$$a^2 = x^2 + y^2$$

substitueren, dan komt

(F) . . . . $a^2 = x'^2 (1 + \alpha \sin 1'')^2 + y_0^2 \left(1 + \dfrac{\alpha \sin 1''}{\sin^2 h}\right)^2$

welke vergelijking die eener ellips voorstelt.

Let men op de vereenvoudigingen, die wij ons in bovenstaande redenering veroorloofd hebben, dan zal men inzien, dat de bovenste helft der ellips niet volkomen denzelfden vorm heeft, als de benedenste. De gelijkstelling toch van a' en a in de eene helft, veroorzaakt niet dezelfde fout, die men in de andere begaat, door $a = a''$ te nemen, terwijl de verwaarloozing van y' en y'', ten opzigte van h, in de uitdrukkingen $(h + y')$ en $(h - y'')$ verschillenden invloed uitoefent.

Volvoert men het onderzoek naar den vorm der schijf, volgens meer strenge regelen, dan blijkt, dat de benedenste helft der ellips een weinig meer excentrisch is, dan de bovenste.

Onderzoeken wij thans, welke verandering de straalbuiging in de ware horizontale, vertikale en hellende halve middellijn van een hemellicht te weeg brengt.

a. De horizontale halve middellijn.

Laat men, in formule (A), x aangroeijen tot a, dan wordt x', a', en als wij de schijnbare hoogte $h = 0$ stellen, dan is

$$a = a' \cos R$$

of

$$a' = a \sec R.$$

Men heeft dus, als $a = 16'$ genomen wordt:

$$\begin{aligned} \log 16' = \log 960'' &= 2{,}9822712 \\ R = 35'14'' \sec &= 0{,}0000228 \\ \hline \log a' &= 2{,}9822940 \\ a' &= 960'',05 \\ &= 16'0'',05 \end{aligned}$$

hetgeen eene vergrooting van de ware horizontale halve middellijn doet kennen.

Voor eene hoogte van 0°30′ vindt men daarentegen eene vermindering van de halve middellijn van 0″,04, welke vermindering met de hoogte toeneemt, zoodat zij bij 80° hoogte 0″,32 bedraagt.

Het geringe bedrag van deze verandering maakt haar voor de zeevaartkunde van geen belang. Wij hebben echter de voorgaande beschouwing niet achterwege willen laten, omdat de genoemde verandering in eenige leerboeken over de zeevaartkunde als niet bestaande, en in andere als standvastig wordt opgegeven.

b. De vertikale halve middellijn.

Geeft men in de formulen (B) en (D) aan y de beteekenis van de ware vertikale halve middellijn, dan wordt y' de schijnbare bovenste, y'' de schijnbare benedenste straal van het hemellicht, terwijl

$\alpha \cot g\, h$	de refractie van het middelpunt	
$\alpha' \cot g\,(h + y')$	„ „ „	den schijnb. bovenrand
$\alpha'' \cot g\,(h - y'')$	„ „ „ „	„ benedenrand

zal zijn.

Dewijl y' en y'' nog niet bekend zijn, gaat men, om het vraagstuk op te lossen, bij benadering te werk, door namelijk eerst de straalbuiging voor de ware onder- en bovenrandshoogte te zoeken, daarmede en met de straalbuiging voor de middelpuntshoogte eene benaderde waarde voor y' en y'' te bepalen en vervolgens hiermede de bereking te herhalen.

Voorbeeld. Men vraagt de verandering, die de vertikale straal van een hemellicht door de straalbuiging ondergaat, als de middelpuntshoogte 0°40′ en de ware halve middellijn 16′ bedraagt.

Men vindt voor 0°40′ hoogte in Tafel XIII:

Straalb. voor 0°40′ hoogte	= 27′39″	Straalb. voor 0°40 hoogte	= 27′39″
„ „ 0°56′ „	= 25′13″	„ „ 0°24 „	= 30′26″
Benaderde verandering	= 2′26″	Benaderde verandering	= 2′47″
Ware halve midd.	= 16′	Ware halve midd.	= 16′
Benaderde schijnb. bovenste straal	= 13′34″	Ben. schijnb. onderste straal	= 13′13″

In plaats van de straalbuiging voor 0°56′ en 0°24′ hoogte, had men behooren te nemen die voor 0°40′ + 13′34″ = 53′34″ en die voor 0°40′ — 13′13″ = 26′47″. Herhalen wij dus de bewerking, dan komt:

Straalb. voor 0°40′	= 27′39″	Straalb. voor 0°40′	= 27′39″
„ „ 0°53′34″	= 25′34″	„ „ 0°26′47″	= 29′56″
Verbeterde verandering	= 2′ 5″	Verbeterde verandering	= 2′17″
Ware halve midd.	= 16′	Ware halve midd.	= 16′
Schijnb. bovenste straal	= 13′55″	Schijnb. onderste straal	= 13′43″.

Herhaalt men de bewerking nog eens, dan vindt men voor den schijnbaren bovensten straal 13′52″ en voor den ondersten 13′38″. Wij zien dus, dat deze stralen onderling 14″ verschillen. De geheele schijnbare middellijn is 13′52″ + 13′38″ = 27′30″, terwijl het middelpunt der zon slechts 7″ buiten het midden der figuur ligt. Immers is de halve middellijn gemiddeld = ½ (27′30″) = 13′45″ en

13′52″ = 13′45″ + 7″
13′38 = 13′45″ − 7″.

De getallen in de kolom, gemerkt 0°, Tafel XIX, zijn van 4° tot 15° hoogte naar de bovenstaande manier berekend. Wordt de vermindering van den bovensten straal begeerd, dan zoeke men met de schijnbare middelpuntshoogte als argument; wordt daarentegen de vermindering van den ondersten straal gevraagd, dan zoeke men met de schijnbare onderrandshoogte de overeenkomstige verbetering in de laatste regter kolom.

Ter berekening van de vermindering der vertikale halve middellijn,

voor hoogten, die grooter zijn dan 15°, kan gebruik worden gemaakt van formule (F). Men heeft dan slechts $x' = 0$ te stellen en vindt:

$$a = y_0\left(1 + \frac{\alpha \sin 1''}{\sin^2 h}\right)$$

waaruit

$$y_0 = \frac{a}{1 + \dfrac{\alpha \sin 1''}{\sin^2 h}}$$

en

$$a - y_0 = \frac{a\,\alpha \sin 1''}{\sin^2 h + \alpha \sin 1''} = \frac{a\,\alpha \sin 1''}{\sin^2 h}$$

dewijl $\alpha \sin 1''$ ten opzigte van $\sin^2 h$ verwaarloosd kan worden.

Voorbeeld. De schijnbare middelpuntshoogte van een hemellicht zij 20°, en de ware halve middellijn 16′. Men vraagt de vermindering, die de ware halve middellijn, voor den bovensten straal, door de refractie ondergaat.

Men heeft:

Voor 20° . . . . in Tafel XXI . . .	$\log \alpha = 1{,}75771$
	$\sin. 1'' = 4{,}68558$
$a = 16' = 960''$	$\log = 2{,}98227$
$h = 20°$	$2 \operatorname{cosec} = 0{,}93190$
	$\log (a - y_0) = 0{,}35746$
	Gevraagde vermind. $= 2'',3$

Volgens de andere manier zou men hebben:

Tafel XXI . Straalb. voor	20°	= 2′37″,3	
„ „	21°	= 2′29″,3	
verandert in	60′ =	8″,0	
„ „	16′ =	2″,13	= gevraagde vermindering.

c. *De hellende halve middellijn.*

Wanneer bij de meting van den afstand tusschen de maan en de zon, de elliptische beelden dier hemellichten met elkander in aanraking zijn gebragt, en men dus den afstand der randen op het meetwerktuig heeft afgelezen, dan zal men aan die aflezing eene verbetering hebben toe te voegen, ten einde den afstand der middelpunten te verkrijgen.

Gewoonlijk stelt men zich voor dat doel te bereiken, door op den gemeten boog den straal toe te passen, dien men zich van het middelpunt van ieder hemellicht in het bijzonder, naar het aanrakingspunt getrokken kan denken, en geeft men daartoe in de tafels de grootte van de halve middellijn der elliptische schijf, die een bepaalden hoek met den vertikaal maakt, welke hoek overeenkomt met den stand van het meetwerktuig onder de meting, ten opzigte van de genoemde vertikale lijn.

Deze wijze van voorstellen, ofschoon vrij algemeen, is minder juist, zoo als uit de volgende beschouwing, ons door Dr. F. J. STAMKART medegedeeld, zal blijken.

Laat Z, fig. 159, de zonneschijf zijn, door de straalbuiging misvormd, en P het punt, alwaar bij de afstandsmeting tot de maan, de aanraking der randen heeft plaats gehad. Zij verder ED de raaklijn aan dat punt, zoowel aan het beeld der zon als aan dat der maan, en PM de rigting van den boog, die het punt P met het verwijderde middelpunt der maan vereenigt, dan staat PM regthoekig op ED. Is de schijf van de maan ook elliptisch, dan gaat PM niet door het middelpunt van de genoemde schijf. Trekken wij nu uit Z eene lijn ZDM' evenwijdig aan PM, dan zal blijkbaar, voor zoo verre de zon betreft, ZD de boog zijn, die bij den gemeten afstand moet geteld worden om hem tot het middelpunt Z te herleiden; want het raakpunt P beschrijft bij de meting, door de beweging van het werktuig, den boog van een kleinen cirkel, die het middelpunt der maan tot pool heeft, welke boog nagenoeg met de raaklijn ED zal zamenvallen, waardoor het punt P in D zal komen. Zij ter bepaling van DZ

$$\begin{aligned} AZ &= BZ = r \\ ZC &= r(1-\delta), \quad \delta \text{ de afplatting der ellips,} \\ ZQ &= x \\ PQ &= y \\ \text{hoek } DZC &= \varphi \end{aligned}$$

dan is, als wij QF loodregt op DZ trekken,

$$ZF = x \sin\varphi \text{ en } FD = y\cos\varphi$$

en dus

$$DZ = ZF + FD = x\sin\varphi + y\cos\varphi.$$

Voorts is, zoo als wij vroeger zagen, op bladz. 17 van het IIe Deel,

$$x^2 = \frac{r^2}{1+\frac{r^2}{b^2}\operatorname{tang}^2\varphi'} = \frac{r^2}{1+\frac{b^2}{r^2}\operatorname{tang}^2\varphi} \text{ en } y^2 = \frac{b^2}{r^2}(r^2 - x^2).$$

Neemt men in aanmerking, dat hier $90 - \varphi$ is, wat daar φ' genoemd wordt, terwijl voor b genomen moet worden $r(1-\delta)$ dan komt:

$$x^2 = \frac{r^2}{1+(1-\delta)^2\operatorname{cotg}^2\varphi} = \frac{r^2\sin^2\varphi}{\sin^2\varphi + (1-\delta)^2\cos^2\varphi}$$

$$y^2 = (1-\delta)^2(r^2 - x^2) = \frac{r^2(1-\delta)^4\cos^2\varphi}{\sin^2\varphi + (1-\delta)^2\cos^2\varphi}$$

en dus

$$\begin{aligned} DZ = x\sin\varphi + y\cos\varphi &= \frac{r(\sin^2\varphi + (1-\delta)^2\cos^2\varphi)}{\sqrt{\{\sin^2\varphi + (1-\delta)^2\cos^2\varphi\}}} \\ &= r\sqrt{\{\sin^2\varphi + (1-\delta)^2\cos^2\varphi\}} \\ &= r\sqrt{\{1 - 2\delta(1-\tfrac{1}{2}\delta)\cos^2\varphi\}} = r\{1 - \delta(1-\tfrac{1}{2}\delta)\cos^2\varphi - \tfrac{1}{2}\delta^2(1-\tfrac{1}{2}\delta)^2\cos^4\varphi\,.\,.\} \\ &= r\{1 - \delta\cos^2\varphi + \tfrac{1}{2}\delta^2(1-\cos^2\varphi)\cos^2\varphi \;.\;.\;.\;.\} \\ &= r\{1 - \delta\cos^2\varphi + \tfrac{1}{2}\delta^2\sin^2\varphi\cos^2\varphi) \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\} \end{aligned}$$

De verkorting van de halve middellijn zal dus zijn:

$$r - DZ = r\left(\delta \cos^2 \varphi - \tfrac{1}{2}\,\delta^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \;\ldots\ldots\right)$$
$$= r\,\delta \cos^2 \varphi - \tfrac{1}{2}\,\frac{(r\,\delta)^2}{r} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \;\ldots\ldots$$

Verwaarloozen wij den tweeden term van het tweede lid dezer vergelijking, hetgeen veilig geschieden mag, dan komt:

$$\text{Verkorting} = r\,\delta \cos^2 \varphi$$

naar welke formule Tafel XIX berekend is.

Voorbeeld. Men vraagt de vermindering van de halve middellijn der zon, als hare schijnbare middelpuntshoogte 6° en de helling van den sextant 40° bedraagt.

De afplatting der ellips, die wij δ genoemd hebben, is klaarblijkelijk de vermindering, die de vertikale halve middellijn onder de gegeven omstandigheden zou behooren te ondergaan. Wij vinden in de kolom, gemerkt 0°, voor 6° hoogte, $\delta = 20''$. De bewerking komt dan aldus te staan:

$\delta = 20''$ . . . . log = 1,301030
$\varphi = 40°$ . . . . 2 cos = 9,768508
log vermind. = 1,069538
Gevraagde vermind. = 11″,7.

VI. HET VERBETEREN DER HOOGTEN.

a. HERLEIDING VAN EENE GEMETEN ONDER- OF BOVENRANDSHOOGTE VAN DE ZON TOT WARE MIDDELPUNTSHOOGTE.

Laat, in fig. 160, *d* de zon zijn en *b* een waarnemer, die haar in *d'* aan den hemel ziet en den hoek *abh* of hare onderrandshoogte gemeten heeft, dan moet die hoogte tot den hoek *doi*, zijnde de ware middelpuntshoogte, herleid worden.

In deze figuur is:

hoek *e b h*, de schijnbare kimduiking . . . . te vinden in Tafel X
„ *c b a*, de straalbuiging van den onderrand . . . . „ „ „ „ XIII
„ *o c b*, het verschilzigt in hoogte . . . . „ „ „ „ XII
„ *c o d*, de ware halve middellijn der zon . . . . . „ „ „ „ XVI
of in den zeemansalmanak.

Past men achtereenvolgens deze verbeteringen toe, en noemen wij de hoogte boven den schijnbaren horizon de locale hoogte, dan is, als wij *eb* voor den schijnbaren horizon *fg* nemen:

Gemeten ⊙ hoogte = hoek *a b h*
Kimduiking = „ *e b h* (—)
Schijnbare ⊙ loc. hoogte = hoek *a b e*
Straalbuiging = „ *a b c* (—)
Ware ⊙ loc. hoogte = hoek *c b e*
Verschilz. in hoogte = „ *b c o* (+)
Ware ⊙ hoogte = hoek *c o i*
Ware ⊙ halve midd. = „ *c o d* (+)
Ware ⊙ hoogte = hoek *d o i*

Bij de herleiding van eene bovenrands- tot ware middelpuntshoogte, blijft al het vorige onveranderd, met uitzondering van de ware halve middellijn, die van de ware bovenrandshoogte wordt afgetrokken.

Het kan gebeuren, dat men de schijnbare locale en de ware middelpuntshoogte van de zon begeert te kennen. In dat geval past men op de schijnbare locale hoogte van den rand eerst de schijnbare halve middellijn (door Tafel XIX verbeterd) toe, en zoekt vervolgens de straalbuiging voor de schijnbare locale hoogte van het middelpunt. De aldus gevonden middelpuntshoogte, met die straalbuiging verminderd en met het verschilzigt in hoogte vermeerderd, zal dan de gevraagde ware hoogte zijn.

De bewerking is als volgt:

Gemeten ⊙ hoogte = hoek *a b h*
Kimduiking = „ *e b h* (—)
Schijnb. ⊙ loc. hoogte = hoek *a b e*
Door Tafel XIX verbeterde halve midd. = „ *a b d'* (+)
Gevraagde schijnb. ⊖ loc. hoogte = hoek *d' b e*
Straalbuiging = „ *d' b d* (—)
Ware ⊖ loc. hoogte = hoek *d b e*
Verschilzigt in hoogte = „ *o d b* (+)
Gevraagde ware ⊖ hoogte = hoek *d o i*

Is de hoogte van de zon met den artificiëelen horizon gemeten, dan vervalt de verbetering voor de kimduiking. De gemeten hoogte, voor index-correctie verbeterd, en daarna door 2 gedeeld, bladz. 396, I[e] Deel, is de schijnbare locale hoogte van den rand, waarop vervolgens de andere verbeteringen worden toegepast, zooals boven is aangewezen. In gewone gevallen en bijaldien de stand van den barometer en den thermometer in de vraagstukken niet is aangegeven, wordt de middelbare straalbuiging gebezigd.

Voorbeeld. Den 1[sten] Mei 18.. is, met het oog 16 Rijnl. voeten boven water, de onderrandshoogte der zon gemeten 7°12'30". Men vraagt de ware middelpuntshoogte.

Men vindt in den alm. 1 Mei 18 . . ⊙ ½ midd. = 15'54".

	Gemeten $\underline{\odot}$ hoogte = 7°12′30″
	Kimduiking = 3′58″
Straalb. voor 7°5′ = 7′20″	Schijnb. $\underline{\odot}$ loc. hoogte = 7° 8′32″
Verb. „ 3′ = 3″	Straalbuiging = 7′17″
Straalb. „ 7°8′ = 7′17″	Ware $\underline{\odot}$ loc. hoogte = 7° 1′15″
	Verschilz. in hoogte = 8″
	Ware halve midd. = 15′54″
	Ware $\ominus$ hoogte = 7°17′17″.

Voorbeeld. Den 12[den] Junij 18.. wordt de bovenrandshoogte der zon gemeten 10°4′50″. Men vraagt de schijnbare en de ware middelpuntshoogte, als de hoogte van het oog boven water 24 Rijnl. voeten, de stand van den barometer 28 Eng. duimen en die van den thermometer 40° FAHRENHEIT bedraagt.

In den almanak vindt men: 12 Junij ⊙ ½ midd. = 15′47″.

⊙ ware ½ midd. . . = 15′47″	Gemeten $\overline{\odot}$ hoogte = 10° 4′50″
Tafel XIX . . . . = 9″	Kimduiking = 4′52″
⊙ schijnb. ½ midd. = 15′38″	Schijnb. $\overline{\odot}$ loc. hoogte = 9°59′58″
	Schijnb. ⊙ ½ midd. = 15′38″
Middelb. straalb. voor 9°45′ = 5′27″,1	Schijnb. $\ominus$ loc. hoogte = 9°44′20″
Verbetering „ barom. = 22″,4 (—)	Straalbuiging = 5′12″
„ „ therm. = 7″,5 (+)	Ware $\ominus$ loc. hoogte = 9°39′ 8″
Ware straalb. = 5′12″,2	Verschilz. in hoogte = 8″
	Ware $\ominus$ hoogte = 9°39′16″.

b. HERLEIDING VAN EENE GEMETEN RANDSHOOGTE DER MAAN TOT WARE MIDDELPUNTSHOOGTE.

Bij de verbetering van eene gemeten maanshoogte, herinnere men zich:

1°. dat het equatoriaal horizontaal verschilzigt uit den almanak, voor de Breedte des waarnemers, met behulp van Tafel XVIII verbeterd moet worden;

2°. dat in Tafel XX de twee verbeteringen, verschilzigt in hoogte en straalbuiging, zijn te zamen getrokken;

3°. dat de verbetering uit Tafel XIV voor den barometer- en thermometerstand met het omgekeerde teeken op den term van Tafel XX behoort te worden toegepast;

4°. dat de ware halve middellijn uit den almanak met behulp van de Tafels XVII en XIX schijnbaar gemaakt wordt, indien tevens de schijnbare locale middelpuntshoogte der maan gevraagd wordt. Eene aanschouwelijke voorstelling van den loop der achtereenvolgende verbeteringen zal wel overbodig zijn. Wij verwijzen dus den lezer, omtrent den aard der bewerking, naar onderstaande voorbeelden.

Voorbeeld. Den 15[den] April 18.., zijnde op 40° N. Breedte en 52°10′ O. Lengte, is des morgens te 4[u] 12′52″ middelbaren tijd aan

boord, met het oog 30 Rijnl. voeten boven water, waargenomen de onderrandshoogte der maan 12°10′14″. Men vraagt hare ware middelpuntshoogte.

In den almanak vindt men:

14 April te 12^{u} Greenw. ☾ ½ midd. = 14′58″,6 . . . . ☾ equat. h. verschilz. = 54′50″,1
15 „ „ 0^{u} „ „ = 15′ 2″,7 „ „ „ 55′ 5″,2
\+ 4″,1 + 15″,1

O. Lengte = 52°10′
in tijd = 3^{u}28′40″
14 April middelb. tijd a/b = 16^{u}12′52″
14 „ tijd Greenw. = 12^{u}44′12″

te 12^{u} ☾ ½ midd. = 14′58″,6
in 44′,2 verand. = + 0″,3
☾ ½ midd. = 14′59″.

(XX) Verschilz. — straalb. = 48′22″
Voor 4′ hoogte = 0
„ 47″ verschilz. = 46
Term Tafel XX = 49′ 8″

te 12^{u} ☾ equat. h. verschilz. = 54′50″,1
in 44′,2 verand. = + 0″,9
☾ equat. h. verschilz. = 54′51″
(XVIII) voor 40° Br. = − 4″,5
☾ horizont. verschilz. = 54′46″,5.

Gemeten ☾ hoogte = 12°10′14″
Kimduiking = 5′26″
Schijnb. ☾ loc. hoogte = 12° 4′48″
Term Tafel XX = 49′ 8″
Ware ☾ hoogte = 12°53′56″
Ware ½ midd. = 14′59″
Ware ☾ hoogte = 13° 8′55″.

Voorbeeld. Den 18^{den} October 18.., zijnde op 12°18′16″ O. Lengte en 24° Z. Breedte, is des avonds te 8^{u} 14′ middelbaren tijd aan boord, met het oog 25 Rijnl. voeten boven water, waargenomen de bovenrandshoogte der maan 17°18′20″. Als de stand van den barometer 28 Eng. dm. en die van den thermometer 24° FAHR. is, vraagt men de schijnbare en de ware middelpuntshoogte der maan.

In den almanak vindt men:

18 Oct. te 0^{u} Greenw. ☾ ½ midd. = 14′49″,8 . . ☾ equat. h. verschilz. = 54′17″,9
„ „ 12^{u} „ „ = 14′48″,8 „ „ „ = 54′11″,2
— 1″,8 — 6″,7

O. Lengte = 12°18′16″
in tijd = 0^{u}49′13″
18 Oct. middelb. tijd a/b = 8^{u}14′
18 „ tijd Greenw. = 7^{u}24′47″

te 0^{u} ☾ ½ midd. = 14′49″,8
in 7^{u} 24′ verand. = − 1″,1
☾ ware ½ midd. = 14′48″,7
(XVII) voor 17° = − 4″,5
(XIX) „ „ = − 2″,5
☾ schijnb. ½ midd. = 14′50″,7

(XX) Verschilz. — straalb. = 48′32″
Voor 8′ hoogte = 0″
„ 12″ verschilz. = + 12″
(XIV) A „ thermom. = − 12″
(XIV) B „ barom. = + 13″
Term Tafel XX = 48′45″.

te 0^{u} ☾ equat. h. verschilz. = 54′17″,9
in 7^{u} 24′ verand. = − 4″,2
☾ equat. h. verschilz. = 54′13″,7
(XVIII) voor 24° Br. = − 1″,8
☾ horizont. verschilz. = 54′12″.

Gemeten ☾ hoogte = 17°18′20″
Kimduiking = 4′58″
Schijnb. ☾ loc. hoogte = 17°13′22″
Schijnb. ½ midd. = 14′51″
Schijnb. ☾ loc. hoogte = 16°58′31″
Term Tafel XX = 48′45″
Ware ☾ hoogte = 17°47′16″.

c. HERLEIDING VAN DE GEMETEN HOOGTE EENER PLANEET TOT WARE MIDDELPUNTSHOOGTE.

De gemeten hoogte van eene planeet wordt volkomen op dezelfde wijze tot middelpuntshoogte herleid, als eene zonshoogte.

Is, zooals meestal aan boord gebeurt, de hoogte van het middelpunt der planeet gemeten, dan vervalt uit den aard der zaak de toepassing der halve middellijn.

Voorbeeld. Den 12den Maart 18.., met het oog 15 Rijnl. voeten boven water, is de middelpuntshoogte van Venus gemeten 20°15′40″; men vraagt de ware middelpuntshoogte.

In den almanak vindt men:

11 Maart ♀ equat. horizont. verschilz. = 13″,9
16 „ „ „ „ 14″,8.

Gemeten hoogte ♀ = 20°15′40″
Kimduiking = 3′51″
Schijnb. loc. hoogte = 20°11′49″
Straalbuiging = 2′37″
Ware loc. hoogte = 20° 9′12″
(XII) Verschilz. in hoogte = 13″
Ware hoogte ♀ = 20° 9′25″.

d. HERLEIDING VAN DE GEMETEN HOOGTE EENER STER TOT WARE HOOGTE.

Dewijl de ster zich op een oneindigen afstand van ons bevindt en zich immer als eene stip vertoont, vervalt de verbetering der hoogte voor verschilzigt en halve middellijn, en worden mitsdien alleen de kimduiking en de straalbuiging toegepast.

Voorbeeld. Men heeft eene stershoogte waargenomen van 10°15′27″, staande met het oog 14 Rijnl. voeten boven water. Men vraagt de ware hoogte van die ster.

Gemeten hoogte ✱ = 10°15′27″
Kimduiking = 3′43″
Schijnb. hoogte ✱ = 10°11′44″
Straalbuiging = 5′14″
Ware hoogte ✱ = 10° 6′30″.

VII. DE INVLOED VAN DE AFGEPLATTE GEDAANTE DER AARDE OP DE HOOGTE DER HEMELLICHTEN.

Ofschoon in verreweg de meeste gevallen der zeevaartkunde, de medegedeelde wijze ter verbetering van waargenomen hoogten voldoend naauwkeurig zal wezen, zoo kan het echter in sommige gevallen, zooals bij de maansafstanden, wenschelijk worden geacht, dat men bekend zij met den invloed, dien de afgeplatte gedaante der aarde op de hoogten uitoefent, ten einde haar ook daarvan te bevrijden.

Zij $EBPQ$, fig. 161, een gedeelte van een meridiaan der afgeplatte aarde, B een waarnemer, OBT' de verlengde aardstraal en BT de rigting van het paslood in B, dan is T het geographisch, T' het geocentrisch zenith en TT' het verschil tusschen de geographische en de geocentrische Breedte van het punt B, voorgesteld door $(\varphi - \varphi')$.

Is voorts S een hemellicht, buiten het vlak van den meridiaan gelegen, dan zal TS, de geographische topsafstand, het complement zijn van de hoogte, die men aan boord meet, terwijl streng genomen, $T'S$ of de geocentrische topsafstand, in verband met de geocentrische coördinaten van het hemellicht, in de berekening moet gebezigd worden.

Zetten wij op ST een boog $SR = ST'$ af, dan is TR, in dezen stand van het hemellicht, het verschil tusschen de genoemde topsafstanden en mitsdien ook dat tusschen de geographische en geocentrische hoogten. In deze beschouwing is de geographische hoogte voor kimduiking en straalbuiging verbeterd en mitsdien eene ware locale hoogte. Dewijl $(\varphi - \varphi')$ klein is, zoo mag driehoek $TT'R$ als plat en als regthoekig in R beschouwd worden.

Dit geeft ons:

$$RT = TT' \cos T'TS$$
$$= (\varphi - \varphi') \cos T'TS$$
$$= -(\varphi - \varphi') \cos STN$$

waarin $STN = A$ het azimuth van het hemellicht voorstelt.

Voorts is

$$T'S = TS - RT$$

en dus

$$90^\circ - \text{geoc. loc. hoogte} = 90^\circ - \text{geograph. loc. hoogte} - RT$$

of

$$\text{geocent. loc. hoogte} = \text{geograph. loc. hoogte} - (\varphi - \varphi') \cos A.$$

A wordt gerekend van het punt des horizons, dat gelijknamig is met de Breedte; op het teeken van $\cos A$ moet acht gegeven worden.

Bevindt zich het hemellicht in den bovensten meridiaan, dan is $\cos A = -1$ en het verschil der beide hoogten $(\varphi - \varphi')$ bereikt zijne

grootste waarde. Staat het hemellicht daarentegen in den eersten vertikaal, dan is het bedoelde verschil gelijk nul.

Neemt men in aanmerking, dat op 45° Breedte $(\varphi - \varphi') = 11'30''$ is, dan zal men de noodzakelijkheid bevroeden, om bij berekeningen, waar het op groote naauwkeurigheid aankomt, de bovenbedoelde herleiding te verrigten. In de gevallen der zeevaartkunde, waarbij zulks niet mag nagelaten worden, zullen wij daartoe de noodige wenken geven.

Ook het verschilzigt in hoogte moet door de verandering der hoogte gewijzigd worden. Immers zal de vroeger gevonden formule

$$p = P \cos h$$

door de verandering van h in $h - (\varphi - \varphi') \cos A$, moeten overgaan in

$$p' = P \cos (h - (\varphi - \varphi') \cos A)$$

en het genoemde verschilzigt zal dus in de gevallen, waarbij de geocentrische hoogte gebezigd wordt, niet uit de tafel mogen genomen, maar regtstreeks berekend moeten worden.

Voorbeeld. Den 15^{den} Julij 18.., zijnde op 50° N. Breedte en 20°10′ O. Lengte, is des morgens te 4^u 16′12″ middelbaren tijd aan boord, waargenomen de onderrandshoogte der maan 28°50′20″. Men vraagt de ware geocentrische middelpuntshoogte, als de hoogte des waarnemers 20 Rijnl. voeten en het ware azimuth der maan N 160° O is.

In den almanak vindt men:

14 Julij te 12^u Greenw. ☾ ½ midd.	= 16′11″,2	☾ equat. h. verschilz.	= 59′15,″9
15 „ „ 0^u „ „	= 16′13″,8	„ „ „	= 59′25″,4
	+ 2″,6		+ 9″,5.

O. Lengte = 20°10′
in tijd = 1^{u}20′40″
14 Julij middelb. tijd a/b = 16^{u}16′12″
„ tijd Greenw. = 14^{u}55′32″.

te 12^u ☾ ½ midd. = 16′11″,2
in 2^u 55′ verand. = + 0″,6
☾ ½ midd. = 16′11″,8.

te 12^u ☾ equat. h. verschilz. = 59′15″,9
in 2^u 55′ verand. = + 2″,1
☾ equat. h. verschilz. = 59′18″,0
(XVIII) voor 50° Br. = − 6″,9
☾ horizont. verschilz. = 59′11″.

Gemeten ☾ hoogte	= 28°50′20″		
Kimduiking	= 4′27″		
Schijnb. ☾ loc. geogr. h.	= 28°45′53″	$(\varphi - \varphi') = 11'20'' = 680''$	log = 2,832509
Straalbuiging	= 1′46″	$A =$ 160°	cos = 9,972986(—)
Ware ☾ loc. geogr. h.	= 28°44′ 7″		log verb. = 2,805495(—)
Verb. voor afplatt.	= 10′39″	. . . .	verb. = 639″=10′39″
Ware ☾ loc. geoc. h.	= 28°54′46″	. . . .	cos = 9,942185
Verschilz. in hoogte	= 51′48	H. verschilz. = 59′11″ = 3551″	log = 3,550351
Ware ☾ geoc. hoogte	= 29°46′34″		log verschilz. in hoogte = 3,492536
Ware ½ midd.	= 16′12″		Verschilz. in hoogte = 3108″
Ware ☾ geoc. hoogte	= 30° 2′46″		= 51′48″.

Door de gemeten hoogte op de gewone wijze te verbeteren, zou men vinden:

Tafel XX geeft voor	Gemeten ☾ hoogte = 28°50′20″
28°40′ hoogte en 59′ 0″ verschilz. = 50′ 1″	Kimduiking = 4′27″
6′ „ = − 2″	Schijnb. ☾ loc. hoogte = 28°45′53″
11″ „ = + 10″	Term Tafel XX = 50′ 9″
Term Tafel XX = 50′ 9″.	Ware ☾ hoogte = 29°36′ 2″
	Ware ½ midd. = 16′12″
	Ware ☾ hoogte = 29°52′14″.

De geographische hoogte is dus 10′32″ kleiner dan de geocentrische. Volgt men bij de verbetering der gemeten hoogte de aangegeven methode, dan zal men daardoor eene naauwkeurigheid bereiken, die in de gevallen, waarbij men zich met de gewone verbeteringswijze niet tevreden mag stellen, volkomen aan het doel zal beantwoorden.

In de eigenlijke sterrekunde bezigt men voor het verschilzigt, en inzonderheid voor dat der maan, meer strenge formulen, dan die, welke hier zijn opgegeven. Wij verwijzen voor meer bijzonderheden over dit onderwerp naar het meergemelde werk van BRÜNNOW, bladz. 155.

VIII. HERLEIDING VAN EENE WARE TOT SCHIJNBARE HOOGTE.

De ware hoogte van eenig hemellicht kan, zoo als wij later zien zullen, door berekening uit den parallaktischen driehoek gevonden worden. Is bij die berekening de geocentrische Breedte gebezigd, dan verkrijgt men de geocentrische hoogte tot uitkomst, en anders de geographische. Verlangt men die hoogten schijnbaar te maken, d. i. te herleiden tot hetgeen zij zouden geweest zijn, als zij door een waarnemer op het oppervlak van de aarde waren waargenomen, dan handelt men juist in omgekeerden zin van dien, welke bij de herleiding van schijnbare tot ware hoogten is aangewezen.

Daardoor begaat men echter de fout, van de straalbuiging te zoeken voor de ware hoogte, terwijl het argument van de tafel de schijnbare is. Men ontgaat dat bezwaar, door de gevonden schijnbare hoogte als eene benaderde waarde te beschouwen, met deze andermaal de straalbuiging te zoeken, en vervolgens die verbeterde waarde op de ware hoogte toe te passen.

Voorbeeld. De berekende ware zonshoogte zij 8°6′40″. Men vraagt de schijnbare locale hoogte.

Ware ⊙ hoogte = 8° 6'40" . . . . 8° 6'40"
Straalb. voor 8°6' = 6'29",2
Verschilz. = 8",5
Verbetering = 6'20",7 . . . . . . = 6'21"
Benaderde schijnb. hoogte = 8°13' 1"
Straalb. voor 8°13' = 6'24"
Verschilz. = 8",5
Verbetering = 6'15",5 . . . . 6'16"
Gevraagde schijnb. loc. hoogte = 8°12'56".

Voorbeeld. Den 26[sten] Augustus 18.. is des avonds te 7ᵘ 14'24" middelbaren tijd aan boord, door berekening de ware hoogte der maan gevonden 10°15'20". Als men zich toen op 42° Z. Breedte en 121°10' W. Lengte bevond, welke was dan de schijnbare locale hoogte der maan?

Men vindt in den almanak:

26 Aug. te 12ᵘ Greenw. ☾ equat. horizont. verschilz. = 54'14",4
27 „ „ 0ᵘ „ „ „ „ = 54'17",8
+ 3",4.

W. Lengte = 121°10'
in tijd = 8ᵘ 4'40"
26 Aug. middelb. tijd a/b = 7ᵘ14'24"
26 „ tijd Greenw. = 15ᵘ19' 4".

te 12ᵘ ☾ equat. h. verschilz. = 54'14",4
in 3ᵘ 19' verand. = + 0",9
☾ equat. horiz. verschilz. = 54'15",3
(XVIII) voor 42° Br. = 4",8
☾ horizont. verschilz. = 54'10",5.

Ware ☾ hoogte = 10°15'20" . . . . 10°15'20"
voor 10°15' H. en 54'10" V. geeft Tafel XX = 48' 7"
Benaderde schijnb. hoogte = 9°27'13"
Voor 9°27' S. H. en 54'10 V. geeft Tafel XX = 47'50"
Gevraagde schijnb. loc. hoogte = 9°27'30".

IX. HERLEIDING VAN DE HOOGTE TOT EEN ANDER ZENITH.

De gedurige plaatsverandering van het schip kan de noodzakelijkheid doen ontstaan, om de hoogte, die op eene plaats gemeten is, te herleiden tot hetgeen zij zou geweest zijn, bijaldien die waarneming op hetzelfde oogenblik op eene andere plaats ware geschied.

Zij TP, fig. 162, de meridiaan, T het toppunt der waarnemingsplaats en S een hemellicht, dan is $TS = 90° - h$ de topsafstand van dat hemellicht. Is voorts T' het toppunt van eene andere plaats, dan zal op dat oogenblik $T'S = 90° - h'$ de topsafstand van het hemellicht voor die plaats zijn. Blijkbaar stelt $TT' = m$ de verheid tusschen de beide plaatsen, hoek $T'TP$ den koershoek en hoek STP het azimuth van het hemellicht voor.

Om h' te bepalen, hebben wij in den bolvormigen driehoek $T'TS$:

$$\cos T'S = \cos TT' \cos TS + \cos T'TS \sin TT' \sin TS$$

of, als wij den hoek $T'TS$, die het verschil is tusschen het azimuth van het hemellicht en den koershoek, φ noemen:

$$\sin h' = \sin h \cos m + \cos \varphi \cos h \sin m.$$

Zij verder $h' = (h + x)$ en is dus x de verbetering, die op de hoogte h moet worden toegepast om h' te doen kennen, dan hebben wij, na ontwikkeling:

$$\sin h \cos x + \cos h \sin x = \sin h \cos m + \cos \varphi \cos h \sin m.$$

Stellen wij, hetgeen veroorloofd is,

$$\left.\begin{matrix}\cos m \\ \cos x\end{matrix}\right\} = 1, \quad \left.\begin{matrix}\sin m \\ \sin x\end{matrix}\right\} = \begin{matrix}m \sin 1'' \\ x \sin 1''\end{matrix}$$

an gaat de vergelijking over in

$$\sin h + \cos h\, x \sin 1'' = \sin h + \cos \varphi\, m \cos h \sin 1''$$

waaruit

$$x = m \cos \varphi$$

en dus

$$h' = h + x = h + m \cos \varphi.$$

Is $\varphi < 90°$ dan is de verbetering positief;
„ $\varphi = 90°$ „ „ „ „ nul
„ $\varphi > 90°$ „ „ „ „ negatief.

Zooals uit de figuur blijkt, behoort het azimuth van het hemellicht gemeten te worden of bekend te zijn, tijdens de waarneming van de hoogte, die gereduceerd moet worden. Eene peiling met het azimuthkompas is daartoe voldoende.

Om te bepalen of de hoek φ scherp, dan wel stomp is, handelt men het veiligst, door eene figuur te teekenen, waarin men den koers van het schip en de peiling afzet en aan het toppunt T' de plaats geeft, die het ten opzigte van het toppunt T op dat oogenblik inneemt.

Men vraagt b.v. als de koers van het schip NO en de peiling der zon, tijdens eene hoogtewaarneming te 8^u OZO is, de waarde van den hoek φ, om die hoogte te herleiden, tot hetgeen zij zou geweest zijn op de plaats, waar men zich te 10^u zal bevinden, in de vooronderstelling, dat in dien koers geene verandering gebragt wordt.

Laat daartoe NZ, fig. 163, eene willekeurige Noord- en Zuidlijn en T het toppunt van de waarnemingsplaats te 8^u beteekenen. Trekt men nu TR zoodanig, dat hoek $NTR = 4$ streken is, dan zal deze lijn de koerslijn van het schip en b.v. het punt T' het toppunt der plaats zijn, alwaar het schip zich te 10^u bevindt. Stelt dan hoek $ZTS = 6$ streken de peiling van de zon voor te 8^u, dan is klaarblijkelijk

$$\text{hoek } T'TS = \varphi = 16 - (4 + 6) = 6 \text{ streken.}$$

Was daarentegen de hoek φ gevraagd, indien men bij denzelfden

koers, de hoogte te 8^u had willen herleiden, tot hetgeen zij zou geweest zijn op de plaats, waar men zich te 7^u heeft bevonden, dan zou T'' het bedoelde toppunt geweest zijn, en men vindt

$$\text{hoek } T''TS = 4 + 6 = 10 \text{ streken.}$$

Voorbeeld. Tijdens de waarneming van eene hoogte, wordt een hemellicht gepeild 5 streken van het achterschip. Men vraagt den hoek φ, als de hoogte herleid moet worden tot het toppunt eener plaats, alwaar men zich vroeger, bij onveranderden koers, heeft bevonden.

Zij AB, fig. 164, eene willekeurige koerslijn en T het toppunt der waarnemingsplaats. Is dan het voorschip naar A gerigt, dan zal TS de peiling zijn, als hoek $BTS = 5$ streken is genomen, terwijl T' het toppunt zal zijn der plaats, waar het schip vroeger was. Hoek $T'TS = \varphi$ is klaarblijkelijk 5 streken.

Had men hetzelfde gevraagd voor eene plaats T'', waar het schip later komt, dan zou

$$\text{hoek } T''TS = 16 - 5 = 11 \text{ streken}$$

de gevraagde hoek zijn.

Stuurt men tusschen de oogenblikken, waarop men zich in T en T' of T'' bevindt, verschillende koersen, dan koppelt men die op de gebruikelijke wijze en zet den generalen koers af, terwijl de peiling ten opzigte van dien generalen koers gerekend wordt.

De berekening van x geschiedt, als men φ kent, het gemakkelijkst met behulp van de streektafel, dewijl φ gemeenlijk in streken is uitgedrukt. De overeenstemming namelijk der formulen

$$x = m \cos \varphi \quad \text{en} \quad \text{verand. Breedte} = V \cos K$$

maakt, dat men in de streektafel met den hoek φ als koers, onmiddellijk het getal x vindt, in de kolom veranderde Breedte, naast de verheid V of m.

Voorbeeld. Men heeft met het oog 10 Rijnl. voeten boven water, des morgens te $10^u\ 6'$ van den 1sten April 18.., eene onderrandshoogte der zon gemeten van $30°6'10''$. Men vraagt de ware hoogte van de zon voor de plaats, alwaar het schip zich te $11^u\ 36'$ bevindt, als de koers van het schip NNW 8 mijl per wacht en de peiling van de zon tijdens de waarneming NO was.

2^e tijd	$= 11^u36'$	Verheid in 4^u . . . . $32'$
1^e „	$= 10^u\ 6'$	„ „ $1^u30'$ . . $12' = m$
tijdsverloop	$= 1^u30'$.	

Blijkens fig. 165 is

$$\varphi = T'TN + NTS = 2 + 4 = 6 \text{ streken.}$$

Men vindt in 6 streken, naast $12'$ verh., verand. Br. $= 4',6 = x$.

De verdere bewerking is dan als volgt:

$$
\begin{array}{rl}
\text{Gemeten } \underline{\odot} \text{ hoogte} = & 30^\circ\ 6'10'' \\
\text{Kimduiking} = & 3'\ 8'' \\
\hline
\text{Schijnb. } \underline{\odot} \text{ loc. hoogte} = & 30^\circ\ 3'\ 2'' \\
\text{Straalbuiging} = & 1'40'',5 \\
\hline
\text{Ware } \underline{\odot} \text{ loc. hoogte} = & 30^\circ\ 1'21'',5 \\
\text{Verschilzigt} = & 7'' \\
\text{Halve midd.} = & 16'\ 2'' \\
\hline
\text{Ware } \ominus \text{ hoogte} = & 30^\circ17'31'' \\
\text{Herleiding} = x = & +\ 4'36'' \\
\hline
\text{Herleide hoogte} = & 30^\circ22'\ 7''.
\end{array}
$$

Voorbeeld. Des morgens te 11ᵘ van zekeren dag heeft men eene zonshoogte gemeten en de zon daarbij gepeild Z ½ O. Indien het schip van 11ᵘ tot 12ᵘ heeft gestuurd NO ¼ O, 6 mijl per wacht, van 12ᵘ tot 1ᵘ O t. N 7 mijl en van 1ᵘ tot 2ᵘ NO t. O 9 mijl, vraagt men de verbetering, om die hoogte te herleiden tot de plaats, alwaar het schip zich te 2ᵘ heeft bevonden.

Zoeken wij eerst den generalen koers en de verheid, met behulp van het koppeltafeltje naar het plat.

Wij hebben dan

Koers	Str.	Verh.	Veranderd. N	Veranderd. O
NO ¼ O	4 ¼	6′	4′,0	4′,4
O t N	7	7	1 ,4	6 ,9
NO t O	5	9	5 ,0	7 ,5
			10′,4	18′,8

$$\text{tang koers} = \frac{18,8}{10,4} = 1,808 \quad \text{koers} = 5\tfrac{1}{4} \text{ streek.}$$

In 5¼ streek geeft 18′,8 afw. 22′ verh.
dus $m = 22'$.

Met behulp eener figuur vindt men

$$\varphi = 16 - 5\tfrac{3}{4} = 10\tfrac{1}{4} \text{ streek}$$

en ten slotte

in 5¾ streek naast 22′ verh. verand. Br. $= x = 9',4$
Gevraagde verbetering = — 9′24″.

TWEEDE HOOFDSTUK.

TIJDSBEPALING.

I. DOOR EENE ENKELE HOOGTE VAN EEN HEMELLICHT.

Wij hebben in de sterrekunde geleerd, bladz. 139, I[e] Deel, wat te verstaan zij door den uurhoek van een hemellicht, en zullen thans overgaan tot de beschouwing van de wijze, waarop aan boord de grootte van dien hoek bepaald, en de middelbare tijd daaruit afgeleid kan worden.

a. BEPALING VAN DEN UURHOEK.

Zij *S*, fig. 172, een hemellicht, *T* het toppunt der waarnemingsplaats en *P* de pool des hemels, dan is de bolvormige driehoek *TPS*, gevormd door de groote cirkels *TS*,*SP* en *PT*, de ons bekende parallaktische driehoek en daarin hoek *TPS* de uurhoek van het hemellicht. Heeft men op een geschikt oogenblik de hoogte van het hemellicht gemeten en tot ware middelpuntshoogte herleid, en zijn voorts de declinatie van het hemellicht voor dat oogenblik en de Breedte der waarnemingsplaats bekend, dan bezit men in den genoemden driehoek genoegzame gegevens om den uurhoek *TPS* te berekenen.

Noemen wij

P den uurhoek van het hemellicht
h de hoogte „ „ „
d de declinatie „ „ „
$\triangle$ den poolsafstand „ „
(gelijk aan $90^\circ \mp d$, naar gelang dat de declinatie gelijk- of ongelijknamig is met de Breedte)
b de Breedte der waarnemingsplaats

dan is, in den genoemden driehoek,

$$\cos TS = \cos TP \cos PS + \cos P \sin TP \sin PS$$

of

$$\sin h = \sin b \cos \triangle + \cos P \cos b \sin \triangle$$

waaruit

$$\cos P = \frac{\sin h - \sin b \cos \triangle}{\cos b \sin \triangle}$$

of, dewijl $\cos P = 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} P$ is,

$$2 \sin^2 \tfrac{1}{2} P = 1 - \frac{\sin h - \sin b \cos \triangle}{\cos b \sin \triangle}$$

$$= \frac{\cos b \sin \triangle + \sin b \cos \triangle - \sin h}{\cos b \sin \triangle}$$

$$= \frac{\sin (b + \triangle) - \sin h}{\cos b \sin \triangle}$$

$$= \frac{2 \cos \frac{1}{2} (b + \triangle + h) . \sin \frac{1}{2} (b + \triangle - h)}{\cos b \sin \triangle} .$$

Stellen wij

$$\tfrac{1}{2} (b + \triangle + h) = \Sigma$$

dan is

$$\tfrac{1}{2} (b + \triangle - h) = \Sigma - h$$

en dus

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} P = \frac{\cos \Sigma \sin (\Sigma - h)}{\cos b \sin \triangle}$$

waaruit, na worteltrekking,

$$\text{(I)} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \sin \tfrac{1}{2} P = \pm \sqrt{\left\{ \frac{\cos \Sigma \sin (\Sigma - h)}{\cos b \sin \triangle} \right\}} .$$

$\frac{1}{2}$ P hierdoor bekend zijnde, wordt P verder ligtelijk bepaald.

Het dubbele teeken, dat men voor sin $\frac{1}{2}$ P verkrijgt, duidt aan, dat er voor dezelfde waarden van b, $\triangle$ en h, twee uurhoeken bestaan, waarvan de eene TPS, oostwaarts, de andere TPS_1, westwaarts van den meridaan gelegen is. In de praktijk bestaat er geene moeijelijkheid omtrent de keuze, welke der genoemde uurhoeken gebezigd moet worden, dewijl men zich bij de waarneming der hoogte ligtelijk kan overtuigen, of het hemellicht rijst dan wel daalt. In het eerste geval toch vindt men een oostelijken, in het laatste geval een westelijken uurhoek.

De genoemde uurhoeken hebben eene zeer verschillende beteekenis. Let men namelijk op de rigting van de dagelijksche beweging des hemels, die in fig. 172 door den pijl wordt aangewezen, dan ontwaart men, dat de Oostelijke uurhoek te kennen geeft, hoeveel tijd er nog verloopen moet, alvorens het hemellicht in den meridiaan komt; de Westelijke daarentegen, hoeveel tijd er sedert den doorgang verloopen is, en het behoorlijk in acht nemen van deze bijzonderheid is van zeer veel gewigt, als men uit den uurhoek den tijd wil afleiden.

1⁰. Bepaling van den tijd uit den uurhoek der zon.

De uurhoek, dien men met behulp van formule (I) vindt, als de zon is waargenomen, is uitgedrukt in zonnetijd. De Westelijke uurhoek geeft onmiddellijk den waren tijd; doch de Oostelijke uurhoek moet eerst van 12^u worden afgetrokken, wil men den burgerlijken tijd verkrijgen.

Vindt men b. v. voor den Westelijken uurhoek van de zon 2^u, dan zijn er 2^u sedert den doorgang of den waren middag verloopen, en de ware tijd is dus 2^u 's namiddags.

Vindt men daarentegen dat de Oostelijke uurhoek 2^u is, dan zal zulks te kennen geven, dat er nog 2 zonne-uren moeten verloopen, voor dat de zon in den meridiaan komt, en dewijl wij op dat oogenblik 12^u tellen, is de ware tijd op het oogenblik der waarneming $12^u - 2^u = 10^u$'s voormiddags. Als men naar zeevaartkundigen tijd rekent, komt de gevonden uurhoek overeen met een Westelijken uurhoek, sedert den naast voorgaanden bovensten doorgang, d. i. met $24^u - 2^u = 22^u$.

Vraagt men den middelbaren tijd aan boord, dan wordt op den gevonden waren tijd, de tijdvereffening met haar teeken toegepast, zooals die aan den zeemansalmanak ontleend wordt.

2⁰. Bepaling van den tijd uit den uurhoek van de maan, eene planeet of eene vaste ster.

Heeft men de hoogte gemeten van een ander hemellicht dan de zon, en daarmede den uurhoek berekend, dan heeft die hoek wel de beteekenis, die wij in het algemeen daaraan verbonden zagen; doch de uurhoek is uitgedrukt in tijd van het waargenomen hemellicht en behoort alzoo eene herleiding te ondergaan, als men den waren of middelbaren tijd verlangt te kennen.

De bedoelde herleiding geschiedt het gemakkelijkst, met behulp van den sterretijd of de regte-opklimming van den meridiaan op het oogenblik der waarneming. Zooals wij vroeger zagen, is

$$\text{uurh.}\ \overset{\odot}{\underset{*}{☾}} + Æ\ \overset{\odot}{\underset{*}{☾}} = Æ\ \text{meridiaan}$$

en dus

$$\text{(II)} \ldots\ldots\quad \text{uurh.}\ \odot = \text{uurh.}\ \underset{*}{☾} + Æ\ \underset{*}{☾} - Æ\ \odot$$

zoodat wij, ter bepaling van den tijd uit den berekenden uurhoek, in dit geval de waarden van Æ ☾ of $*$ en Æ ⊙ in formule (II) hebben te substitueren om uurh. ⊙ op te lossen, als uurh. ☾ of $*$ gegeven is.

Ter voorkoming van vergissingen is het zaak, in dezen steeds met positieve grootheden te werken en alzoo den uurhoek van het waargenomen hemellicht steeds westelijk te nemen, waardoor dan ook de westelijke uurhoek der zon verkregen wordt.

Is de berekende uurhoek van het hemellicht oostelijk, dan wordt hij westelijk gemaakt, door hem van 24^u af te trekken. Mogt soms de regte-opklimming van den meridiaan kleiner zijn dan die van de zon, dan vermeerdere men haar met 24^u.

Bezigt men, bij de berekening van formule (II), de regte-opklimming van de ware zon, dan verkrijgt men waren tijd; doch wenscht men onmiddellijk middelbaren tijd te vinden, dan gebruike men de regte-opklimming der middelbare zon. Zooals men zich zal herinneren, wordt de laatstgenoemde verkregen, door op de regte-opklimming van de ware zon de tijdvereffening toe te passen met het teeken, waarmede zij in den almanak staat opgegeven.

Voorbeeld. De berekende Westelijke uurhoek van de maan zij 5^u 7′0″, hare regte-opklimming 6^u 5′14″, die van de zon 3^u 4′15″. Men vraagt den waren tijd aan boord.

Westelijke uurh. ☾ =	5^u 7′ 0″
Æ. ☾ =	6^u 5′14″
Æ meridiaan =	11^u12′14″
Æ ware ⊙ =	3^u 4′15″
Westelijke uurh. ⊙ =	8^u 7′59″
Ware tijd =	8^u 7′59″ des avonds.

Voorbeeld. Men vraagt als boven, doch de uurhoek der maan zij Oostelijk.

Oostelijke uurh. ☾ =	5^u 7′ 0″
dan is de Westelijke „ =	18^u53′ 0″
Æ. ☾ =	6^u 5′14″
Æ. meridiaan =	24^u58′14″
Æ. ware ⊙ =	3^u 4′15″
Westelijke uurh. ⊙ =	21^u53′59″
Ware tijd =	9^u53′59″ des voormiddags.

Voorbeeld. De berekende Westelijke uurhoek van Mars zij 10^u 12′40″, hare regte-opklimming 5^u 7′14″, die van de zon 18^u 14′27″. Men vraagt den waren tijd aan boord.

Westelijke uurh. ♂ =	10^u12′40″
Æ. ♂ =	5^u 7′14″
Æ. meridiaan =	15^u19′54″ + 24^u
Æ. ware ⊙ =	18^u14′27″
Westelijke uurh. ⊙ =	21^u 5′27″
Ware tijd =	9^u 5′27″ des voormiddags.

Voorbeeld. De Oostelijke uurhoek van Aldebaran zij 4^u 10′12″,

hare regte-opklimming $4^{u}\ 27'58''$, die van de zon $16^{u}\ 14'40''$ en de tijdvereffening op dat oogenblik $12'6''$ (bijtellen). Men vraagt den middelbaren tijd aan boord.

Æ. ware ⊙ = $16^{u}14'40''$
Tijdvereff. = $12'\ 6''$
Æ. middelb. ⊙ = $16^{u}26'46''$

Oostelijke uurh. ✱ = $4^{u}10'12''$
Westelijke „ = $19^{u}49'48''$
Æ. ✱ = $4^{u}27'58''$
Æ. meridiaan = $24^{u}17'46''$
Æ. middelb. ⊙ = $16^{u}26'46''$
West. uurh. middelb. ⊙ = $7^{u}51'\ 0''$
Middelb. tijd = $7^{u}51'\ 0''$ des avonds.

Bij de oplossing van vraagstukken, die op de tijdsbepaling, door andere hemellichten dan de zon, betrekking hebben, kan het soms gebeuren, dat men niet weet, of de berekende uurhoek Oostelijk dan wel Westelijk is. Men doet in dat geval het veiligst, door eene figuur te teekenen, waarin men het punt ♈ plaatst, met behulp van den gegisten tijd aan boord en de regte-opklimming der zon, en vervolgens van dat punt uitgaande, de regte-opklimming van het waargenomen hemellicht af te zetten. De stand van den declinatie-cirkel van het hemellicht, ten opzigte van den meridiaan, hierdoor ten naastenbij aangegeven zijnde, zal men onmiddellijk ontwaren als hoedanig de berekende uurhoek beschouwd moet worden.

Voorbeeld. Des middags te 3^{u} gegisten tijd aan boord, wordt de hoogte der maan waargenomen. Indien de regte-opklimming van de zon op dat oogenblik 2^{u} en die van de maan 23^{u} bedraagt, vraagt men te bepalen, of de uurhoek der maan Oostelijk dan wel Westelijk zal zijn.

Zij, fig. 166, *EQM* de equator, *EPQ* de meridiaan en de rigting der dagelijksche beweging door den pijl aangewezen, dan heeft men in acht te nemen, dat de regte-opklimming in eene tegenovergestelde rigting moet worden afgezet. Nu is

Gegiste westelijke uurh. ⊙ = 3^{u}
„ Æ ⊙ = 2^{u}
„ Æ meridiaan = 5^{u}.

Zet men dus, van het punt *E* te beginnen, een boog $E♈ = 5^{u}$ uit, dan is het punt ♈ in de figuur geplaatst en door den boog $♈EQM = 23^{u}$ te nemen, hetgeen het bedrag is van de regte-opklimming der maan, verkrijgen wij in *M* den voet van haren declinatie-cirkel. Blijkbaar is de maan reeds door den meridiaan gegaan en de uurhoek, dien men door de berekening vindt, westelijk.

Voorbeeld. De regte-opklimming der maan zij 8^{u} en de overige gegevens, als in het vorige vraagstuk. Men vraagt als boven.

Men neme weder den boog *E*♈, fig. 167, gelijk 5^{u}. Maakt men

vervolgens $\gamma EM' = 8^u$, dan is PM' de declinatie-cirkel der maan en haar uurhoek oostelijk, dewijl zij nog vóór den meridiaan staat.

In sommige leerboeken wordt als regel opgegeven, dat de uurhoek Oostelijk is, als de regte-opklimming van het hemellicht, die van den meridiaan overtreft, en omgekeerd. Zooals men echter uit het eerste voorbeeld ontwaart, gaat die regel niet altijd door. Het teekenen eener figuur, in voege als boven is aangegeven, is alzoo te verkiezen.

Men kan ook, met behulp van de doorgangstijden der maan en der planeten, die in den almanak staan opgegeven, beoordeelen of de berekende uurhoek Oostelijk dan wel Westelijk is. Is namelijk de gegiste tijd aan boord kleiner dan de bedoelde doorgangstijd, dan staat het hemellicht nog vóór den meridiaan, en de uurhoek is dus oostelijk. In het tegenovergestelde geval is hij westelijk.

3⁰. Toepasselijk gebruik aan boord.

Men vergenoegt zich in de praktijk nimmer met eene enkele hoogte van een hemellicht, ter bepaling van den uurhoek, maar neemt binnen een kort tijdsverloop eene reeks van eenige hoogten, teekent de daarbij behoorende aanwijzingen van een tijdmeter op en neemt uit beide het gemiddelde. Door deze handelwijs zullen toevallige waarnemingsfouten elkander kunnen opheffen, en zal dus eene grootere naauwkeurigheid bereikt worden, dan door eene enkele hoogte. Men gaat hierbij stilzwijgend uit van de vooronderstelling, dat de hoogteveranderingen evenredig zijn met de tijdsverloopen, en uit een streng wiskunstig oogpunt beschouwd, begaat men daardoor eene kleine fout. Deze fout is echter voor de zeevaartkunde van geen belang en wordt ruimschoots opgewogen door het voordeel, dat er gelegen is in de vernietiging van sommige onwillekeurige fouten in de waarneming. Men zie daarover BRÜNNOW, Lehrbuch der Sphärischen Astronomie, 2[te] Ausgabe, S. 279, en DUBOIS, Cours de Navigation, pag. 230.

De gemiddelde hoogte wordt, op de gebruikelijke wijze, tot ware middelpuntshoogte herleid.

Tot bepaling van de overige gegevens, die tot de berekening van den uurhoek en het daaruit afleiden van den middelbaren tijd moeten dienen, maakt men het bestek op, sedert de laatstvoorgaande naauwkeurige plaatsbepaling van het schip, en berekent daaruit de gegiste Breedte en Lengte voor het oogenblik der waarneming. Met de gegiste Lengte tot tijd gebragt en den gegisten tijd aan boord, zoekt men vervolgens den tijd te Greenwich, en bepaalt daarmede de grootheden uit den almanak, die men noodig heeft. Mogt het later blijken, dat de gegiste tijd veel van den werkelijken verschilt, dan moet de berekening herhaald worden, of althans de uitkomst eene verbetering ondergaan.

Verkieslijker is het, bijaldien men den stand en den gang des tijdmeters kent, waarvan de aanwijzing tijdens de waarneming is opgeteekend, daaruit den tijd te Greenwich af te leiden, zoo als later bij de Lengte door tijdmeters zal worden aangetoond.

Bevindt men zich aan wal, op eene reede, of in het gezigt van bekende landpunten, dan kan de waarnemer zijn standpunt met behulp van eene tafel van geographische ligging en door middel van peilingen naauwkeurig kennen.

Voorbeeld. Den 15^den^ Julij 18.., zijnde op 52°30′10″ N. Breedte en 112°6′8″ O. Lengte, worden, met het oog 15 Rijnl. voeten boven water, de navolgende onderrandshoogten der zon gemeten, op de daar nevens staande tijden volgens het horologie:

⊙ Hoogte	= 29° 0′10″	ongeveer te	$4^{u}50'\ 0''$	's namiddags
„	= 28°46′50″	„	„ $4^{u}51'12''$	„
„	= 28°32′ 0″	„	„ $4^{u}52'30''$	„

Men vraagt den middelbaren tijd aan boord, benevens het verschil tusschen de aanwijzing van het uurwerk en dien tijd.

In den almanak vindt men:

15 Julij te 0^{u} Greenw. ⊙ N. declin. =	21°31′13″,1	in 1^{u} verand. =	− 23″,34
„ „ „ Tijdvereff. =	5′36″,94	„ =	+ 0″,267
(Bijtellen bij den middelb. tijd).			
⊙ ½ midd. =	15′46″,4.		

De verandering van de declinatie en die van de tijdvereffening worden genomen tusschen den 14^den^ en den 15^den^ Julij.

O. Lengte =	112° 6′ 8″
in tijd =	$7^{u}28'24''$,5
15 Julij gegiste tijd a/b =	$4^{u}51'14''$
14 „ gegiste tijd Greenw. =	$21^{u}22'49''$,5
=	21^{u},38
15 Julij „ =	-2^{u},62

Aanw. uurwerk =	$4^{u}50'\ 0''$
„ =	$4^{u}51'12''$
„ =	$4^{u}52'30''$
Gemiddeld. =	$4^{u}51'14''$

⊙ hoogte =	29° 0′10″
„ =	28°46′50″
„ =	28°32′ 0″
Gemiddeld. =	28°46′20″.

te 0^{u} ⊙ N. declin. =	21°31′13″,1
in 2^{u},62 verand. =	+ 1′ 1″,2
⊙ N. declin. =	21°32′14″
△ =	68°27′46″

te 0^{u} Tijdvereff. =	5′36″,94
in 2^{u},62 verand. =	− 0″,70
Tijdvereff. =	5′36″,24

Gemeten ⊙ hoogte =	28°46′20″
Kimd. =	3′51″
Schijnb. ⊙ loc. hoogte =	28°42′29″
Straalb. =	1′46″
Ware ⊙ loc. hoogte =	28°40′43″
Verschilz. =	7″,2
½ midd. =	15′46″,4
Ware ⊙ hoogte =	28°56′37″.

b = 52°30'10" sec = 0,215581
△ = 68°27'46" cosec = 0,031434
h = 28°56'37"
2 Σ = 149°54'33"
Σ = 74°57'16" cos = 9,414283
Σ − h = 46° 0'39" sin = 9,857013
2 sin ½ P = 9,518311
sin ½ P = 9,759156
½ P = 2^{u}20'12",6
Westelijke uurh. = Ware tijd = P = 4^{u}40'25",2
Tijdvereff. = 5'36",2
Middelb. tijd a/b = 4^{u}46' 1",4 den 15den Julij des namiddags.
Aanw. horologie = 4^{u}51'14",0
Horologie voor = 0^u 5'12",6.

Voorbeeld. Den 21sten Augustus 18.., op 35°6' Z. Breedte en 19°18'45" W. Lengte, wordt, des morgens te 8^u 33' gegisten middelbaren tijd aan boord, de gemiddelde onderrandshoogte der zon bevonden 16°28'. Men vraagt den middelbaren tijd aan boord, als de hoogte van het oog 18 Rijnl. voeten is.

In den almanak vindt men:
21 Aug. te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 12°3'24",6 in 1^u verand. = — 49",83
" " " " " Tijdvereff. = 2'54",13 " " = — 0",604
(Aftrekken van den middelb. tijd).

W. Lengte = 19°18'45"
in tijd = 1^{u}17'15"
20 Aug. geg. tijd a/b = 20^{u}33'
20 Aug. geg. tijd Greenw. = 21^{u}50'15"
21 " " " " = − 2^u,16

te 0^u ⊙ N. declin. = 12°3'24",6
in 2^u,16 verand. = 1'47",6
⊙ N. declin. = 12°5'12",2
△ = 102°5'12",

te 0^u Tijdvereff. = 2'54",13
in 2^u,16 verand. = 1",30
Tijdvereff. = 2'55",43.

Gemeten ⊙ hoogte = 16°28' 0"
Kimd. = 4'13"
Schijnb. ⊙ loc. hoogte = 16°23'47"
Straalb. = 3'16"
Ware ⊙ loc. hoogte = 16°20'31"
½ midd. = 15'52"
Verschilz. = 8"
Ware ⊙ hoogte = 16°36'31".

b = 35° 6' 0" . . . sec = 0,087167
△ = 102° 5'12" . . cosec = 0,009735
h = 16°36'31"
Σ = 76°53'52" . . . cos = 9,355430
Σ − h = 60°17'21" . . . sin = 9,938789
2 sin ½ P = 9,391121
sin ½ P = 9,695560
½ P = 1^{u}58'58",0
Oostelijke uurh. = P = 3^{u}57'56",0
Ware tijd = 8^u 2' 4",0
Tijdvereff. = 2'55",4
Middelb. tijd = 8^u 4'59",4 den 21sten Aug. des morgens.

Voorbeeld. Den 2^{den} Augustus 18.., op 52°30′ N. Breedte en 32°16′ W. Lengte, wordt, met het oog 15 Rijnl. voeten boven water, waargenomen de middelpuntshoogte van Venus 16°10′, des avonds naar gissing te 7^u 3′ middelbaren tijd aan boord. Men vraagt den middelbaren tijd.

Men vindt in den almanak:

2 Aug. te 0^u Greenw.	⊙ Æ =	8^{u}50′11″,83		
„ „ „ „ „	Tijdvereff. =	5′57″,11	(aftrekken)	
„ „ „ „ „	♀ Æ =	10^{u}20′ 3″,70	. . N. declin. =	11°59′ 3″,1
3 „ „ „ „	„ „ =	10^{u}24′41″,63	„ =	11°31′52″,5
♀ Equat. h. verschilz. =		5″,6		

W. Lengte =	32°16′
in tijd =	2^u 9′4″
2 Aug. geg. tijd a/b =	7^u 3′0″
2 Aug. geg. tijd Greenw. =	9^{u}12′4″
„ „ „ „ =	9^u,2

Gemeten hoogte ♀ =	16°10′ 0″
Kimd. =	3′51″
Schijnb. hoogte ♀ =	16° 6′ 9″
Straalb. =	3′29″
Ware loc. hoogte ♀ =	16° 2′ 9″
Verschilz. =	5″
Ware hoogte ♀ =	16° 2′55″.

te 0^u ♀ Æ =	10^{u}20′ 3″,70
in 9^u,2 verand. =	1′46″,53
♀ Æ =	10^{u}21′40″,23

te 0^u ♀ N. declin. =	11°59′ 3″,1
in 9^u,2 verand. =	10′25″,1
♀ N. declin. =	11°48′38″
△ =	78°11′22″

te 0^u Greenw. ⊙ Æ =	8^{u}50′11″,83
„ „ „ Tijdvereff. =	5′57″,11
te 0^u Middelb. ⊙ Æ =	8^{u}44′14″,72
in 9^u,2 verand. =	1′30″,71
Middelb. ⊙ Æ =	8^{u}45′45″,4.

b = 52°30′ 0″	. . sec =	0,215553
△ = 78°11 22″	. cosec =	0,009293
h = 16° 2′55″		
Σ = 73°22′ 9″	. . cos =	9,456676
$\Sigma - h$ = 57°19′14″	. . sin =	9,925160
	2 sin ½ P =	9,606682
	sin ½ P =	9,803341
	½ P =	2^{u}37′55″,6
	Westel. uurh. ♀ = P =	5^{u}15′51″,2
	Æ. ♀ =	10^{u}21′50″,2
	Æ. meridiaan =	15^{u}37′41″,4
	„ middelb. ⊙ =	8^{u}45′45″,4
	Middelbare tijd =	6^{u}51′56″,0 den 2^{den} Aug. des avonds.

Geg. tijd a/b =	7^u
Æ. ⊙ =	8^u
Geg. Æ. merid. =	15^u
Æ. ♀ . =	10^u

De uurhoek van ♀ is blijkbaar Westelijk.

Voorbeeld. Den 6^{den} Mei 18.., zijnde op 36°14′50″ Z. Breedte en 44°40′30″ O. Lengte, wordt, met het oog 13 Rijnl. voeten boven water, naar gissing des namiddags te 5^u 20′ middelbaren tijd aan boord, waargenomen de bovenrandshoogte der maan 20°40′16″. Men vraagt den middelbaren tijd aan boord.

6 Mei te 0^u Greenw.	☾ AR = 13^u 3'47",85. . . .	☾ Z. declin. = 7°58'6",7
„ „ 3^u „	„ = 13^u 9' 7",03	in 10' verand. = + 136",9
„ „ 0^u „	☾ ½ midd. = 14'46",5 .	Equat. h. verschilz. = 54'5",8
„ „ 12^u „	„ = 14'45",4 . . .	„ „ = 54'1",7
„ „ 0^u „	⊙ AR = 2^{u}53'35",10	Tijdvereff. = 3'34",14 (bijtellen).

O. Lengte = 44°40'30"
in tijd = 2^{u}58'42"
6 Mei geg. tijd a/b = 5^{u}20'
„ geg. tijd Greenw. = 2^{u}21'18"

te 0^u ⊙ AR = 2^{u}53'35",10
Tijdvereff. = 3'34",14
Middelb. ⊙ AR = 2^{u}57' 9",24
In 2^{u}21',3 verand. = 23",22
Middelb. ⊙ AR = 2^{u}57'32",46

Gemeten ☾ hoogte = 20°40'16"
Kimd. = 3'35"
Schijnb. ☾ hoogte = 20°36'41"
Tafel XX = 48' 1"
Ware ☾ hoogte = 21°24'42"
½ midd. = 14'46"
Ware ☾ hoogte = 21° 9'56"

te 0^u ☾ AR = 13^{u}3'47",85
in 2^u 21',3 verand. = 4'10",66
☾ AR = 13^{u}7'58",51

te 0^u ☾ Z. declin. = 7°58' 6",7
in 2^{u}21',3 verand. = 32'14",4
☾ Z. declin. = 8°30'21",1
△ = 81°29'39"

te 0^u ☾ ½ midd. = 14'46",5
In 2^{u}21',3 verand. = 0",2
☾ ½ midd. = 14'46",3

te 0^u ☾ equat. h. verschilz. = 54'5",8
In 2^u 21',3 verand. = 0",8
☾ equat. h. verschilz. = 54'5",0
Tafel XVIII voor 36° Br. = 4",0
☾ horizont. verschilz. = 54'1",0

Om te onderzoeken of de uurhoek, dien wij zullen vinden, Oostelijk of Westelijk is, hebben wij:

Gegiste tijd a/b = 5^{u}20'
AR. middelb. ⊙ = 2^{u}57'
Geg. AR. meridiaan = 8^{u}17'
AR. ☾ = 13^u 7'.

Teekent men met behulp van deze grootheden eene figuur, dan vindt men, dat de maan, op het oogenblik der waarneming, nog vóór den meridiaan staat en dat haar uurhoek dus Oostelijk is.

De verdere oplossing is als volgt:

b = 36°14'50"	sec = 0,093410
△ = 81°29'39"	cosec = 0,004803
h = 21° 9'56"	
Σ = 69°27'13"	cos = 9,545266
$\Sigma - h$ = 48°17'17"	sin = 9,873030
	2 sin ½ P = 9,516509
	sin ½ P = 9,758255
	½ P = 2^{u}19'52",5
	Oostelijke uurh. = P = 4^{u}39'45",0
	Westelijke uurh. ☾ = 19^{u}20'15",0
	AR. ☾ = 13^u 7'58",5
	AR. meridiaan = 8^{u}28'13",5
	„ middelb. ⊙ = 2^{u}57'32",5
	Westelijke uurh. middelb. ⊙ = 5^{u}30'41"
	Middelb. tijd a/b = 5^{u}30'41" des namiddags van den 6^{den} Mei.

Dewijl men in den almanak vindt:

$$6 \text{ Mei doorgangstijd} = 10^u 23',4$$

en de gegiste tijd aan boord op het oogenblik der waarneming $5^u 20'$ is, welken tijd wij mogen aannemen als niet veel van de waarheid af te wijken, zoo blijkt ons ook hieruit, dat de maan nog niet door den meridiaan is gegaan. Men ontwaart alzoo onmiddellijk door op den tijd van doorgang acht te geven, in verband met den gegisten tijd aan boord, dat de uurhoek der maan oostelijk is.

De bovenstaande voorbeelden zullen toereikend zijn, om den aard der bewerking aan te toonen.

Bij voorkeur bedient men zich voor de tijdsbepaling, van waarnemingen der zon: eensdeels omdat daartoe eene kortere berekening vereischt wordt, anderdeels omdat die waarnemingen over dag en dus onder gunstiger omstandigheden kunnen plaats hebben, dan over het algemeen bij de andere hemellichten het geval is.

De maan is, wegens hare snelle beweging, voor de tijdsbepaling minder verkieslijk.

b. DE GUNSTIGSTE OMSTANDIGHEDEN VOOR DE TIJDSBEPALING.

De gegevens, die men bij de oplossing van het onderhavige vraagstuk bezigt, zijn nooit volmaakt naauwkeurig. Zoo is de hoogte aangedaan door waarnemingsfouten, onnaauwkeurigheden van het meetwerktuig, onregelmatige kimduiking, enz. De kennis van de declinatie is afhankelijk van die van den tijd te Greenwich; terwijl de Breedte, in zee, meestal slechts bij gissing door de koers- en verheidsrekening sedert de laatstvoorgaande Breedtebepaling bekend is, of uit eene latere wordt afgeleid.

De invloed, dien eene fout in een der gegevens op den uurhoek uitoefent, is niet onder alle omstandigheden dezelfde, en het is voor de zeevaartkunde een zeer gewigtig punt van onderzoek, om te bepalen, wanneer de bedoelde invloed het geringst zal zijn.

1°. Invloed van eene kleine fout in de hoogte op den uurhoek.

Om de verandering te bepalen, die de uurhoek door eene kleine fout in de hoogte ondergaat, hebben wij de formule:

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d$$

die in den parallaktischen driehoek de betrekking tusschen de drie zijden en den uurhoek uitdrukt, slechts voor h en P veranderlijk, te differentiëren.

Wij hebben dan, als de differentiaal door het teeken δ wordt uitgedrukt:

$$\cos h \delta h = -\sin P \delta P \cos b \cos d$$

waaruit

$$\text{(III)} \quad \ldots\ldots \quad \delta P = -\frac{\cos h}{\sin P \cos b \cos d} \delta h.$$

Voorts is, in den genoemden driehoek,

$$\sin P : \sin T = \cos h : \cos d$$

als wij het azimuth van het hemellicht T noemen, en dus:

$$\sin P = \frac{\cos h}{\cos d} \sin T.$$

Deze waarde in (III) gesubstitueerd, geeft

$$\text{(IV)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \delta P = -\frac{\delta h}{\sin T \cos b}$$

en men ontwaart:

1°. dat de fout in de hoogte immer vergroot op den uurhoek overgaat, tenzij de noemer gelijk aan de eenheid is;

2°. dat eene hoogte, die te groot genomen is, een te kleinen uurhoek geeft, en omgekeerd;

3°. dat de fout in den uurhoek het kleinst is, als $\sin T = 1$ of $T = 90°$ is, dat wil zeggen, als het hemellicht bij de waarneming der hoogte in den eersten vertikaal staat;

4°. dat op lage Breedte dezelfde fout in de hoogte, onder overigens dezelfde omstandigheden, minder invloed uitoefent dan op hooge;

5°. dat hemellichten met kleine declinatiën te verkiezen zijn, boven die, welke eene groote declinatie hebben.

2°. Invloed van eene kleine fout in de Breedte op den uurhoek.

Differentiëren wij de grondformule:

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d$$

voor P en b veranderlijk, dan komt

$$0 = \cos b \delta b \sin d - \sin P \delta P \cos b \cos d - \cos P \cos d \sin b \delta b$$

en dus

$$\text{(V)} \quad \ldots\ldots \quad \delta P = \left\{ \frac{\cos b \sin d - \cos P \sin b \cos d}{\sin P \cos b \cos d} \right\} \delta b$$

$$\text{(VI)} \quad \ldots\ldots \quad = \left\{ \frac{\tang d}{\sin P} - \frac{\tang b}{\tang P} \right\} \delta b.$$

Voorts is

$$\cos P = \frac{\sin h - \sin b \sin d}{\cos b \cos d}.$$

Deze waarde in (V) gesubstitueerd, geeft:

$$\delta P = \left\{ \frac{\cos b \sin d - \dfrac{\sin h - \sin b \sin d}{\cos b \cos d} \sin b \cos d}{\sin P \cos b \cos d} \right\} \delta b$$

$$= \left\{ \frac{\cos^2 b \sin d \cos d - \sin h \sin b \cos d + \sin^2 b \sin d \cos d}{\sin P \cos^2 b \cos^2 d} \right\} \delta b$$

$$= \left\{ \frac{\sin d - \sin h \sin b}{\sin P \cos^2 b \cos d} \right\} \delta b$$

$$= \frac{\cos T \cos h}{\sin P \cos b \cos d} \delta b$$

$$= \frac{\cos T}{\sin T \cos b} \delta b = \frac{\delta b}{\text{tang}\, T \cos b}.$$

Deze uitdrukking leert ons:

1°. dat het teeken van de verandering des uurhoeks overeenkomt met dat van de fout in de Breedte;

2°. dat de fout in de Breedte zonder invloed is, als $T = 90°$ is, of het hemellicht tijdens de waarneming in den eersten vertikaal staat;

3°. dat dezelfde fout op hooge Breedte meer invloed uitoefent dan op lage.

3°. Invloed van eene kleine fout in de declinatie op den uurhoek.

Differentiëren wij de grondformule:

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d$$

voor P en d veranderlijk, dan komt

$$0 = \sin b \cos d\, \delta d - \sin P\, \delta P \cos b \cos d - \cos P \cos b \sin d\, \delta d$$

waaruit

$$\delta P = \left\{ \frac{\sin b \cos d - \cos P \cos b \sin d}{\sin P \cos b \cos d} \right\} \delta d$$

$$\text{(VII)} \quad \ldots\ldots \quad = \left\{ \frac{\text{tang}\, b}{\sin P} - \frac{\text{tang}\, d}{\text{tang}\, P} \right\} \delta d.$$

Voeren wij in deze uitdrukking den parallaktischen hoek S in, dan komt, na behoorlijke herleiding,

$$\delta P = \delta d \frac{\text{cotg}\, S}{\cos d} = \delta d \frac{\cos S}{\sin T \cos b}.$$

Daaruit blijkt:

1°. dat hemellichten met kleine declinatiën voor de tijdsbepaling meer geschikt zijn dan die met groote;

2°. dat $\delta P = 0$ wordt, als $S = 90°$ is, hetgeen kan plaats hebben als $d > b$ is.

Stellen wij in de grondformule alles veranderlijk, dan wordt de ge-

heele fout in den uurhoek, voorgesteld door de som der gedeeltelijke fouten, aldus:

$$\delta P = -\frac{\delta h}{\sin T \cos b} + \frac{\delta b \cos T}{\sin T \cos b} + \frac{\delta d \cos S}{\sin T \cos b}.$$

Trekken wij het opgemerkte te zamen, dan zien wij, dat de invloed van eene fout in de gegevens op den uurhoek afhangt:

1°. van de plaats des waarnemers;

2°. van de schijnbare plaats van het hemellicht;

3°. van het oogenblik der waarneming;

en dat die invloed het geringst is:

a. op lage Breedte;

b. bij hemellichten met kleine declinatiën;

c. wanneer het hemellicht in of nabij den eersten vertikaal staat, of liever als het azimuth zoo na mogelijk 90° is.

De fout in den uurhoek kan nooit nul worden, ofschoon de betrekking tusschen de overeenkomstige veranderingen, wat de fout in de Breedte en de declinatie betreft, blijkens de gevonden uitdrukkingen, zulks schijnt aan te duiden. Deze schijnbare tegenstrijdigheid vloeit daaruit voort, dat de tweede en hoogere magten der gelijktijdige veranderingen verwaarloosd zijn. De zin der formule is, dat voor $T = 90°$ eene betrekkelijk groote misgissing in Breedte, slechts eene kleine fout in den uurhoek veroorzaakt, en dat, wanneer $S = 90°$ is, eene fout in de declinatie weinig invloed op P uitoefent. Dit laatste geval komt echter zelden voor. Alleen voor de maan kan δd door eene fout in den tijd te Greenwich van eenig bedrag worden, hetgeen in het oog moet worden gehouden, als men door eene maanshoogte den tijd aan boord wil berekenen.

Nemen wij alleen de dagelijksche omstandigheden in aanmerking, dan is de gunstigste omstandigheid voor den uurhoek die, wanneer het hemellicht het snelst rijst of daalt, terwijl de hoogte van het hemellicht meer dan 5° en minder dan 70° bedraagt, en men mete dus de hoogte binnen deze grenzen, als $T = 90°$ is, of zoo na mogelijk daar bij komt. Eene fout in de Breedte heeft dan tevens den minsten invloed, terwijl die in de declinatie alleen voor de maan van eenig belang kan zijn.

Ten einde den zeeman bekend te maken met het meest geschikte oogenblik, om hoogten voor de tijdsbepaling te meten, heeft men eene tafel zamengesteld, Tafel XXIV, waarin gegeven staan de uurhoek en de hoogte van hemellichten, waarvan de declinatie gelijknamig is met de Breedte en minder dan 25° bedraagt, voor het oogenblik, waarop het azimuth 90° is, of zoo na mogelijk dat bedrag heeft.

Wij hebben namelijk hierbij te onderscheiden:

1°. of de declinatie van het hemellicht kleiner is dan de gelijknamige Breedte;

2°. of zij grooter is dan die Breedte.

Zij S, fig. 168, een hemellicht, waarvan de declinatie SE kleiner is, dan de gelijknamige Breedte TE, dan zal het, door de dagelijksche beweging, de parallel SMS' schijnen te beschrijven, die den eersten vertikaal TO in een punt M snijdt. Op het oogenblik, dat het hemellicht zich in M bevindt, is $T = 90°$, en wij hebben in den regthoekigen bolvormigen driehoek TPM:

$$\cos P = \frac{\text{tang } TP}{\text{tang } MP} \quad \text{en} \quad \cos MT = \frac{\cos MP}{\cos TP}$$

dat is

$$\cos P = \frac{\text{tang } d}{\text{tang } b} \quad \text{en} \quad \sin h = \frac{\sin d}{\sin b}$$

naar welke formulen de uurhoek en de hoogte berekend zijn, die in Tafel XXIV voor eene gegeven Breedte en declinatie gevonden worden.

Heeft het hemellicht B, fig. 169, daarentegen eene declinatie AE, die grooter is dan de gelijknamige Breedte ET, dan wordt de eerste vertikaal niet door de parallel van het hemellicht gesneden. Het grootst mogelijke azimuth, dat dit hemellicht kan verkrijgen, zal worden voorgesteld door den hoek BTP, gevormd door den meridiaan en den vertikaal-cirkel, die de parallel van het hemellicht aanraakt. Voor dit geval nu is, in den bolvormigen driehoek TBP, $TBP = 90°$ en wij hebben dus:

$$\cos P = \frac{\text{tang } BP}{\text{tang } TP} \quad \text{en} \quad \cos TB = \frac{\cos TP}{\cos PB}$$

dat is

$$\cos P = \frac{\text{tang } b}{\text{tang } d} \quad \text{en} \quad \sin h = \frac{\sin b}{\sin d}.$$

Vergelijkt men deze formulen met de voorgaande, dan ontwaart men, dat Tafel XXIV voor de beide gevallen kan dienen.

De uurhoek, zooals die in Tafel XXIV gevonden wordt, is uitgedrukt in tijd van het hemellicht, waarvan de declinatie tot het opzoeken is gebezigd. Voor de zon is hij dus uitgedrukt in waren tijd, enz.

Voorbeeld. Men vraagt, wanneer de gelegenheid voor eene tijdsbepaling door de zon het meest geschikt zal zijn, als hare declinatie op zekeren datum 18° en de gelijknamige Breedte 28° bedraagt.

Men vindt voor den uurhoek en de hoogte der zon, in de kolom 18° declinatie, op de rij van 28° Breedte:

$$\text{Uurhoek} = 3^u 29'; \quad \text{hoogte} = 41°10'$$

en het gevraagde oogenblik zal dus zijn

te $8^u31'$ waren tijd des voormiddags,
„ $3^u29'$ „ „ „ namiddags,

of als de hoogte der zon omstreeks 41° is.

Voorbeeld. Men vraagt als boven voor de maan, als zij op zekeren datum 12° N. declinatie heeft en de N. Breedte 24° is.

Men vindt in de tafel, in de kolom 12° declinatie, op de rij van 24° Breedte:

uurhoek = $4^u6'$; hoogte = $30°45'$,

terwijl de almanak op dien datum geeft:

doorgangstijd = 9^u.

Het gevraagde oogenblik zal dus ongeveer zijn te $9^u \mp 4^u\,6'$, dat is

te $4^u54'$ des namiddags op dien datum,
„ $1^u\,6'$ des nachts op den volgenden datum,

of wanneer de hoogte der maan ongeveer $30°45'$ bedraagt.

Wij bezigen, bij den tijd, de uitdrukking ongeveer, omdat klaarblijkelijk de uurhoek der maan tot middelbaren tijd had behooren herleid te worden, voor dat wij hem op den doorgangstijd hadden mogen toepassen. Voor het doel is echter de bovenstaande manier naauwkeurig genoeg.

Zijn Breedte en declinatie ongelijknamig, dan zal T het digtst bij 90° komen, als het hemellicht opkomt of ondergaat. Men neme in dat geval de hoogte voor de tijdsbepaling, zoodra zij 5° bedraagt, doch niet vroeger of later, ten einde niet de nadeelen te ondervinden van de onregelmatigheid der straalbuiging bij zeer kleine hoogten.

c. DE VERBETERING VAN DEN UURHOEK VOOR EENE FOUT IN EEN DER GEGEVENS.

De formule, die de betrekking uitdrukt tusschen de gelijktijdige veranderingen der elementen in den parallaktischen driehoek, kan ons ook dienen tot de berekening van de correctie, die op den uurhoek moet worden toegepast, indien men eene fout ontdekt in een der gegevens, nadat de uurhoek reeds berekend is, en men het vraagstuk niet wil overwerken.

Wij zullen hiervan een voorbeeld geven, om den aard der bewerking te doen zien, doch kunnen deze methode niet aanbevelen, omdat hare bewerking even veel tijds vordert, als de herhaling der berekening van den uurhoek. Het onderstaande voorbeeld rigten wij zoodanig in, dat daaruit tevens blijkt, dat de invloed van eene fout, b.v. in de hoogte, inderdaad verschilt, naar gelang van het oogenblik der waarneming.

Voorbeeld. Op zekeren dag is, des namiddags te $2^u\,11'55''$ waren tijd, de ware hoogte der zon 50° en hare declinatie $21°31'$; te $4^u\,40'25''$ waren tijd is hare hoogte $28°56'37''$ en hare declinatie $21°32'14''$. Men vraagt, welke fout in den tijd zou zijn begaan, als beide hoogten 10′ te groot waren genomen.

De Breedte der waarnemingsplaats is 52°30′10″.

Voor de berekening hebben wij de formule:

$$\delta P = -\frac{\delta h \cos h}{\sin P \cos b \cos d}.$$

De bewerking komt nu aldus te staan:

$h = 50°\ 0'\ 0''$	. . $\cos = 9{,}808067$	$h = 28°56'37''$	. . $\cos = 9{,}942056$
$P = 2^u11'55''$	. $\mathrm{cosec} = 0{,}264134$	$P = 4^u40'25''$	. $\mathrm{cosec} = 0{,}026728$
$b = 52°30'10''$	. . $\sec = 0{,}215581$	$b = 52°30'10''$	. . $\sec = 0{,}215581$
$d = 21°31'\ 0''$	. . $\sec = 0{,}031372$	$d = 21°32'14''$	. . $\sec = 0{,}031434$
$\delta h = 10' = 600''$	. $\log = 2{,}778151$	$\delta h = 10' = 600''$	. $\log = 2{,}778151$
	$\log \delta P = 3{,}097305$ (—)		$\log \delta P = 2{,}993950$ (—)
	$\delta P = -1251'',1$ boog		$\delta P = -986'',1$ boog
	$= -1'23'',4$ in tijd		$= -1'5'',7$ in tijd

De uurhoek, of dewijl het na den middag is, de tijd, zal mitsdien bij de eerste hoogte 1′23″,4, bij de tweede 1′5″,7 te klein zijn geweest; terwijl de minder gunstige omstandigheid van de eerste hoogte daaruit blijkt, dat bij dezelfde fout in de hoogte, die in den tijd 23″,4 — 5″,7 = 17″,7 grooter is dan bij de tweede.

Het verbeteren van den uurhoek, voor eene fout in de Breedte, komt aan boord zoo menigvuldig voor, dat men daarvoor opzettelijk eene Tafel berekend heeft. Schrijft men namelijk formule (VI), bladz 54, aldus:

$$-\delta P = \delta b \left\{ \frac{\tang b}{\tang P} - \frac{\tang d}{\sin P} \right\}$$

dan kunnen de termen tusschen de haakjes voor verschillende waarden van b, d en P worden berekend. Op deze wijze zijn de kolommen van Tafel XXXII A en B ingevuld, waarbij δb of de misgissing in Breedte gelijk 1′ gesteld is, ten einde δP of de overeenkomstige fout in den uurhoek in minuten boogs te verkrijgen. Tafel XXXII bevat in het gedeelte A, de waarde van $\frac{\tang b}{\tang P} \times 1'$, en in het gedeelte B, die van $\frac{\tang d}{\sin P} \times 1'$; wij zullen dus bovenstaande formule kunnen schrijven onder den vorm:

$$-\delta P = \delta b \{A - B\}.$$

Blijkbaar wordt, in geval de Breedte en de declinatie ongelijknamig zijn, d negatief ten opzigte van b en gaat de formule over in:

$$-\delta P = \delta b \{A + B\}.$$

Zijn Breedte en declinatie gelijknamig, dan kan $(A - B)$ positief en negatief zijn.

Dewijl deze Tafel inzonderheid bij de Lengtebepaling door tijdmeters gebezigd wordt, zoo zullen wij daar, waar die methode behandeld wordt, het nadere gebruik der Tafel aanwijzen, en tevens

doen zien, op welke wijze δP in rekening moet worden gebragt, hetgeen natuurlijk van de teekens van δb en $(A - B)$ zal afhangen.

Voorbeeld van de berekening der Tafel.

De uurhoek zij $3^u\,30'$, de Breedte $66°$ en de declinatie $10°$; men vraagt de waarde van de termen A en B der Tafel.

$b = 66°$	tang $= 0{,}351417$	$d = 10°$	tang $= 9{,}246319$
$P = 3^u 30'$ . . .	cotg $= 9{,}884980$	$P = 3^u 30'$ . . .	cosec $= 0{,}100533$
	$\log A = 0{,}236397$		$\log B = 9{,}346852$
	$A = 1'{,}72$		$B = 0'{,}22$

als in de Tafel.

II. TIJDSBEPALING DOOR DEN OP- OF ONDERGANG DER HEMELLICHTEN.

Men onderscheidt hierbij:

a. Waren op- of ondergang;

b. Schijnbaren op- of ondergang.

a. WARE OP- OF ONDERGANG.

Door waren op- of ondergang, verstaat men het oogenblik, waarop het middelpunt van een hemellicht, bij de opkomst of den ondergang, zich in den waren horizon bevindt.

Dewijl de ware hoogte van het hemellicht alsdan nul is, zoo gaat de grondformule:

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d,$$

over in

$$0 = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d,$$

waaruit

$$\cos P = -\operatorname{tang} b \operatorname{tang} d,$$

uit welke formule, de uurhoek van het hemellicht, in den daarbij behoorenden tijd uitgedrukt, gevonden kan worden. Het teeken (—) geeft te kennen, dat, wanneer b en d gelijknamig zijn, de uurhoek P, van den bovensten meridiaan gerekend, bij den op- of ondergang $> 90°$ of 6^u is. Zijn b en d ongelijknamig, dan verandert het teeken, en P wordt $< 90°$ of 6^u, zooals ook ligtelijk uit de beschouwing eener figuur kan worden opgemaakt.

De uurhoek P is oostelijk bij de opkomst, westelijk daarentegen bij den ondergang, terwijl het vroeger opgemerkte, omtrent hetgeen in acht moet worden genomen, bij de herleiding van den uurhoek tot waren of middelbaren tijd, ook hier van toepassing is.

Om het vraagstuk op te lossen, begint men met het aannemen van een gegisten tijd van opkomst of ondergang, berekent daarmede den tijd te Greenwich en vervolgens op de gebruikelijke wijze de declinatie. Verandert de declinatie van het hemellicht snel, dan zou men, indien het mogt blijken, dat de berekende tijd veel van den gegisten verschilt, de bewerking moeten herhalen, indien er groote naauwkeurigheid verlangd werd.

Voorbeeld. Men vraagt het oogenblik van de ware opkomst der zon te Kijkduin, op den 1sten Mei 18...

Kijkduin N. Breedte = 52°57′5″ O. Lengte = 4°43′36″
1 Mei te 0u Greenw. ⊙ N. declin. = 15°9′27″,1 in 1u verand. = + 45′5″.
Gegiste tijd van opkomst 4u36′ des morgens.

	O. Lengte =	4°43′36″
	in tijd =	0u18′54″
30 April	geg. tijd opkomst =	16u36′
„	„ „ Greenw. =	16u17′ 6″
„	„ „ „ =	16u,3
1 Mei	„ „ „ =	− 7u,7.

te 0u ⊙ N. declin. =	15°9′27″
in 7u,7 verand. =	— 5′50″
⊙ N. declin. =	15°3′37″

$b = 52°57'\ 5''$ . . . . . . tang = 0,122119 (+)
$d = 15°\ 3'37''$ . . . . . . „ = 9,429877 (+)
cos P = 9,551996 (—)
Oostelijke uurh. = P = 7u23′32″
Ware tijd van ware opkomst = 4u36′28″ des morgens van den 1sten Mei.

Om eene onderrandshoogte der zon te verbeteren, hebben wij:

Ware hoogte = gemeten hoogte — kimd. — straalb. + ½ midd. ⊙ + verschilz.

Dewijl in ons geval de ware hoogte nul is, zoo wordt

Gemeten hoogte = kimd. + straalb. — ½ midd. ⊙ — verschilz.

Nu is ongeveer

Straalb. — ½ midd. ⊙ — verschilz. = 16′

en wij hebben dus

Gemeten hoogte = kimd. + 16′,

welke uitdrukking ons de navolgende manier aan de hand doet, om het oogenblik van den waren op- of ondergang der zon waar te nemen. Zet men namelijk de alhidade van den octant of sextant op 16′ + kimd., met inachtneming van de indexcorrectie, dan zal het oogenblik, waarop de onderrandshoogte der zon dit bedrag heeft, vrij wel door de formule

$$\cos P = -\tan b \tan d$$

worden voorgesteld.

b. SCHIJNBARE OP- EN ONDERGANG.

Schijnbaren op- of ondergang noemt men het oogenblik, waarop een hemellicht zich in de kim bevindt.

Bij de zon en de maan kan alleen het oogenblik worden waargenomen, waarop zij de kim met een der randen aanraken, en de vergelijking van de aanwijzing van een uurwerk op dat oogenblik, met den berekenden middelbaren tijd van aanraking, zal den stand van het uurwerk tot, of het verschil met den middelbaren tijd doen kennen.

Herinnert men zich echter, hetgeen wij vroeger omtrent de onregelmatigheid der straalbuiging bij zeer kleine hoogten opmerkten, dan zal het geen betoog behoeven, dat deze wijze van tijdsbepalen hoogst onzeker is, en niet meer dan een benaderden tijd kan geven.

Om het vraagstuk op te lossen, kan men eerst den waren op- of ondergang berekenen, en vervolgens op dien tijd eene verbetering toepassen voor de fout, die men heeft begaan, door de ware hoogte gelijk nul te stellen, terwijl zij zekere waarde heeft.

Heeft men namelijk in het algemeen, bij eene onderrandshoogte,

Ware hoogte = gemeten hoogte — kimd. — straalb. + ½ midd. + verschilz.

dan is voor het oogenblik, waarop het hemellicht met den onderrand de kim aanraakt, de gemeten hoogte nul, en dus

Ware hoogte = — kimd. — straalb. + ½ midd. + verschilz.

Noemen wij de ware hoogte in dat geval A, dan hebben wij in de formule (III) bladz. 54, II[e] Deel, voor δh slechts A te schrijven, en men vindt voor de gevraagde verbetering δP van den waren op- of ondergang P, dewijl $\cos h = 1$ is:

$$\delta P = -\frac{A}{\sin P \cos b \cos d}.$$

Voor de zon, de planeten en de vaste sterren, overtreffen de negatieve grootheden in de uitdrukking voor A de positieve, en is A mitsdien negatief, zoodat de verbetering, bij die hemellichten, altijd bij den waren op- of ondergang moet gevoegd worden.

Voor de maan is A meestal positief en bijgevolg δP negatief.

Ofschoon de aard van dit vraagstuk het in acht nemen van groote naauwkeurigheid overbodig maakt, zoo is het nogtans uit een theoretisch oogpunt niet onbelangrijk na te gaan, hoedanig de gegevens daarbij moeten genomen worden.

a. De kimduiking. Zij wordt op de gebruikelijke wijze aan Tafel X ontleend.

b. De straalbuiging. Zooals wij weten, is de schijnbare hoogte het argument van Tafel XIII. Raakt een hemellicht de kim aan, dan is, blijkens fig. 170, de schijnbare hoogte NAZ negatief en gelijk aan de

kimduiking, en bijgevolg zou de bedoelde tafel ook voor hoogten onder den horizon moeten zijn ingerigt, om de in ons geval benoodigde straalbuiging daarin te kunnen opzoeken. Dewijl dit nu niet het geval is, zoo kan men met het laatst opgegeven verschil in 1′ de straalbuiging zoeken voor de kimduiking, als negatieve hoogte beschouwd.

c. Het verschilzigt. Hiervoor neme men het horizontaal verschilzigt.

d. De halve middellijn. Zij behoort bij eene onderrandsaanraking als positief, bij die van den bovenrand daarentegen als negatief te worden beschouwd.

Voorbeeld. Men vraagt den schijnbaren ondergang der zon den 5^{den} Januarij 18.. te Kijkduin, als de hoogte van het oog 14 Rijnl. voet is.

5 Januarij te 0^u Greenw. ⊙ Z. declin. $= 22°35'24'',2$ in 1^u verand. $= -17'',87$.

O. Lengte $= 4°43'36''$
in tijd $= 0^u18'54''$
5 Jan. geg. tijd onderg. $= 3^u45'$
„ „ „ Greenw. $= 3^u26'\,6''$
$= 3^u,4$

Straalb. voor $0° = 35'14''$
$3,7 \times 12'',7 = 47''$
Straalb. voor $-3'43'' = 36'\,1''$

te 0^u ⊙ Z. declin. $= 22°35'24'',2$
in $3^u,4$ verand. $= 1'\,0'',8$
⊙ Z. declin. $= 22°34'23'',4$

Kimd. $= 3'43''\,(-)$
Straalb. $= 36'\,1''\,(-)$
Halve midd. $= 16'18''\,(+)$
Verschilz. $= 9''\,(+)$
$A = 23'17''\,(-)$
$= 1397''$.

$b = 52°57'\,5''$ . . tang $= 0,122119\,(+)$ . . . . . sec $= 0,220048$
$d = 22°34'23''$ „ $= 9,618788\,(-)$ . . . . . „ $= 0,034614$
cos $P = 9,740907\,(+)$ log $A = 3,145196\,(-)$
West. uurh. $= P = 3^u46'21''$ . . . . cosec $= 0,078455$
$\delta P = 3'20''$ log $\delta P = 3,478313\,(+)$
Schijnbare ondergang $= 3^u49'41''$ $\delta P = 3008''$
in tijd $= 3'20''$.

Heeft men de waarde van A bepaald, dan kan ook de schijnbare op- of ondergang worden gevonden, met behulp van de formule voor den uurhoek, als men de grootheid A met haar teeken in de plaats van h stelt. De bewerking zou dan aldus komen te staan:

$b = 52°57'\,5''$ . . . . . . sec $= 0,220048$
$\triangle = 112°34'23''$ . . . . . cosec $= 0,034614$
$h = -0°23'17''$
$\Sigma = 82°34'\,5''$ . . . . . . cos $= 9,111761$
$\Sigma - h = 82°57'22''$ . . . . . . sin $= 9,996710$
2 sin $\frac{1}{2} P = 9,363133$
sin $\frac{1}{2} P = 9,681567$
$\frac{1}{2} P = 1^u54'50''$
Schijnb. ondergang $= P = 3^u49'40''$

als boven.

Wil men zich voor de oplossing van het vraagstuk eene vaste manier eigen maken, dan gelooven wij dat de voorgestelde van bladz. 61, II[e] Deel, daartoe de eenvoudigste en meest geschikte is.

Heeft het hemellicht een poolsafstand, die kleiner is dan de Breedte, dan is, zooals wij weten, dat hemellicht circumpolair, en er heeft alzoo geen op- noch ondergang daarvan plaats. De formule $\cos P = - \operatorname{tang} b \operatorname{tang} \delta$ wijst ons dit ook aan. Noemen wij namelijk den poolsafstand $\triangle$, dan kunnen wij de formule aldus schrijven:

$$\cos P = - \frac{\operatorname{tang} b}{\operatorname{tang} \triangle}$$

waarin blijkbaar cos P grooter dan de eenheid en dus onbestaanbaar wordt, zoodra $\triangle$ kleiner is dan b.

III. TIJDSBEPALING DOOR CORRESPONDERENDE HOOGTEN.

Men verstaat door corresponderende hoogten twee gelijke hoogten van een hemellicht, ter wederzijde van den meridiaan.

Het doel, dat men zich bij de tijdsbepaling door corresponderende hoogten voorstelt, bestaat hierin, dat men de aanwijzing van een uurwerk, tijdens den doorgang van eenig hemellicht, wenscht te vergelijken met het oogenblik, waarop zulks werkelijk plaats heeft, en alzoo, naar gelang dit in middelbaren tijd, waren tijd, of sterretijd gegeven is, den stand van het uurwerk tot den middelbaren tijd, den waren tijd of den sterretijd te vinden.

a. ALS HET HEMELLICHT NIET VAN DECLINATIE VERANDERT.

Zij, ter ontwikkeling van de methode, die men daarbij volgt, PTC, fig. 171, de meridiaan, en S een hemellicht, waarvan h de hoogte en P de Oostelijke uurhoek is, op het oogenblik dat een uurwerk H aanwijst. Ten gevolge van de dagelijksche beweging, gaat het hemellicht in C door den meridiaan en bereikt in S' weder eene hoogte h. Laat thans H' de aanwijzing van het uurwerk en P' de Westelijke uurhoek zijn, dan is, als wij de tijdsverloopen, door het uurwerk aangewezen, evenredig stellen met de verandering in uurhoek, en de aanwijzing van het uurwerk tijdens den doorgang M noemen:

$$M - H : H' - M = P : P'$$

en dus

$$\frac{M - H}{H' - M} = \frac{P}{P'}.$$

Verandert het hemellicht tusschen de waarneming der hoogten niet van declinatie, dan is, als de beide hoogten gelijk zijn, $P = P'$ en dus ook

$$M - H = H' - M$$

waaruit

(I) . . . . $M = \frac{1}{2}(H + H')$

en wij verkrijgen derhalve de aanwijzing van het uurwerk, tijdens den doorgang, door de halve som te nemen der aanwijzingen, tijdens de waarneming der hoogten.

De gelijkstelling van P en P' is veroorloofd bij de vaste sterren en bij de zon, tijdens de zonnestanden; in alle andere gevallen moet de invloed der declinatieverandering van het hemellicht tusschen de waarnemingen in rekening worden gebragt, waartoe wij de noodige voorschriften zullen geven.

Wil men den stand van het uurwerk met betrekking tot den waren tijd, den middelbaren tijd of den sterretijd bepalen, dan houde men in het oog, dat

de werkelijke tijd van doorgang der zon, uitgedrukt in waren tijd is 12^u
„ „ „ „ „ „ „ „ „ midd. „ „ 12^u ± tijdvereff.
„ „ „ „ „ eener vaste ster „ „ sterretijd „ Æ *

waarmede de gevonden waarde van M moet vergeleken worden.

Voorbeeld. Men vraagt den stand van het uurwerk te bepalen tot den waren tijd, als bij gelijke hoogten der zon

de aanwijzing des voormiddags was . . $10^u 16' 50''$
„ „ „ namiddags „ $2^u\ 4' 10''$

en de zon nagenoeg niet van declinatie verandert.

Rekenen wij de aanwijzingen van het uurwerk van den voorgaanden middernacht, dan is

1e waarn. te . . . $10^u 16' 50''$
2e „ „ $14^u\ 4' 10''$
$H + H' = 24^u 21'\ 0''$
$M = 12^u 10' 30''$.

en dus

Aanwijzing uurw. tijdens den doorg. = $12^u 10' 30''$
Werkelijke tijd van doorg. = 12^u
Uurwerk vóór op den waren tijd = $0^u 10' 30''$.

Voorbeeld. Den 5den Julij 18.., zijnde op 120°0′ O. Lengte, zijn waargenomen gelijke stershoogten, toen het horologie $6^u\ 5' 10''$ en $11^u\ 4' 30''$ aanwees. Men vraagt den stand van het uurwerk tot den middelbaren tijd, als de regte-opklimming der ster $18^u\ 42' 20''$ bedraagt.

Men vindt in den almanak:

5 Julij te 0^u Greenw. ☉ Æ = $6^u 58'\ 4'',45$
„ „ Tijdvereff. = $4' 13'',32$ (aftrekken).

Zoeken wij eerst den doorgangstijd der ster. Dewijl de sterretijd, op het oogenblik van den doorgang der ster, gelijk is aan hare regte-opklimming, zoo zullen wij hebben te bepalen den sterretijd op het oogenblik van den middelbaren middag aan boord, en vervolgens het tijdsverloop tusschen de bedoelde oogenblikken tot middelbaren tijd hebben te herleiden. Aldus:

O. Lengte = $120°0'$
in tijd = $8^u0'$

5 Julij te 0^u ⊙ Æ. = $6^u58'\ 4'',45$
„ „ Tijdvereff. = $4'13'',32$
„ Middelb. ⊙ Æ. = $6^u53'51'',13$
$8 \times 9'',86$ = $1'18'',88$
5 Julij te 0^u aan boord middelb. ⊙ Æ. = $6^u52'32'',25$

✱ Æ. of doorgangstijd = $18^u42'20''$ (sterretijd)
Sterretijd te 0^u a/b = $6^u52'32'',3$
Tijdsverloop = $11^u49'47'',7$.

Tafel XXIII geeft:

voor $11^u\ 0'\ 0''$	sterretijd .	$10^u58'11'',87$	m. t.
„ $49'\ 0''$	„	$48'51'',97$	„
„ $47'',7$	„	$47'',57$	„
voor $11^u49'47'',7$	„ .	$11^u47'51'',41$	„

de ster bevindt zich dus in den meridiaan te $11^u47'51'',41$ middelb. tijd.

Voorts is

Aanw. uurwerk bij de 1e waarn. . . . $6^u\ 5'10''$
„ „ „ „ 2e „ $11^u\ 4'30''$
$H + H' = 17^u\ 9'40''$
$M = 8^u34'50''$
Middelb. tijd van doorg. ✱ = $11^u47'51'',41$
Uurwerk na op den middelb. tijd a/b = $3^u13'\ 1'',41$.

Bezit men geene tafel voor de boven bedoelde herleiding, dan kan men op de volgende wijze te werk gaan, om den tijd van doorgang te vinden:

5 Julij te 0^u Gr. ⊙ Æ. = $6^u58'\ 4'',45$ ✱ Æ. = $18^u42'20'',0$
Tijdvereff. = $4'13'',32$
5 Julij te 0^u midd. ⊙ Æ = ... = $6^u53'51'',13$
5 Julij benaderde middelb. tijd van doorgang = $11^u48'28'',87$
$3,808 \times 9'',86$ = $37'',55$ (−)
5 Julij verbeterde doorg. tijd = $11^u47'51'',32$.

O. Lengte = $120°\ 0'$
in tijd = $8^u\ 0'$
ben. doorg. = $11^u48'29''$
Tijd Gr. = $3^u48'29''$
= $3^u,808$

In het algemeen valt hierbij nog op te merken, dat, wanneer men den doorgangstijd van eene ster voor een bepaalden datum vraagt, het verschil tusschen de regte-opklimmingen van de ster en de middelbare zon kleiner moet zijn dan 12^u, dewijl men anders op den volgenden datum komt. Men neme dus, zoodra men ontwaart, dat dit het geval zal zijn, de regte-opklimming der middelbare zon van den vorigen dag.

Voorbeeld. Op den 1sten November 18.., zijnde op 30° W. Lengte, vraagt men het oogenblik, waarop Sirius door den meridiaan zal gaan.

In den almanak vindt men:

31 October te 0^u Greenw. ⊙ Æ = $14^u22'48'',54$
„ „ „ „ Tijdvereff. = $16'16'',04$ (bijtellen)
Æ. ✱ = $6^u39'\ 5'',2$

W. Lengte = $30°0'$
in tijd = $2^u0'$

31 Oct. te 0^u . . . ☉ Æ.	=	$14^u22'48'',54$
„ „ Tijdvereff.	=	$16'16'',04$
„ „ Middelb. ☉ Æ.	=	$14^u39'\ 4'',58$
$2 \times 9'',86$	=	$19'',72$
31 Oct. te 0^u a/b midd. ☉ Æ.	=	$14^u39'24'',3$

Æ. ✱	=	$6^u39'\ 5'',2$
Sterretijd te 0^u a/b op den 31sten Oct.	=	$14^u39'24'',3$
Verloopen sterretijd sedert 0^u op den 31sten	=	$15^u59'40'',9$

Volgens Tafel XXIII is

$15^u59'40'',9$ sterretijd = $15^u57'3'',68$ middelb. tijd

en de doorgang zal dus plaats hebben

den 31sten Oct. te $15^u57'3'',68$ middelb. tijd

dat is, naar burgerlijke rekening,

den 1sten Novemb. des morgens te $3^u57'3'',68$ middelb. tijd.

b. ALS HET HEMELLICHT VAN DECLINATIE VERANDERT.

Verandert het hemellicht tusschen de waarneming der hoogten van declinatie, dan mogen de uurhoeken P en P' niet meer aan elkander gelijk worden gesteld.

Is namelijk S, fig. 172, de zon, en verandert zij niet van declinatie, dan zullen bij gelijke hoogten Sd en S_1d' ook de uurhoeken EPS en EPS_1 aan elkander gelijk zijn. Nadert de zon echter, terwijl zij hare dagelijksche beweging volbrengt, de zigtbare pool P, of met andere woorden, groeit hare met de Breedte gelijknamige declinatie aan, dan snijdt zij den meridiaan in E', den vertikaal Td' in a en zal zich nog tot in b moeten verplaatsen, opdat hare hoogte bb' gelijk zij aan de voormiddagshoogte Sd. De uurhoek, tijdens de laatste hoogte, klaarblijkelijk grooter zijnde dan de uurhoek SPE vóór den doorgang, zoo zal de halve som der aanwijzingen van het uurwerk, niet meer de aanwijzing zijn op het oogenblik, waarop de zon zich in den meridiaan in E' bevindt, maar overeenkomen met een stand A daarbuiten, die in het onderhavige geval aan den Westelijken kant van den meridiaan ligt. Hetzelfde heeft plaats, als de declinatie ongelijknamig is met de Breedte en afneemt. Nadert daarentegen de zon de pool, die onder den horizon ligt, dan heeft het omgekeerde plaats. Het tijdstip midden tusschen de waarnemingen valt dan v o o r den doorgang, zoodat men in het algemeen, om de aanwijzing van het uurwerk bij den doorgang te verkrijgen, op M eene verbetering moet toepassen.

Deze verbetering, m i d d a g s v e r b e t e r i n g genoemd, wordt op de volgende wijze gevonden. Uit de evenredigheid op bladz. 64, IIe Deel,

$$M - H : H' - M = P : P'$$

volgt ook

$$(M - H) - (H' - M) : (M - H) + (H' - M) = P - P' : P + P'$$

en dus

$$\frac{2M - (H + H')}{H' - H} = \frac{P - P'}{P + P'}$$

waaruit

(II) . . . . . $$M = \tfrac{1}{2}(H + H') + \frac{H' - H}{2(P + P')}(P - P')$$

in welke formule de tweede term van het tweede lid de verbetering is, die op de halve som der aanwijzingen van het uurwerk moet worden toegepast, bijaldien P en P' ongelijk zijn. Zijn zij aan elkander gelijk, dan wordt die term nul, en wij verkrijgen voor M weder de vroeger gevonden uitdrukking.

De factor $(P - P')$ is de verandering, die de uurhoek van de zon ondergaat, door hare verandering in declinatie, gedurende den tijd, die er tusschen de waarneming der hoogten verloopt. Wordt in het algemeen de betrekking, die er tusschen de overeenkomstige veranderingen van den uurhoek en de declinatie bestaat, voorgesteld door de formule:

$$\delta P = \delta d \left\{ \frac{\text{tang } b}{\sin P} - \frac{\text{tang } d}{\text{tang } P} \right\}$$

zie bladz. 55, II[e] Deel, dan zal in ons geval voor δP, $P - P'$ kunnen genomen worden, als wij voor δd de declinatieverandering invoeren, die de zon ondergaat in den tijd, die er tusschen de waarnemingen verloopt, d. i. in het tijdvak $(P + P')$. Noemen wij daartoe v de verandering in declinatie van de zon, gedurende den dag, die de waarneming onmiddellijk voorafgaat en daarop volgt, dus de verandering in 48^u, dan kan δd in v worden uitgedrukt. Wij hebben namelijk

$$v : \delta d = 48^u : P + P'$$

waaruit

$$\delta d = \frac{v}{48}(P + P').$$

Substitueren wij deze uitdrukking in die voor δP, dan komt

$$\delta P = P - P' = \frac{v}{48}(P + P')\left(\frac{\text{tang } b}{\sin P} - \frac{\text{tang } d}{\text{tang } P}\right).$$

Eenige aandacht verdient de beschouwing van het teeken van δP. Stellen wij bij gelijknamige Breedte en declinatie $b > d$, opdat de term tusschen de laatste haakjes positief blijve, dan is δP positief, als de zon de pool nadert, die boven den horizon is, dus bij toenemende declinatie, als deze gelijknamig is met de Breedte. Men overtuigt zich hiervan ligtelijk door in de formule voor δP, Noord of Zuid, naar verkiezing (+) of (—) te stellen, en voorts aan δd dat teeken te geven, hetwelk met de verandering der positief of negatief gestelde declinatie overeenkomt.

Laat b. v. de Z. declinatie aangroeijende zijn, terwijl men zich op Z. Breedte bevindt, dan is, als wij Zuid (—) stellen, δd (—), tang b (—) en tang d (—), en blijkbaar zal δP positief zijn.

Gemakkelijker nogtans is het, immer aan Noord het teeken (+), en aan Zuid het teeken (—) te geven, en δd positief te nemen, als de zon de Noord-pool nadert, dus van 21 December tot 21 Junij, doch negatief gedurende de overige helft van het jaar.

Passen wij δP met zijn teeken op P toe, dan is in het algemeen

$$P + \delta P = P'$$

dus

$$P - P' = -\delta P$$

waardoor na substitutie in formule (II), als wij δP in tijd uitdrukken,

$$M = \tfrac{1}{2}(H + H') + \frac{H' - H}{2.(P + P')} \times - \frac{v}{48.15}(P + P')\left(\frac{\text{tang } b}{\sin P} - \frac{\text{tang } d}{\text{tang } P}\right)$$

$$= \tfrac{1}{2}(H + H') + \frac{H' - H}{2.\,48.\,15}\, v \left(- \frac{\text{tang } b}{\sin P} + \frac{\text{tang } d}{\text{tang } P}\right)$$

waarin v positief is, als de Zuider-declinatie afneemt en de Noorder toeneemt; negatief daarentegen bij afnemende Noorder- en toenemende Zuider-declinatie.

De vorm, waarin de formule voorkomt, laat zich uit de figuur gemakkelijk aanwijzen. Is namelijk

$$\text{hoek } SPE' = P \quad \text{en} \quad \text{hoek } b\,PE' = P'$$

dan is

$$\text{hoek } SPA = \tfrac{1}{2}(P + P')$$

en dus

$$\text{hoek } E'PA = SPA - SPE' = \tfrac{1}{2}(P + P') - P = \tfrac{1}{2}(P' - P)$$

waardoor

$$M = \tfrac{1}{2}(H + H') - \tfrac{1}{2}(P' - P).$$

De berekening der middagsverbetering, die wij C noemen, wordt door het gebruik van Tafel XXV zeer gemakkelijk gemaakt. Schrijven wij namelijk de uitdrukking voor C aldus:

$$\text{(III)} \quad . \; . \; . \quad C = v \left\{ - \frac{\tfrac{1}{2}(H' - H)}{48.15} \frac{\text{tang } b}{\sin P} + \frac{\tfrac{1}{2}(H' - H)}{48.15} \frac{\text{tang } d}{\text{tang } P} \right\}$$

en stellen wij

$$\frac{\tfrac{1}{2}(H' - H)}{48.15 \sin P} = A \quad \text{en} \quad \frac{\tfrac{1}{2}(H' - H)}{48.15 \text{ tang } P} = B$$

dan gaat zij over in

$$\text{(IV)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad C = - v A \text{ tang } b + v B \text{ tang } d.$$

De logarithmen der factoren A en B worden in genoemde Tafel gevonden.

Bij de berekening van deze factoren valt op te merken:

1°. dat $\frac{1}{2}$ $(H' - H)$, of de half verloopen tijd tusschen de waarnemingen, dien wij V noemen, in uren en decimalen van uren moet zijn uitgedrukt;

2°. dat voor P kan worden geschreven de half verloopen tijd V, dewijl men in de formule voor δP met even veel regt P' als P had kunnen bezigen;

3°. dat, bijaldien V grooter is dan 6^u, tang P en mitsdien ook log B negatief wordt, hetgeen ter herinnering in de Tafel is aangeduid, door de letter n, die achter den bedoelden logarithmus staat.

Van de berekening van C, geven wij later de noodige voorbeelden.

Voorbeeld van de berekening van Tafel XXV.

De half verloopen tijd zij $3^u\ 18'$; men vraagt de logarithmen van A en B te berekenen.

Men heeft:

$V = 3^u,3$	log = 0,518514	log = 0,518514
$P = 3^u18'$	cosec = 0,118954	cotg = 9,931499
$48 \times 15 = 720$ . .	C. log = 7,142668 . . .	C. log = 7,142668
	log A = 7,780136	log B = 7,592681

als in de Tafel.

C. DE GUNSTIGSTE OMSTANDIGHEID VOOR DE TIJDSBEPALING DOOR CORRESPONDERENDE HOOGTEN.

De gunstigste omstandigheid voor corresponderende hoogten is die, waarbij het hemellicht het snelst rijst en daalt, dewijl dan de fout in de waarneming den minsten invloed op den tijd heeft. Streng genomen kan hierbij geene spraak zijn van eene fout in de hoogte (mits de alhidade bij de waarneming, vóór en na den doorgang, juist op dezelfde verdeeling van den rand staat) omdat de hoogte zelve buiten rekening blijft. De fout wordt begaan in de opteekening van het oogenblik t, waarop de hoogte is h; en dewijl men mag aannemen, dat die fout nagenoeg omgekeerd evenredig is met $\frac{\delta h}{\delta t}$, dus evenredig met $\frac{\delta t}{\delta h} = \frac{\delta P}{15\,\delta h} = -\frac{1}{15 \sin T \cos b}$, zoo zullen wij die fout kunnen voorstellen door

$$\pm \frac{a}{\sin T \cos b}$$

waarin a zekere fout is, die men zoude begaan, als $T = 90°$ en $b = 0°$ was. Wij bezigen in deze uitdrukking beide teekens $(\pm)$, omdat de onbekende fout zoowel $(+)$ als $(-)$ kan wezen, en het teeken $(-)$ in de vorige uitdrukking geene beteekenis heeft.

Bij de waarneming na den doorgang is eene dergelijke fout te vreezen. Nu kunnen beide fouten van gelijke teekens zijn; in dit geval is ook $\pm \frac{a}{\sin T \cos b}$ de fout van de halve som der aanwijzingen van het uurwerk of van M; zijn zij echter ongelijk van teeken, dan is M, op zeer weinig na, goed te noemen. Gemiddeld kan men op M verwachten eene fout δM, voorgesteld door

$$\delta M = \pm \tfrac{1}{2} \sqrt{\left\{ 2 \frac{a^2}{\sin^2 T \cos^2 b} \right\}} = \pm \frac{a}{\sin T \cos b \sqrt{2}}$$

of, ingeval er n waarnemingen voor en na den doorgang zijn verrigt, door

$$\delta M_1 = \pm \frac{a}{\sin T \cos b \sqrt{2n(n-1)}}.$$

De waarde van a hangt af van de bekwaamheid des waarnemers, van de zuiverheid der beelden in den kijker, enz.

De invloed van eene fout in de Breedte δb op de verbetering C is gering. Drukken wij δb in minuten uit, dan heeft de overeenkomstige fout

$$\delta C = \frac{\frac{1}{2}(H' - H)}{\sin P} \frac{V}{48.15} \frac{\delta b}{\cos^2 b} \sin 1',$$

wegens den factor sin 1′, eene kleine waarde.

d. TOEPASSELIJK GEBRUIK AAN WAL.

Bepalen wij ons tot de zon.

Ook bij deze methode vergenoegt men zich niet met eene enkele hoogte vóór en na den doorgang, maar neemt reeksen van b. v. zes hoogten, ten einde met het gemiddelde daarvan het vraagstuk op te lossen.

Heeft de zon ongeveer de hoogte bereikt, die zij bij de gunstigste gelegenheid voor de tijdsbepaling hebben moet, dan zet men de alhidade van het meetwerktuig op eene volle verdeeling van den rand en neemt het oogenblik waar, dat de beide beelden van de zon bij het gebruik van den artificiëelen horizon, elkander eerst met de bovenranden en vervolgens met de onderranden raken. Men verschuift vervolgens de alhidade een vol aantal minuten, dat men kleiner of grooter neemt, naar gelang dat de zon meer of minder snel rijst, herhaalt de waarneming en gaat daarmede voort, tot dat men twee reeksen van een gelijk aantal, b.v. van zes boven- en onderrandshoogten met de overeenkomstige aanwijzingen eens tijdmeters verkregen heeft.

Men legt nu het werktuig op eene veilige plaats, alwaar het aan geene schokken of groote temperatuursverandering is blootgesteld en zorgt des namiddags bij tijds klaar te zijn, om met de laatst waarge-

nomen hoogte de waarneming te vervolgen. Hierbij wordt op dezelfde wijze, doch in omgekeerde orde te werk gegaan, als des voormiddags, en twee gelijke reeksen van onder- en bovenrandshoogten worden gemeten.

Bij deze waarneming moet groote voorzigtigheid worden in acht genomen, opdat aan den toestand van het werktuig, gedurende de waarneming, niets verandere en die zoo mogelijk voor en na den middag dezelfde zij. Het gebruiken van dezelfde gekleurde glazen en het draaijen van de stelschroef steeds in dezelfde rigting, om den wijzer op de begeerde verdeeling te brengen, is zeer aan te bevelen.

Telt men dan den waarnemingstijd van elke hoogte in den voormiddag, bij den overeenkomstigen tijd des namiddags, dan verkrijgt men voor de onderrandshoogten eene reeks van sommen, die nagenoeg gelijk moeten zijn, en waarvan het gemiddelde genomen wordt.

Op overeenkomstige wijze handelt men met de aanwijzingen van het uurwerk, ingeval er tevens bovenrandsaanrakingen zijn waargenomen, terwijl ten slotte, als er nog, zooals meestal het geval is, een klein verschil tusschen de beide gemiddelde sommen bestaat, het gemiddelde daarvan wordt genomen, hetwelk dan $\frac{1}{2}$ $(H + H')$ zal zijn.

De berekening van de middagsverbetering C volgens formule (IV) heeft geene moeijelijkheid in. Men bezigt de declinatie voor het oogenblik midden tusschen de waarnemingen, en zoekt dus den tijd te Greenwich, die overeenstemt met den middelbaren tijd aan boord, op den waren middag. Zooals bekend is, vindt men dien middelbaren tijd aan boord, door de onverbeterde tijdvereffening op 0^u of den waren middag toe te passen. Voorts brenge men Noorder-Breedte en Noorder-declinatie met het teeken (+), Zuider-Breedte en Zuider-declinatie met het teeken (—) in rekening, en lette op het teeken van v, naar aanleiding van hetgeen daaromtrent op bladz. 69 van dit Deel is medegedeeld.

Voorbeeld. Den 14[den] Mei 18.., terwijl men zich bevindt op 50°52′ N. Breedte en 1°34′ O. Lengte, worden corresponderende zonshoogten vóór en na den middag waargenomen, toen de tijdmeter $2^u\,7'50''$ en $8^u\,9'20''$ aanwees. Men vraagt den stand van dien tijdmeter tot den middelbaren tijd aan boord.

In den almanak vindt men:

13 Mei te 0^u Greenw.	⊙ N. declin =	18°27′ 4″,3	
14 „ „ „	„ „ „	18°41′38″,3	in 1^u verand. = + 36″,42
15 „ „ „	„ „ „	18°55′53″,4	
14 „ „ „	„ Tijdvereff. =	3′53″,33	in 1^u verand. = − 0″,015

(Bijtellen bij den middelb. tijd)

O. Lengte =	1°34′ 0″		
in tijd =	0^u 6′16″	te 0^u ⊙ N. declin. =	18°41′38″,3
13 Mei middelb. tijd a/b =	23^u56′ 7″	in 10′ verand. =	6″,1
13 Mei middelb. tijd Greenw. =	23^u49′51″	⊙ N. declin. =	18°41′32″,2
14 „ „ „ „ =	— 0^u10′		

te 0^u tijdvereff. = 3′53″,33
in 10′ verand. = 0″,00
Tijdvereff. = 3′53″,33

13 Mei . . ⊙ N. declin. = 18°27′ 4″,3
15 „ „ „ = 18°55′53″,4
v = 28′49″
= 1729″ (+)

Aanw. tijdm. bij de 2^e hoogte = 8^u 9′20″
„ „ „ „ 1^e „ = 2^u 7′50″
$H' - H$ = 6^u 1′30″
$V = \frac{1}{2}(H' - H)$ = 3^u 0′45″
$H' + H$ = 10^{u}17′10″
Onverb. tijd van doorg. op den tijdm. = $\frac{1}{2}(H' + H)$ = 5^u 8′35″.

V = 3^{u}0′45″ log A = 7,7707
v = 1729″ „ v = 3,2378 (+)
N. b = 50°52′ „ tang = 0,0896 (+)
log 1^e term = 1,0981 (—)
1^e term = — 12″,5

log B = 7,6189
„ v = 3,2378 (+)
N. d = 18°41 32″ „ tang = 9,5293 (+)
log 2^e term = 0,3860 (+)
2^e term = + 2″,4

1^e term = — 12″,5
2^e „ = + 2″,4
Middagsverbetering C = — 10″,1
$\frac{1}{2}(H' + H)$ = 5^u 8′35″,0
Verb. tijd van doorg. op den tijdmeter = M = 5^u 8′24″,9
Middelb. tijd van doorg. = 11^{u}56′ 6″,7
Tijdmeter na = 6^{u}47′41″,8
of „ voor = 5^{u}12′18″,2 des middags van den 14^{den}.

V o o r b e e l d. Den 4^{den} Februarij 18.. worden, op 33°56′ Z. Breedte en 18°28′ W. Lengte, vóór en na den middag corresponderende zonshoogten waargenomen, terwijl het uurwerk 6^u 7′15″ en 4^u 8′40″ aanwijst. Men vraagt den stand van het uurwerk tot den middelbaren tijd aan boord.

3 Febr. te 0^u Greenw. ⊙ Z. declin. = 16°26′0″,9
4 „ „ „ „ „ = 16° 8′ 6″,7 in 1^u verand. = — 45″,47
5 „ „ „ „ „ = 15°49′55″,7
4 „ „ „ „ Tijdvereff. = 14′14″,39 in 1^u verand. = + 0″,201
(Aftrekken van den middelb. tijd).

W. Lengte = 18°28′
in tijd = 1^{u}13′52″
4 Febr. middelb. tijd a/b = 0^{u}14′15″
4 Febr. midd. tijd G r e e n w. = 1^{u}28′

te 0^u ⊙ Z. declin = 16°8′6″,7
in 1^{u}28′ verand. = 1′6″,7
⊙ Z. declin. = 16°7′0″

te 0^u tijdvereff. = 14′14″,39
in 1^{u}28′ verand. = 0″,3
Tijdvereff. = 14′14″,7

3 Febr. ⊙ Z. declin. = 16°26′ 0″,9
5 „ „ „ = 15°49′55″,7
v = 36′ 5″
= 2165″ (+)

Aanw. uurw. bij de 2^e waarn. = 4^u 8′40″
„ „ „ „ 1^e „ = 6^u 7′15″
$H' - H$ = 10^u 1′25″
$V = \frac{1}{2}(H' - H)$ = 5^u 0′42″
$H' + H$ = 22^{u}15′55″
Onverb. tijd van doorg. op het uurw. = $\frac{1}{2}(H' + H)$ = 11^u 7′57″,5.

$V = 5^u0'42''$ log A = 7,8574 | log B = 7,2655
$v = 2165''$ „ v = 3,3355 (+) | „ v = 3,3355 (+)
Z. $b = 33°56'$ „ tang = 9,8279 (—) | Z. $d = 16°7'$ „ tang = 9,4608 (—)
log 1e term = 1,0208 (+) | log 2e term = 0,0618 (—)
1e term = + 10″,5 | 2e term = — 1″,2

1e term = + 10″,5
2e „ = — 1″,2
Middagsverbetering C = + 9″,3
$\frac{1}{2}(H' + H) = 11^u\ 7'57'',5$
Verb. tijd van doorg. op het uurw. = $11^u\ 8'\ 6'',8$
Middelb. tijd van doorg. = $0^u14'14'',7$
Uurwerk na = $1^u\ 6'\ 7'',9$ des middags van den 4den.

Voorbeeld. Den 30sten September 18.. worden, op 38°18′ Z. Breedte en 144°42′ O. Lengte, met den artificiëelen horizon vóór en na den middag de navolgende waarnemingen verrigt:

		voormiddag	namiddag
⊙ hoogte =	77° 0′	aanw. uurw. = $9^u25'50'',0$	$2^u32'\ 4'',0$
„ =	10	„ „ = 26 21 ,5	31 30 ,5
„ =	20	„ „ = 26 56 ,0	30 56 ,5
„ =	30	„ „ = 27 29 ,5	30 23 ,5
„ =	40	„ „ = 28 3 ,5	29 48 ,0.

Men vraagt den stand van het uurwerk tot den middelbaren tijd aan boord.

In den almanak vindt men:

28 Sept. te 0^u Greenw. ⊙ Z. declin. = 2° 7′ 1″,7
29 „ „ „ „ „ „ = 2°30′25″,2 in 1^u verand. = + 58″,41
30 „ „ „ „ „ „ = 2°53′47″,3
29 „ „ „ „ Tijdvereff. = 9′45″,09 in 1^u verand. = + 0″,808
(Bijtellen bij den middelbaren tijd).

O. Lengte = 144°42′
in tijd = $9^u38'48''$
29 Sept. middelb. tijd a/b = $23^u50'\ 4''$
29 Sept. midd. tijd Greenw. = $14^u11'16''$
„ „ „ = $14^u,19$

te 0^u tijdvereff. = 9′45″,09
in $14^u,19$ verand. = 11″,47
Tijdvereff. = 9′56″,56

te 0^u ⊙ Z. declin. = 2°30′25″,2
in $14^u,19$ verand. = 13′48″,8
⊙ Z. declin. = 2°44′14″.

28 Sept. ⊙ Z. declin. = 2° 7′ 1″,7
30 „ „ „ = 2°53′47″,3
v = 46′45″,6
= 2806″ (—)

Aanwijzing uurwerk.

des voormiddags	des namiddags	halve som
$H = 9^u25'50'',0$	$H' = 2^u32'\ 4'',0$	$11^u58'57'',0 = \frac{1}{2}(H'+H)$
„ = 26 21 ,5	„ = 31 30 ,5	58 56 ,0
„ = 26 56 ,0	„ = 30 56 ,5	58 56 ,2
„ = 27 29 ,5	„ = 30 23 ,5	58 56 ,5
„ = 28 3 ,5	„ = 29 48 ,0	58 55 ,7
Gemidd. = $9^u26'56'',1 = H$	$H' = 2^u30'56'',5$	$= 11^u58'56'',3 = \frac{1}{2}(H'+H)$

$H = 9^u26'56'',1$
$H' - H = 5^u\ 4'\ 0'',4$
$V = \frac{1}{2}(H' - H) = 2^u32'\ 0'',2.$

$V = 2^u32'0''$	$\log A = 7{,}7570$		$\log B = 7{,}6536$
$v = 2806''$	„ $v = 3{,}4481\ (-)$		„ $v = 3{,}4481\ (-)$
Z. $b = 38°18'$	„ $\text{tang} = 9{,}8975\ (-)$	Z. $d = 2°44'14''$	„ $\text{tang} = 8{,}6796\ (-)$
	log 1^e term $= 1{,}1026\ (-)$		log 2^e term $= 9{,}7813\ (+)$
	1^e term $= -12'',67$		2^e term $= +0'',60$.

1^e term $= -\ 12'',7$
2^e „ $= +\ 0'',6$
Middagsverbetering $C = -\ 12'',1$
$\frac{1}{2}(H' + H) = 11^u58'56'',3$
Verb. tijd van doorg. op het uurw. $= 11^u58'44'',2$
Middelb. tijd van doorg. $= 11^u50'\ 3'',4$
Uurwerk vóór $= 0^u\ 8'40''8$ des middags van den 30sten.

Voorbeeld. Den 16^{den} Augustus 18.., op 52°58′ N. Breedte en 4°46′ O. Lengte worden met den artificiëelen horizon de onderstaande waarnemingen verrigt:

			voormiddag	namiddag.
⊙ hoogte $= 30°20'$	(aanr. bovenr.) . .	aanw. uurw.	$5^u17'30''$ . . .	$3^u53'28'',5$
„ $= 30\ 20$	(„ onderr.) . .	„ „	21 0 . . .	49 57 ,5
„ $= 30\ 55$	(„ bovenr.) . .	„ „	21 22 . . .	49 35 ,0
„ $= 30\ 55$	(„ onderr.) . .	„ „	24 52 ,5 . .	46 3 ,5.

Men vraagt den stand van het uurwerk tot den middelbaren tijd aan boord.

In den almanak vindt men:

15 Aug te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. $= 13°59'59'',0$
16 „ „ „ „ „ $= 13°41'\ 4'',7$ in 1^u verand. $= -47'',26$.
17 „ „ „ „ „ $= 13°21'57'',4$
16 „ „ „ Tijdvereff. $= 4'\ 1'',67$ in 1^u verand. $= -0'',499$.
(Aftrekken van den middelb. tijd).

O. Lengte $= 4°46'$
in tijd $= 0^u19'\ 4''$
16 Aug. middelb. tijd a/b $= 0^u\ 4'\ 1''$
15 Aug. middelb. tijd Greenw. $= 23^u44'57''$
16 „ „ „ „ $= -0^u15'\ 3''$

te 0^u tijdvereff. $= 4'1'',67$
in 15′3″ verand. $= 0'',12$
Tijdvereff. $= 4'1'',8$

te 0^u ⊙ N. declin. $= 13°41'\ 4'',7$
in 15′3″ verand. $= 12'',0$
⊙ N. declin. $= 13°41'17''$.

15 Aug. ⊙ N. declin. $= 13°59'59'',0$
17 „ „ „ $= 13°21'57'',4$
$v = 38'\ 1'',6$
$= 2282''\ (-)$

Bovenrands aanraking			Onderrands aanraking		
V. M.	$5^u17'30''$	$5^u21'22''$	V. M.	$5^u21'\ 0''$	$5^u24'52'',5$
N. M.	$3^u53'28'',5$	$3^u49'35''$	N. M.	$3^u49'57'',5$	$3^u46'\ 3'',5$
Som $=$	$21^u10'58'',5$	$21^u10'57''$	Som $=$	$21^u10'57'',5$	$21^u10'56''$
Gemiddeld $=$	$21^u10'57'',7$		Gemidd. $=$	$21^u10'56'',7$	

Gemiddelde som der aanw. bij de eene waarn. $= 21^u10'57'',7$
„ „ „ „ „ „ andere „ $= 21^u10'56'',7$
Gemiddelde waarde van $(H' + H) = 21^u10'57'',2$
$\frac{1}{2}(H' + H) = 10^u35'28'',6$

Gemiddelde aanw. uurw. des voormiddags = $5^u21'11''$
" " " " namiddags = $3^u49'46''$
$H' - H = 10^u28'35''$
$V = \frac{1}{2}(H' - H) = 5^u14'17'',5.$

$V = 5^u14'18''$ . .	log A = 7,8706		log B = 7,1674
$v =$ 2282″ . .	" v = 3,3583 (−)		" v = 3,3583 (−)
N. $b = 52°58'$ . . .	" tang = 0,1224 (+)	N. $d = 13°41'17$	" tang = 9,3866 (+)
	log 1ᵉ term = 1,3513 (+)		log 2ᵉ term = 9,9123 (−)
	1ᵉ term = + 22″,45		2ᵉ term = − 0″,82

1ᵉ term = + 22″,45
2ᵉ " = − 0″,82
Middagsverbetering C = + 21″,63
$\frac{1}{2}(H' + H) = 10^u35'28'',6$
Verb. tijd van doorg. op het uurw. = $10^u35'50'',2$
Middelb. tijd van doorg. = $0^u\ 4'\ 1'',8$
Uurwerk na = $1^u28'11'',6$ des middags van den 16den.

Bovenstaande voorbeelden zullen voldoende zijn om den aard der bewerking aan te wijzen. De methode der corresponderende hoogten is voor de tijdsbepaling aan den wal of op eene reede uitnemend geschikt, wegens de groote naauwkeurigheid, die men door haar kan bereiken. Zij kan worden aangewend op plaatsen, welker geographische ligging niet met juistheid bekend is, terwijl zelfs met slechte meetwerktuigen, mits zij slechts goede kijkers hebben, een goed resultaat kan worden verkregen, omdat de kennis der volstrekte hoogte niet vereischt wordt. Een vereischte is, dat het gebezigde uurwerk regelmatig loopt. Is dat het geval, dan oefent de gang of het verloop van het uurwerk geen invloed op M uit, dewijl in de vergelijking

$$M - H = H' - M$$

alsdan beide leden met dezelfde hoeveelheid worden vermeerderd of verminderd, en mitsdien de waarde van M geene verandering zal ondergaan.

e. BIJZONDERE GEVALLEN.

De half verloopen tijd, zooals die door het uurwerk wordt aangegeven, is in middelbaren tijd uitgedrukt, dewijl de uurwerken gewoonlijk naar dien tijd zijn geregeld. Streng genomen, zoude dit tijdsverloop voor waarnemingen van de zon, in waren tijd uitgedrukt en ook nog voor den gang van het uurwerk verbeterd moeten worden; doch de fout, die hierdoor in C begaan wordt, is gering en mag verwaarloosd worden.

Verlangt men groote naauwkeurigheid, dan is het raadzaam bij de voor- en namiddagwaarnemingen den stand van den barometer en van den thermometer op te teekenen, ten einde zich te kunnen vergewissen, of de toestand van den dampkring al dan niet eenige veran-

dering heeft ondergaan. Eene verandering toch in dien toestand wijzigt de straalbuiging, en het zou dus kunnen gebeuren, dat, ofschoon de gemeten hoogten aan elkander gelijk waren, zulks met de ware hoogten het geval niet was, hetgeen toch een vereischte is. Inzonderheid bij kleine hoogten, zal deze bijzonderheid moeten in acht genomen worden. Ziehier, hoe men den invloed der veranderde straalbuiging in rekening kan brengen.

Differentiëren wij de uitdrukking:

$$M = \tfrac{1}{2}(H + H')$$

dan komt

$$\delta M = \frac{\delta H + \delta H'}{2}.$$

Voor zoo verre nu dH en dH' fouten in de aanwijzingen van het uurwerk zijn, ten gevolge van fouten in de hoogten, is

$$\delta H = -\delta P \quad \text{en} \quad \delta H' = +\delta P'$$

en dus

$$\delta M = \frac{\delta P' - \delta P}{2} = \frac{\delta h' - \delta h}{2 \sin T \cos b}.$$

Is dan R de straalbuiging vóór den doorgang en $R' = R \pm \delta R$ de straalbuiging na den doorgang, dan kunnen wij in de formule voor δM in de plaats van $\delta h' - \delta h$, δR schrijven, en dewijl $\sin T = \sin P \dfrac{\cos d}{\cos h}$ is, zal δM, in tijd uitgedrukt, voorgesteld worden door

$$\delta M = \pm \frac{\delta R \cos h}{30 \sin P \cos b \cos d}$$

welke verbetering bij $\tfrac{1}{2}(H + H')$ opgeteld of daarvan afgetrokken moet worden, naar gelang dat de straalbuiging bij de Oostelijke hoogte grooter of kleiner is, dan die bij de Westelijke. Is namelijk de straalbuiging bij de Oostelijke hoogte te groot, dan is de ware hoogte te klein en mitsdien de Oostelijke uurhoek te groot. Dewijl het midden tusschen de beide uurhoeken aan den kant van den grootsten valt, zoo komt M te Oostelijk en zal de correctie δM bij M moeten gevoegd worden. Het omgekeerde laat zich op soortgelijke wijze verklaren.

Gemakkelijker dan door de laatst gevonden formule, kan de verbetering voor eene veranderde straalbuiging worden gevonden, door de verandering na te gaan, die de hoogte, tijdens de waarneming, in zeker tijdsverloop ondergaat, en vervolgens door eene gewone evenredigheid te berekenen, met hoeveel tijds de verandering in straalbuiging overeenkomt.

Klaarblijkelijk zal de helft van den aldus gevonden tijd de verbetering zijn, die op $\tfrac{1}{2}(H + H')$ moet worden toegepast.

Voorbeeld. Op 55°20′ N. Breedte worden gelijke zonshoogten

waargenomen. De straalbuiging is des voormiddags 9″ kleiner dan des namiddags, de N. declinatie zij 22°, de hoogte 28° en de half verloopen tijd 4 55′; men vraagt de verbetering voor de veranderde straalbuiging.

Naar de formule is de berekening aldus:

$$
\begin{array}{lr}
\delta R = 9'' \ldots\ldots\ldots & \log = 0{,}954243 \\
h = 28^\circ \ldots\ldots\ldots & \cos = 9{,}945935 \\
P = 4^u 55' & \mathrm{cosec} = 0{,}017706 \\
b = 55^\circ 20' & \sec = 0{,}245040 \\
d = 22^\circ & \sec = 0{,}032834 \\
30 & \mathrm{C.}\log = 8{,}522879 \\
\hline
 & \log \delta M = 9{,}718637
\end{array}
$$

Gevraagde verbetering $= \delta M = 0'',52$.

Dewijl men bij de waarneming heeft opgemerkt, dat de hoogte, in 1′44″ tijds, 15′ veranderde, zoo is de berekening volgens de tweede manier aldus:

$$15' : 9'' = 1'44'' : x$$

waaruit

$$x = \frac{9 \times 104}{15 \times 60} = 1'',04$$

en mitsdien voor de fout δM,

$$\delta M = \frac{1'',04}{2} = 0'',52.$$

Dewijl de straalbuiging bij de eerste hoogte kleiner is dan bij de tweede, zoo is de gevonden verbetering negatief.

Heeft men de hoogten niet zoodanig kunnen meten, dat zij met elkander overeenstemmen, dan kan men de namiddagwaarnemingen verbinden met voormiddagwaarnemingen op den volgenden dag, en alzoo den stand van het uurwerk bepalen tot middernacht. De verbetering, die in dit geval op de halve som der aanwijzingen van het uurwerk moet worden toegepast, voor de verandering in declinatie, heet middernachtsverbetering en wordt, onder het in acht nemen van de volgende bijzonderheden, nagenoeg op dezelfde wijze als de middagsverbetering berekend.

Uit den aard der zaak moeten, bij deze waarneming, de uurhoeken worden gerekend van den benedenmeridiaan. Noemen wij H_0 en H_0' de aanwijzingen van het uurwerk, tijdens de gelijke namiddag- en de daarop volgende voormiddaghoogten, P_0 en P_0' de daarbij behoorende uurhoeken, en M' het oogenblik van doorgang volgens het uurwerk te middernacht, dan hebben wij weder de evenredigheid:

$$M' - H_0 : H_0' - M' = P_0 : P_0'$$

waaruit

$$M' = \tfrac{1}{2}(H_0 + H_0') + \frac{H_0' - H_0}{2(P_0 + P_0')}(P_0 - P_0')$$

in welke formule $(P_0 - P_0')$ de verandering van den uurhoek voorstelt, die het gevolg is van de declinatieverandering der zon tusschen de waarnemingen.

Ten einde van de formule

$$\delta P = \delta d \left\{ \frac{\text{tang } b}{\sin P} - \frac{\text{tang } d}{\text{tang } P} \right\}$$

voor ons geval gebruik te kunnen maken, moeten wij daarin voor P schrijven $12^u - P_0$. Hierdoor wordt

$$\delta P = -\delta P_0 = \delta d \left\{ \frac{\text{tang } b}{\sin P_0} + \frac{\text{tang } d}{\text{tang } P_0} \right\}.$$

Drukken wij voorts δd uit in v, zijnde de declinatieverandering in 48^u, en in den verloopen tijd $(P_0 + P_0')$, dan komt, na substitutie,

$$\delta P_0 = -\frac{v}{48} (P_0 + P_0') \left(\frac{\text{tang } b}{\sin P_0} + \frac{\text{tang } d}{\text{tang } P_0} \right)$$

waaruit men ontwaart, dat onder dezelfde omstandigheden, bij corresponderende zonshoogten, met den middernacht tusschen beide, juist het omgekeerde plaats heeft van hetgeen wij met den middag tusschen de waarneming der hoogten opmerkten, namelijk dat de tweede uurhoek kleiner is dan de eerste, als de zon de Noord-pool nadert, indien bij ongelijknamige Breedte en declinatie de term tusschen de laatste haakjes positief is. Stellen wij in het algemeen:

$$P_0 + \delta P_0 = P_0'$$

dan is

$$P_0 - P_0' = -\delta P$$

en dus, na substitutie in de uitdrukking voor M',

$$M' = \tfrac{1}{2}(H_0 + H_0') + \frac{H_0' - H_0}{2.15.48} v \left\{ \frac{\text{tang } b}{\sin P_0} + \frac{\text{tang } d}{\text{tang } P_0} \right\}.$$

Wenscht men bij de oplossing van Tafel XXV gebruik te maken, dan schrijven wij de middernachtsverbetering C aldus:

$$C = v \left\{ \frac{\frac{1}{2}(H_0' - H_0)}{15.48.\ \sin P_0} \text{tang } b + \frac{\frac{1}{2}(H_0' - H_0)}{15.48\ \text{tang } P_0} \text{tang } d \right\}$$
$$= v\,A \text{ tang } b + v\,B \text{ tang } d,$$

waarbij, wat de teekens van v, b en d betreft, hetzelfde moet worden in acht genomen, dat bij de middagsverbetering is voorgeschreven. Is de half verloopen tijd grooter dan 6^u dan wordt B negatief. Zooals wij vroeger opmerkten wordt zulks in de tafel door de letter n achter den logarithmus van B aangeduid.

De veranderde vorm der formule laat zich ook in de figuur aanwijzen. Zij namelijk S, fig. 173, de zon op het oogenblik der namiddagwaarneming. Veranderde zij niet van declinatie, dan zoude zij den volgen-

den morgen in S' eene hoogte hebben, die gelijk was aan de eerst gevondene en de uurhoeken SPQ en $S'PQ$ zouden dan mede gelijk zijn. Verandert zij echter van declinatie en nadert zij de pool P, dan zal zij reeds in S_2 eene hoogte hebben, die gelijk is aan de hoogte van den vorigen dag, en blijkbaar is de uurhoek S_2PQ kleiner dan de uurhoek SPQ van den benedenmeridiaan gerekend. Is nu PR een declinatie-cirkel, die de ruimte $SPRS_2$ middendoor deelt, dan zal de halve som der aanwijzingen van het uurwerk, tijdens de gelijke hoogten, het oogenblik zijn, waarop de zon den cirkel PR snijdt, welke halve som klaarblijkelijk moet vermeerderd worden met den hoek RPQ, om op het uurwerk het oogenblik van den doorgang der zon door den benedenmeridiaan te verkrijgen. Nu is, als wij de uurhoeken van den benedenmeridiaan afrekenen:

$$\text{hoek } SPQ = P_0$$
$$\text{hoek } S_2PQ = P_0'$$

en dus

$$\text{hoek } SPR = \tfrac{1}{2}(SPQ + S_2PQ) = \tfrac{1}{2}(P_0 + P_0')$$

waardoor

$$\text{hoek } RPQ = P_0 - \tfrac{1}{2}(P_0' + P_0) = \tfrac{1}{2}(P_0 - P_0')$$

en eindelijk

$$M' = \tfrac{1}{2}(H_0 + H_0') + \tfrac{1}{2}(P_0 - P_0').$$

Voorbeeld. Den 20[sten] en 21[sten] Augustus 18.. heeft men op 41°20′ N. Breedte en 30°10′ O. Lengte de navolgende waarnemingen verrigt:

Waarneming van gelijke zonshoogten

20 Aug. des namiddags aanw. tijdmeter	21 Aug. des voormiddags aanw. tijdmeter		
$H_0 = 2^u 40'21'',0$	$H_0' = 7^u\ 0'53'',0$	$\tfrac{1}{2}(H_0 + H_0')$	$= 10^u 50'37'',0$
„ = 40 47 ,0	„ = 7 0 26 ,0	„	= 50 36 ,5
„ = 41 15 ,0	„ = 6 59 58 ,5	„	= 50 36 ,75
„ = 41 42 ,0	„ = 6 59 31 ,5	„	= 50 36 ,75
„ = 42 9 ,5	„ = 6 59 4 ,5	„	= 50 37 ,0
		Gemiddeld „	$= 10^u 50'36'',8.$

Men vraagt den stand des tijdmeters tot den middelbaren tijd aan boord.

In den almanak vindt men:

20 Aug. te 0^u Greenw. ☉ N. declin. = 12°23′21″ in 1^u verand. = —49″,83
„ „ „ Tijdvereff. = 3′ 8″,62 „ „ = —0″,604
(Aftrekken van den middelb. tijd).

19 Aug. ☉ N. declin. = 12°43′ 5″,2
21 „ „ „ = 12° 3′24″,6
v = 39′40″,6
= 2380″,6.

O. Lengte = 30°10′
in tijd = $2^u\ 0'40''$
20 Aug. middelb. tijd a/b = $12^u\ 3'\ 8''$
20 Aug. tijd Greenw. = $10^u\ 2'28''$
= $10^u{,}04$

te 0^u tijdvereff. = $3'8'',62$
in $10^u{,}04$ verand. = $6'',06$
Tijdvereff. = $3'2'',56$

te 0^u ⊙ N. declin. = 12°23′21″
in $10^u{,}04$ verand. = 8′20″
⊙ N. decl. = 12°15′ 1″.

Gemidd. aanw. tijdm. den 20sten = $2^u41'14'',9$
„ „ „ „ 21 „ = $18^u59'58'',7$
$H_0' - H_0 = 16^u18'43'',8$
$V = \frac{1}{2}(H_0' - H_0) = 8^u\ 9'21'',9.$

$V = 8^u9'22''$ log A = 8,1273
v = 2380″,6 „ v = 3,3767 (—)
b = 41°20′ „ tang = 9,9443 (+)
log 1e term = 1,4483 (—)
1e term = — 28″,1
2e term = + 3″,7
$C' = -24'',4$

log B = 7,8556 (—)
„ v = 3,3767 (—)
d = 12°15′ „ tang = 9,3367 (+)
log 2e term = 0,5690 (+)
2e term = + 3″,7

$\frac{1}{2}(H_0 + H_0') = 10^u50'36'',8$
Middernachtsverb. $C' = -\ 24'',4$
M' = aanw. tijdm. te middern. = $10^u50'12'',4$
Middelb. tijd „ = $12^u\ 3'\ 2'',6$
Tijdmeter na op den middelb. tijd a/b = $1^u12'50'',2$ den 20sten Aug. des nachts te 12^u.

Het kan somwijlen gebeuren, dat de zon des namiddags, juist op het oogenblik, waarop men haar moest waarnemen voor eene corresponderende hoogte, door eene wolk bedekt wordt. Vertoont zij zich korten tijd daarna, dan mete men twee hoogten spoedig na elkander, en berekene hoe laat de zon de vereischte hoogte zou gehad hebben. Men heeft namelijk alsdan bekend, hoeveel de zon binnen zeker tijdvak in hoogte verandert en vindt het gevraagde door eene gewone evenredigheid.

Voorbeeld. De hoogte der zon, des voormiddags te $8^u\ 5'10''$ van zekeren dag, was 60°10′. Des namiddags bevond men, toen het horologie $3^u\ 7'14''$ aanwees, dat de hoogte der zon 60°8′ en toen het $3^u\ 7'54''$ aanwees, dat zij 59°54′10″ was. Men vraagt het oogenblik der corresponderende namiddaghoogte.

Voormiddaghoogte = 60°10′
Naastbijkomende hoogte = 60° 8′ des namiddags.
Verschil = 2′

en wij hebben dus na te gaan hoeveel tijds met die verandering overeenkomt.

Hiertoe is

te $3^u7'14''$ . . . . . . hoogte = 60° 8′ 0″
„ $3^u7'54''$ . . . . . . „ = 59°54′10″
in 40″ verandert 13′50″

en dus

$$13'50'' : 2' = 40'' : x''$$

waaruit

$$x = \frac{2 \times 40 \times 60}{830} = 5'',8.$$

Alzoo

Hoogte =	60° 8′	. . . . . te	3u7′14″
Hoogte verandert	2′	. . . . . in	5″,8
Hoogte =	60°10′	te	3u7′ 8″,2.

Indien de namiddaghoogte, meer dan in dit voorbeeld is aangenomen, van de voormiddaghoogte mogt verschillen, dan is het beter den stand van het uurwerk tot den middelbaren tijd, afzonderlijk uit de voor- en uit de namiddaghoogten te berekenen en uit de beide uitkomsten het gemiddelde te nemen, hetwelk dan de stand van het uurwerk op den middag zal zijn.

f. GEBRUIK VAN CORRESPONDERENDE HOOGTEN IN ZEE.

Wenscht men in zee van corresponderende hoogten voor de tijdsbepaling gebruik te maken, dan moet daarbij de plaatsverandering worden in acht genomen, die het schip tusschen de waarneming der hoogten ondergaat. Alvorens de middelen aan te wijzen, waardoor dit geschiedt, moeten wij eene opmerking laten voorafgaan.

De kennis van den tijd aan boord dient hoofdzakelijk voor de Lengtebepaling van het schip. Zooals wij later zien zullen, kan de tijd te Greenwich uit de aanwijzing van een tijdmeter worden afgeleid. Stellen wij voor de eenvoudigheid, dat die tijdmeter juist den genoemden tijd aanwijst, dan zal het verschil tusschen die aanwijzing en den middelbaren tijd aan boord, op een gegeven oogenblik, de Lengte van het schip zijn, in tijd uitgedrukt. Bepaalt men nu, zooals door corresponderende hoogten geschiedt, de aanwijzing van dien tijdmeter voor het oogenblik van den waren middag aan boord, dan vindt men, wanneer het schip zich tusschen de waarnemingen verplaatst, op die wijze de Lengte van het schip voor de plaats, die het heeft ingenomen, tusschen de beide waarnemingen. Zeer na komt dit punt overeen met de plaats van het middagsbestek, als er tusschen de waarnemingen maar één koers met eene standvastige vaart is gestuurd, en eene kleine verbetering zal op *M* moeten toegepast worden, om voor die plaats te kunnen dienen.

Hetgeen de zeeman echter hoofdzakelijk kennen moet, is de Lengte van zijne standplaats. Dit is dus, als men corresponderende hoogten waarneemt, de Lengte van het punt, alwaar de namiddaghoogte wordt gemeten, en wij zullen dus het onderhavige vraagstuk met het oog op deze omstandigheid behandelen. Ziehier hoe men daarbij te werk kan gaan.

Men peilt bij de voormiddaghoogte de zon, en let bijzonder op den

koers en de vaart van het schip. Overgaande tot de namiddagwaarneming, meet men eenige hoogten met kleine tijdsruimten tusschen beiden, herleidt de voormiddaghoogte op de bekende manier tot de plaats, alwaar de laatste waarneming geschied is, en brengt door interpolatie, volgens de vroeger medegedeelde wijze, de tweede hoogte met de herleide in overeenstemming.

Berekent men vervolgens op de gewone wijze de waarde van *M*, dan vindt men, door het verschil te nemen tusschen *M* en den middelbaren tijd aan boord, de Lengte van de plaats, in tijd uitgedrukt, alwaar de namiddaghoogten zijn gemeten, dewijl de omstandigheden volkomen zoo zijn geweest, alsof het schip daar ter plaatse had stil gelegen. Behoudt het schip denzelfden koers en verandert de vaart niet, dan kan men ligtelijk vooruit berekenen, hoeveel de herleiding der voormiddaghoogte zal bedragen. Men kent namelijk den tijd, waarop die hoogte is gemeten, naauwkeurig genoeg om tamelijk juist het tijdsverloop te kunnen bepalen, dat er tusschen de waarneming der hoogten verloopen zal, waartoe men slechts het dubbel heeft te nemen van den tijd der waarneming voor den middag. Met behulp van de verheid, die in dat tijdsverloop zal afgelegd worden, de herleiding der hoogte berekend hebbende, weet men nu ook hoeveel de namiddaghoogte ongeveer zal moeten bedragen, en men kan dus zijne maatregelen nemen om te zorgen, dat de herleide hoogte tusschen eene grootere en eene kleinere invalt. Mogten de koers en de vaart van het schip eenigzins veranderen, dan heeft men daarop te rekenen, terwijl de tijd van de tweede waarneming het middel aan de hand geeft, om het tijdsverloop met genoegzame juistheid te bepalen, waardoor dan des gevorderd, de herleiding van de eerste hoogte kan verbeterd worden.

Voorbeeld. Den 15[den] Junij 18.., zijnde op 9°59′36″ Z. Breedte en 54°52′0″ gegiste O. Lengte, worden des voormiddags omstreeks 10[u] zonshoogten waargenomen, waarvan de gemiddelde is:

$\underline{\odot}$ hoogte = 45°36′36″ volgens aanw. tijdmeter te 6[u]20′40″.

Op dat oogenblik wordt de zon gepeild N 41° O, terwijl de koers van het schip ZW en de vaart 8 mijl per wacht is.

Omstreeks 2[u] in den namiddag wordt waargenomen:

$\underline{\odot}$ hoogte	= 45°30′0″	naar aanw.	tijdm.	te	10[u]20′59″,0
„	= 45 20 0	„	„	„	„ 10 22 1 ,5
„	= 45 10 0	„	„	„	„ 10 23 4 ,0
„	= 45 0 0	„	„	„	„ 10 24 6 ,5

Als nu de tijdmeter juist den middelbaren tijd te Greenwich aanwijst, vraagt men den stand des tijdmeters tot den middelbaren tijd aan boord op de tweede waarnemingsplaats.

In den almanak vindt men:

15 Junij te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 23°20′5″ . . . . . . in 1^u verand. = + 6″,68
„ „ „ Tijdvereff. = 0′7″,95 (aftr.) . „ „ = + 0″,528.

De oplossing is aldus:

Gegiste tijd a/b bij de 1e waarn. = 10^u = 2^u vóór den middag

alzoo

Gegist tijdsverloop = 4^u.

Verheid in 4^u = 32′ . . . . log = 1,505150
φ = 135° + 41° = 176° . . . cos = 9,998941 (—)
log herleiding der hoogte = 1,504091
Herleiding = 31′55″ (—)
1e hoogte = 45°36′36″
Herleide hoogte = 45° 4′41″.

Vestigen wij onze aandacht op de reeks van waarnemingen op de tweede plaats verrigt, dan zien wij, dat de andere hoogte tusschen 10^u 23′4″ en 10^u 24′6″,5 zal vallen. Ter verbetering van het tijdsverloop hebben wij:

2e waarn. ongeveer te 10^u23′30″
1e „ „ 6^u20′40″
Verbeterd tijdsverl. = 4^u 3′

en vervolgens daarmede

Verbeterde verheid = 32′,4

Verbeterde verh. = 32′,4 . . . . log = 1,510545
φ = 176° . . . . cos = 9,998941 (—)
log verb. herleiding = 1,509486
Verb. herleiding = 32′19″
1e hoogte = 45°36′36″
Herleide hoogte = 45° 4′17″

Blijkens de namiddagwaarneming is

⊙ hoogte = 45°10′0″ waargen. te 10^u23′4″,0
„ = 45° 0′0″ „ „ 10^u24′6″,5
de hoogte verandert 10′ in 1′2″,5.

Om dus te weten hoeveel tijds de zon besteedt om 45°4′17″ — 45°0′0″ = 4′17″ in hoogte te veranderen, hebben wij de evenredigheid:

$$10' : 4'17'' = 1'2'',5 : x$$

waaruit

$$x = \frac{4,283 \times 62,5}{10} = 26'',8$$

en dus

⊙ hoogte = 45°0′ 0″ . . . . . te 10^u24′ 6″,5
4′17″ verand. in 26″,8
⊙ hoogte = 45°4′17″ . . . . . te 10^u23′39″,7.

Alzoo is

H' = aanw. tijdm. bij de 2e hoogte = $10^u 23' 39'',7$
H = „ „ „ „ 1e „ = $6^u 20' 40''$
$V = \frac{1}{2}(H' - H) = 2^u\ 1' 30''$
$\frac{1}{2}(H + H') = 8^u 22'\ 9'',8.$

Volgens de vooronderstelling, dat de tijdmeter den tijd te Greenwich aanwijst, zal het op den middag aan boord, $8^u\ 22' 9'',8$ te Greenwich zijn van den 15den Junij des voormiddags. Zoeken wij dus de declinatie en de tijdvereffening voor dat oogenblik, ten einde de middagsverbetering te berekenen. De Breedte, welke men daartoe behoeft, is natuurlijk die van de tweede waarnemingsplaats. Wij passen dus de veranderde Breedte, gedurende het tijdvak tusschen de waarnemingen, op de afgevaren Breedte toe.

te 0^u ⊙ N. declin. = $23°20'\ 5''$
in $3^u,63$ verand. = $24''$
⊙ N. declin. = $23°19'41''$
v = verand. in 48^u = $4'56''$
= $296''$

te 6^u tijdvereff. = $0'7'',95$
in $3^u,63$ verand. = $1'',92$
Tijdvereff. = $0'6'',03$

$V = 2^u\ 1'\ 30''$ log A = 7,7452
$v = 296''$ „ v = 2,4713 (+)
$b = 10°22'\ 36''$ „ tang = 9,2627 (−)
log 1e term = 9,4792 (+)
1e „ = $0'',301$ (+)

$d = 23°19'41''$

log B = 7,6811
„ v = 2,4713 (+)
„ tang = 9,6347 (+)
log 2e term = 9,7871 (+)
2e „ = $0'',613$ (+)

1e term = + $0'',301$
2e „ = + $0'',613$
Middagsverb. = + $0'',9$
$\frac{1}{2}(H + H') = 8^u 22'\ 9'',8$
$M = 8^u 22' 10'',7$
Middelb. tijd van doorg. = $0^u\ 0'\ 6'',0$
Tijdmeter achter = $3^u 37' 55'',3.$

Eene andere, meer eenvoudige manier om het vraagstuk op te lossen is de volgende: Men bepaalt de aanwijzing van den tijdmeter op het oogenblik, waarop de namiddagshoogte gelijk is aan die van den voormiddag, en neemt dus werkelijk gelijke hoogten waar.

Is nu h de eerste hoogte en de overeenkomstige aanwijzing des tijdmeters H, dan is ook h de tweede hoogte, terwijl wij de daarbij behoorende aanwijzing des tijdmeters H_1 noemen.

Waren de beide hoogten op de tweede plaats gemeten, toen de tijdmeter H en H_1 aanwees, dan zou de eerste hoogte geweest zijn $h' = h - m \cos \varphi$, zie bladz. 40, IIe Deel, en $h - h' = m \cos \varphi$ zal de fout zijn, die men bij het meten der hoogten begaan heeft. Nu hebben wij vroeger gezien, bladz. 77 van dit Deel, dat

$$\delta M = \frac{\delta h' - \delta h}{2 \sin T \cos b}$$

de fout is, die in $M = \frac{1}{2}(H + H')$ begaan wordt, als $\delta h'$ en δh fouten in de hoogten beteekenen. In ons geval is $\delta h' - \delta h = m \cos \varphi$ en dus

$$\delta M = \frac{m \cos \varphi}{2 \sin T \cos b} \text{ of in tijd} = \frac{m \cos \varphi}{30 \sin T \cos b}$$

zoodat de aanwijzing van den tijdmeter op den waren middag zal worden voorgesteld door

$$M = \tfrac{1}{2}(H + H_1) \pm C \pm \delta M = \tfrac{1}{2}(H + H_1) \pm C \pm \frac{m \cos \varphi}{30 \sin T \cos b}$$

waarin δM positief is, als de koers van de zon is afgewend, dewijl in dat geval, de eerste hoogte kleiner zijnde dan de tweede, de eerste uurhoek grooter is dan die na den middag, en de halve som der aanwijzingen des tijdmeters met een tijdstip vóór den doorgang overeenkomt. Nadert men daarentegen de zon, dan is δM negatief.

Voorbeeld. Men heeft in het vorige vraagstuk dés namiddags, naar aanwijzing van den tijdmeter te $10^u 20'22''$, gemeten de onderrandshoogte van de zon $45°36'36''$. Men vraagt als boven.

$$\begin{aligned} H_1 &= 10^u 20'22'' \\ H &= 6^u 20'40'' \\ \hline H_1 - H &= 3^u 59'42'' \\ \tfrac{1}{2}(H_1 - H) &= 1^u 59'51'' \\ \tfrac{1}{2}(H_1 + H) &= 8^u 20'31'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Afgev. Z. Breedte} &= 9°59'36'' \\ \text{verand. Z.} &= 22'36'' \\ \hline \text{Bek. Z. Breedte} &= 10°22'12'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \cos \varphi &= 31'55'' \ \ldots\ldots \ \log = 1{,}504091 \\ b &= 10°22'12'' \ \ldots\ldots \ \sec = 0{,}007153 \\ T &= 41° \ \ldots\ldots\ldots \ \text{cosec} = 0{,}183057 \\ 30 & \ \ldots\ldots\ldots \ \text{C. log} = 8{,}522879 \\ \hline & \log \delta M = 0{,}217180 \\ & \delta M = 1'38'',9 \ (+) \\ & C = 0'',9 \ (+) \\ & \tfrac{1}{2}(H + H_1) = 8^u 20'31'' \\ \hline & M = 8^u 22'10'',8 \end{aligned}$$

hetgeen met M volgens de andere bewerking slechts $0'',1$ verschilt.

Inzonderheid tusschen de keerkringen zal de methode der corresponderende zonshoogten, in zee, met vrucht kunnen worden aangewend, dewijl het tijdsverloop tusschen de hoogten dan niet groot behoeft te zijn. De hoogten zullen namelijk in die streken, tot kort voor den doorgang der zon, zoo snel veranderen, dat de waarneming der hoogte, mits niet te digt bij den doorgang verrigt, nog als gunstig voor de tijdsbepaling kan aangemerkt worden. Is het tijdsverloop tusschen de waarnemingen der hoogten niet groot, dan zal ook de onzekerheid, die de koers- en verheidsrekening min of meer op de herleiding der eerste hoogte werpt, gering worden, en het resultaat meer vertrouwen verdienen.

Brengen de omstandigheden het echter mede, dat het bedoelde tijdsverloop groot is, of, dat door wolkdrijvende lucht, als anderzins, het

juiste oogenblik, waarop de tweede hoogte moest gemeten worden, voorbij is, dan bepale men den tijd met behulp van gewone zonshoogten.

IV. TIJDSBEPALING DOOR TWEE HOOGTEN VAN DE ZON, NABIJ DEN MERIDIAAN.

De tijdsbepaling, met behulp van twee hoogten, maakt, zooals wij zullen opmerken, een deel uit van het algemeene vraagstuk om de Breedte en den tijd af te leiden uit twee hoogten, hetzij van verschillende hemellichten, hetzij uit twee hoogten van hetzelfde hemellicht, met eenig tijdsverloop tusschen beide. De omvang van de oplossing van dat vraagstuk is oorzaak, dat tot dus verre, althans voor tijdsbepaling, de toepassing daarvan werd nagelaten, niettegenstaande er een onloochenbaar voordeel in gelegen is om Breedte en tijd, voor hetzelfde oogenblik te kunnen verkrijgen.

Zooals wij vroeger hebben gezien, behoort de waarneming van de hoogte voor de tijdsbepaling te geschieden, wanneer de zon, wij bepalen ons alleen tot haar, een azimuth heeft van zoo mogelijk 90°. In de praktijk ontstaat daardoor het bezwaar, dat men bij eene voormiddagwaarneming, door de minder juiste kennis van de Breedte op dat oogenblik, den tijd en dus ook de Lengte niet naauwkeurig uit die waarneming kan afleiden. Vindt men voorts op den middag de Breedte, en wenscht men voor dat tijdstip ook de Lengte te kennen, dan kan de Lengte, die des morgens bepaald is, zooals wij later zullen zien, wel door middel van de koers- en verheidsrekening tot dat oogenblik herleid, en voor de misgissing in Breedte verbeterd worden, doch blijkbaar zullen daardoor tevens fouten in die herleide Lengte kunnen ontstaan.

De methode, die wij hierbij den zeeman aanbieden, heeft ten doel aan het genoemde bezwaar te gemoet te komen, door den tijd te doen vinden, omstreeks den middag, uit het *verschil* van twee *ongelijke* zonshoogten, die kort *voor* en *na* den doorgang zijn waargenomen. Men vestige wel de aandacht op de omstandigheid, dat hier alleen sprake is van het verschil van twee hoogten en niet van eene enkele hoogte. Door eene enkele hoogte toch, zoude de tijdsbepaling in de nabijheid van den meridiaan in de meeste gevallen zeer onzeker zijn. Bij de andere vooronderstelling blijft wel is waar eene kleine onzekerheid bestaan, doch zij wordt, als de Breedte niet te groot is, vrij wel opgewogen door het voordeel, dat er aan verbonden is, namelijk, dat men Breedte en Lengte op eene eenvoudige manier voor hetzelfde oogenblik kan bepalen. Reeds jaren geleden door den hoogleeraar K. V. LITTROW voorgesteld, werd die methode den 8sten Januarij 1863, in de keizerlijke akademie

van wetenschappen te Weenen, door dien geleerde op nieuw ter sprake gebragt, naar aanleiding van de zeer gunstige resultaten, die zij bij hare toepassing aan boord van het Oostenrijksche fregat de Novara gedurende eene reis om de wereld had opgeleverd. Ook in Frankrijk had zij de aandacht getrokken. In de zitting van de akademie van wetenschappen te Parijs, den 7[den] Maart 1864, bood FAYE eene zeer gunstige beoordeeling van die methode aan, en wij vermeenen dus geregtigd zijn om de aandacht van onze zeelieden daarop te vestigen.

Laat h en h' twee zonshoogten zijn, die men heeft waargenomen naar aanwijzing van een tijdmeter, op twee tijdstippen t en t'. Zijn verder P en P' de onbekende uurhoeken van de zon op die tijdstippen, b de Breedte van het schip, dat wij als stil liggend aanmerken, en d de declinatie van de zon, die wij voor het oogenblik als standvastig beschouwen, dan is, als wij voor de eenvoudigheid stellen, dat beide hoogten vóór den doorgang zijn waargenomen,

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d$$
$$\sin h' = \sin b \sin d + \cos P' \cos b \cos d$$
$$\sin h' - \sin h = \cos b \cos d (\cos P' - \cos P)$$
$$2 \cos \tfrac{1}{2} (h' + h) \sin \tfrac{1}{2} (h' - h) = \cos b \cos d \{ 2 \sin \tfrac{1}{2} (P - P') \sin \tfrac{1}{2} (P + P') \}$$

waaruit

$$\text{(I)} \quad . \; . \; . \; . \quad \sin \tfrac{1}{2} (P + P') = \frac{\sin \tfrac{1}{2} (h' - h)}{\sin \tfrac{1}{2} (P - P')} \cdot \frac{\cos \tfrac{1}{2} (h' + h)}{\cos b \cos d} \; (*)$$

door welke formule $\frac{1}{2} (P + P')$ berekend kan worden, dewijl $\frac{1}{2} (P - P')$, of de halfverloopen tijd tusschen de waarnemingen, bekend is. Deze halfverloopen tijd wordt blijkbaar gevonden, door het halve verschil te nemen van de aanwijzingen van het uurwerk t' en t. De grootheid $\frac{1}{2} (P + P')$ is de uurhoek van de zon, midden tusschen de waarnemingen, en is dus in waren tijd uitgedrukt. Hij wordt op de gewone wijze tot middelbaren tijd aan boord herleid. Staat de zon bij de waarneming aan weerszijden van den meridiaan, dan is $\frac{1}{2} (P + P')$ de halfverloopen tijd en $\frac{1}{2} (P - P')$ de bedoelde uurhoek. De uurhoek is Oostelijk, als de eerste hoogte kleiner is dan de tweede; doch Westelijk in het tegenovergestelde geval.

Voor d neme men de declinatie op het oogenblik, midden tusschen de waarnemingen. De fout, die men door het aannemen van eene standvastige declinatie in de oplossing van het vraagstuk begaat, wordt daardoor grootendeels vereffend.

Voorbeeld. Den 22[sten] Junij 18.. op 52°34′20″ N. Br. wer-

(*) Deze formule is onder een anderen vorm dezelfde als die, welke DOUWES gebruikt bij zijne methode, om de Breedte te bepalen met behulp van twee zonshoogten. Men zie daarover het volgende hoofdstuk.

den door mij eenige zonshoogten nabij den meridiaan gemeten. De ware hoogten met de daarbij behoorende aanwijzingen van een tijdmeter waren:

	Aanw. tijdm.	Ware hoogte
(1) . . .	$8^u28'45'',0$	$60°40'17''$
(2) . . .	8 32 7 ,5	44 27
(3) . . .	8 37 11 ,0	49 37
(4) . . .	8 40 24 ,0	51 27
(5) . . .	8 45 4 ,5	52 37
(6) . . .	8 48 18 ,0	52 27
(7) . . .	8 49 36 ,0	52 17
(8) . . .	8 53 42 ,0	50 47

Indien de verbeterde N. declinatie der zon $23°26'57''$ en de tijdvereffening $1'42''$ (aftr. van den middelb. tijd) was, vraagt men den stand des tijdmeters tot den middelbaren tijd aan boord.

Men ontwaart dat (6) (7) en (8) na den doorgang zijn waargenomen. De berekening is dan als volgt, indien wij daartoe (1) en (8) bezigen.

$$t' = 8^u53'42'',0 \qquad h' = 60°50'47''$$
$$t = 8^u28'45'',0 \qquad h = 60°40'17''$$
$$t'-t = 0^u24'57'',0 \qquad h'-h = 0°10'30'' \qquad \tfrac{1}{2}(h'-h) = 0°\ 5'15''$$
$$\tfrac{1}{2}(P-P') = 0^u12'28'',5 \qquad h'+h = 121°31'\ 4'' \qquad \tfrac{1}{2}(h'+h) = 60°45'32''.$$
$$\tfrac{1}{2}(t'+t) = 8^u41'13'',5$$

$$\tfrac{1}{2}(h'-h) = 0°\ 5'15'' \ldots \sin = 7,183885$$
$$\tfrac{1}{2}(h'+h) = 60°45'32'' \ldots \cos = 9,688852$$
$$\tfrac{1}{2}(P-P') = 0^u12'28'',5 \ldots \operatorname{cosec} = 1,264353$$
$$b = 52°34'20'' \ldots \sec = 0,216267$$
$$d = 23°26'57'' \ldots \sec = 0,037435$$
$$\sin \tfrac{1}{2}(P+P') = 8,390792$$

Oostelijke uurh. tusschen de waarn. = $0^u\ 5'38''$
Ware tijd = $11^u54'22''$
Tijdvereff. = $0^u\ 1'42''$
Middelb. tijd a/b = $11^u56'\ 4''$
Aanw. tijdm. = $8^u41'13'',5$
Gevraagde stand tijdm. = $3^u14'50'',5$ (+)

Op dezelfde wijze vindt men door de verbinding

van (1) en (7) . . . . stand tijdm. = $3^u14'49'',2$ (+)
„ (1) en (6) . . . . „ „ = 3 14 50 ,5
„ (1) en (5) . . . . „ „ = 3 14 41 ,0
„ (2) en (8) . . . . „ „ = 3 14 51 ,3

Ons blijft nog over na te gaan, welken invloed de onvermijdelijke waarnemingsfouten op het resultaat uitoefenen. Al dadelijk merken wij op, dat de Breedte als naauwkeurig bekend mag gesteld worden, dewijl men, volgens hetgeen in het volgende hoofdstuk zal aangetoond worden, de Breedte der waarnemingsplaats zeer naauwkeurig uit die waarnemingen

kan bepalen. Wij hebben dus bij het onderhavige onderzoek alleen in aanmerking te nemen de overeenkomstige veranderingen in $\frac{1}{2}(P+P')$, $\frac{1}{2}(h'-h)$ en $\frac{1}{2}(h'+h)$. Differentiëren wij formule (I) voor die veranderlijke grootheden, terwijl wij haar gemakshalve in logarithmen uitdrukken, dan komt:

$$\text{(II)}\quad \delta\tfrac{1}{2}(P+P') = \delta\tfrac{1}{2}(h'-h)\frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(P+P')}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(h'-h)} - \delta\tfrac{1}{2}(h'+h)\frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(P+P')}{\operatorname{cotg}\frac{1}{2}(h'+h)}$$

of, als wij in den factor van $\delta\frac{1}{2}(h'-h)$ de waarde van sin $\frac{1}{2}(P+P')$ uit form. (I) substitueren:

$$\text{(III)}\quad \delta\tfrac{1}{2}(P+P') = \delta\tfrac{1}{2}(h'-h)\frac{\cos\frac{1}{2}(h'+h)\cos\frac{1}{2}(h'-h)}{\cos\frac{1}{2}(P'+P)\sin\frac{1}{2}(P-P')\cos b\cos d} -$$
$$- \delta\tfrac{1}{2}(h'+h)\frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}(P+P')}{\operatorname{cotg}\frac{1}{2}(h'+h)}.$$

Blijkens formule (III) zal de fout in $\frac{1}{2}(h'-h)$ grooter invloed uitoefenen wanneer de hoogten klein zijn, dan wanneer zij groot zijn; doch die invloed neemt af, naar mate dat het tijdsverloop tusschen de waarnemingen, voorgesteld door $\frac{1}{2}(P-P')$, grooter is. Bevindt men zich op hooge Breedte, en is dus de omstandigheid voor de tijdsbepaling op zich zelve reeds minder gunstig, dan is het bijgevolg raadzaam om de hoogten ter wederzijde van den meridiaan te nemen, met een tijdsverloop tusschen beide van 20, 30 of 40 minuten. Het resultaat zal dan voor de praktijk aan boord met eene voldoende naauwkeurigheid worden gevonden.

Zijn de hoogten ter wederzijde van den meridiaan aan elkander gelijk, en stellen wij de declinatie standvastig, dan is $P = -P'$, waardoor form. (III) overgaat in:

$$\delta\tfrac{1}{2}(P+P') = \delta\tfrac{1}{2}(h'-h)\frac{\cos h}{\sin P\cos b\cos d}.$$

Uit deze formule volgt, dat ook bij corresponderende of nagenoeg gelijke hoogten, de fout in $\frac{1}{2}(P+P')$ omgekeerd evenredig is met sin P, of nagenoeg omgekeerd evenredig met den tijd, die er tusschen de waarnemingen verloopt. Voorts is die fout evenredig met sec b sec d cos h of nagenoeg evenredig met sec b sec d sin $(b-d)$. Dezelfde fout oefent dus in den winter een grooteren invloed uit dan des zomers. De invloed van eene fout in $\frac{1}{2}(h+h')$ is bij corresponderende hoogten, blijkens form. (III) uiterst gering.

Ten einde zich te vergewissen aangaande den invloed van de onvermijdelijke waarnemingsfouten, kan men de coëfficiënten berekenen van formule (II) voor de gegevens van het voorbeeld. Onder die omstandigheden zal dan de fout in $\frac{1}{2}(P+P')$, in tijd uitgedrukt, worden voorgesteld door de formule:

$$\text{(IV)}\quad .\ .\ \delta\tfrac{1}{2}(P+P') = 1{,}07\,\delta\tfrac{1}{2}(h'-h) - 0{,}003\,\delta\tfrac{1}{2}(h'+h).$$

Wij hebben namelijk:

$\frac{1}{2}(h' + h) = 60°45'32''$	. . . .	tang $= 0{,}251949$
$\frac{1}{2}(P + P') = 0^u\ 5'38''$ tang $= 8{,}390670$	. . . .	„ $= 8{,}390670$
$\frac{1}{2}(h' - h) = 0°\ 5'15''$ cotg $= 2{,}816114$		
15 C. log $= 8{,}823909$	. . . .	$= 8{,}823909$
log coëfficiënt $= 0{,}030693$		log coëfficiënt $= 7{,}466528$
Coëff. van $\delta\,\frac{1}{2}(h' - h) = 1{,}07$		Coëff. van $\delta\,\frac{1}{2}(h' + h) = 0{,}003$.

Stellen wij nu dat men in $(h' + h)$ eene fout had begaan van $1'$, dan is het waarschijnlijk, dat het verschil der beide hoogten met eene kleinere fout zal zijn aangedaan, die wij gelijk $40''$ nemen. Substitueren wij deze waarden in (IV), dan verkrijgen wij, omdat $\delta\,\frac{1}{2}(h' + h)$ zoowel positief als negatief kan zijn, voor de waarschijnlijke fout,

$$\pm \sqrt{\{(1{,}07 \times 20'')^2 + (0{,}003 \times 30'')^2\}} = \pm\, 21'',4$$

of voor de fout in de Lengte, die met behulp van deze tijdsbepaling gevonden wordt, $5',3$. Zoekt men de afwijking, die met deze Lengteverandering op 52° Breedte overeenstemt, dan vindt men $3',3$ en de plaats van het schip zal alzoo tot op 1 mijl naauwkeurig bekend zijn, ofschoon de Breedte zeer groot en het tijdsverloop tusschen de waarnemingen klein is en de omstandigheden dus niet gunstig kunnen geacht worden.

Voor de praktijk verdient de volgende, meer naauwkeurige oplossing van het vraagstuk, mij door den heer STAMKART aan de hand gedaan, de voorkeur.

Laat t de aanwijzing zijn van een tijdmeter op het oogenblik, waarop eene hoogte h nabij den meridiaan is gemeten. Zij voorts

de gegiste aanwijzing van den tijdm. op den waren middag $= T$
en de werkelijke „ „ „ „ „ „ „ „ $= T + x$

dan is x eene verbetering, die wij moeten zoeken. Noemen wij de onbekende middagshoogte H, dan is, zie bladz. 121, IIe Deel:

$$H = h + A\,(T + x - t)^2$$

en dus, na ontwikkeling

$$\text{(V)} \quad \ldots \quad h + A\,(T - t)^2 = (H - Ax^2) - 2\,A\,(T - t)\,x.$$
$$\text{(VI)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad = H' - 2\,A\,(T - t)\,x$$

wanneer wij $H - Ax^2 = H'$ stellen.

Elke waargenomen hoogte stelt ons in de gelegenheid om eene dusdanige vergelijking op te schrijven. Neemt men dan de som der vergelijkingen, waarin $(T - t)$ eene positieve waarde heeft, en ook de som van die, waarin $(T - t)$ negatief is, dan zal men twee eindvergelijkingen verkrijgen, waaruit de onbekenden x en H' met eene voor de praktijk toereikende naauwkeurigheid kunnen worden opgelost. Men vindt x in minuten tijds, als $(T - t)$ daarin is uitgedrukt.

Het onderstaande voorbeeld moge dienen om het gebruik van form.

(VI) toe te lichten. Wij zullen daaruit tevens aanleiding nemen om de naauwkeurigheid te beoordeelen, waarmede hoogten, onder ongunstige omstandigheden, voor deze methode kunnen worden gemeten.

Voorbeeld. Den 24sten Junij 1864, met digt gereefde marszeilskoelte, buijige lucht en eene kim, die zeer dikwijls moeijelijk was te onderkennen, werd door mij waargenomen:

	Aanw. tijdm.	☉ ware hoogte
(1)	$8^u26'45'',0$	$60°32'57''$
(2)	8 27 38 ,5	60 34 47
(3)	8 28 47 ,0	60 35 57
(4)	8 56 36 ,0	60 48 47
(5)	8 59 14 ,0	60 46 7
(6)	9 0 34 ,5	60 45 47

De gegiste N. Breedte zij 52°34′, de verbeterde N. declinatie 23°25′, en de tijdvereffening 2′8″ (aftrekken van den middelb. tijd).

Tafel XXVI geeft voor 52°34′ N. Br. en 23°25′ N. declin. . . . $A = 2'',24$.

Stellen wij $T = 8^u49'0''$, dan komt de bewerking aldus te staan:

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$t =$	$8^u26'45''$	$27'38'',5$	$28'47'',0$	$56'36'',0$	$59'14'',0$	$60'34'',5$
$T =$	$8^u49'\ 0''$	$49'\ 0''$	$49'\ 0''$	$49'\ 0''$	$49'\ 0''$	$49'\ 0''$
$T - t =$	$0^u22'15''$	$21'21'',5$	$20'13'',0$	$-\ 7'36'',0$	$-10'14'',0$	$-11'34'',5$
$A =$	$2'',24$	$2'',24$	$2'',24$	$2'',24$	$2'',24$	$2'',24$
$A(T-t)^2 =$	$18'29''$	$17'\ 2''$	$15'14''$	$2'\ 9''$	$3'55''$	$5'\ 0''$
$h =$	$60°32'57''$	$34'47''$	$35'57''$	$48'47''$	$46'\ 7''$	$45'47''$
$h + A(T-t)^2 =$	$60°51'26''$	$51'49''$	$51'11''$	$50'56''$	$50'\ 2''$	$50'47''$

Hierdoor verkrijgen wij de volgende vergelijkingen, waarin wij voor de eenvoudigheid de graden achterwege laten:

$$51'26'' = H' - 4'',48 \times 22,25\,x$$
$$51\ 49 = H' - 4\ ,48 \times 21,36\,x$$
$$51\ 11 = H' - 4\ ,48 \times 20,21\,x$$
$$50\ 56 = H' + 4\ ,48 \times 7,60\,x$$
$$50\ \ 2 = H' + 4\ ,48 \times 10,23\,x$$
$$50\ 47 = H' + 4\ ,48 \times 11,56\,x.$$

Nemen wij de som van de drie eerste vergelijkingen, en ook die van de drie laatste, dan komt:

$$\text{(VII)} \quad \begin{array}{l} 154'26'' = 3\ H' - 285,869\,x \\ 151'45'' = 3\ H' + 131,667\,x \\ \hline 2'41'' = 161'' = -417,536\,x \end{array}$$

waaruit:

$$x = -\ 0',39$$
$$= -\ 0^u\ 0'23'',4$$

Gegiste aanw. tijdm. =	$8^u49'\ 0'',0$
Verb. aanw. tijdm. op den waren middag =	$8^u48'36'',6$
Middelb. tijd „ „ „ „ =	$12^u\ 2'\ 8''$
Stand tijdmeter tot middelb. tijd =	$3^u13'31'',4\ (+)$.

Nemen wij in plaats van het verschil, de som van de vergelijkingen (VII), dan verkrijgen wij:

$$306'11'' = 6\,H' - 154{,}202\,x$$

waaruit, na substitutie van de gevonden waarde van x:

$$H' = 50'51'',8$$

en dus, dewijl de graden achterwege waren gelaten:

$$\begin{aligned} H' &= 60^\circ 50' 51'',8 \\ Ax^2 &= 0'',3 \\ \hline \text{Middagshoogte} = H &= 60^\circ 50' 52'',1. \end{aligned}$$

Zooals wij in het volgende hoofdstuk zullen zien, verschaft ons de kennis van de middagshoogte der zon het middel om daarmede en met de middagsdeclinatie de Breedte te bepalen, weshalve wij te dezer plaatse over dat punt in geene nadere bijzonderheden treden. Wij wenschen alleen op te merken, dat de medegedeelde wijze om de middagshoogte te bepalen tot grootere naauwkeurigheid leidt, dan de manier, welke op bladz. 126, IIe Deel, wordt voorgesteld.

De gegeven oplossing verdient verre de voorkeur boven de vorige, waarbij men de hoogten twee aan twee combineert, waardoor bij eene meer omslagtige berekening een minder naauwkeurig resultaat wordt verkregen. Des verkiezende zou men zelfs de onbekenden uit form. (VI) volgens de methode der kleinste kwadraten kunnen bepalen, waartoe de vorm dier formule alle geschiktheid aanbiedt.

Niet onbelangrijk is de opmerking dat de medegedeelde oplossing ons het middel verschaft om te beoordeelen, in hoeverre de uitkomst vertrouwen verdient. Is namelijk de fout x klein, waarvoor gezorgd kan worden, en de tijd voor of na den middag niet te groot, dan zullen de herleide hoogten $(h + A(T - t)^2)$ evenredig met de gegiste tijden $(T - t)$ voor en na den middag toe- of afnemen, naar gelang van het teeken van x. De veranderingen der herleide hoogten zijn namelijk, volgens form. (VI) gelijk aan $-2\,Ax\,\Delta\,(T - t) = +\,(2\,Ax)\Delta t$. Is dus x positief, dan wordt $(h + A\,(T - t)^2)$ voor later verrigte waarnemingen grooter, en wel, in reden van het tijdsverloop $\Delta\,t$. Kan men in de herleide hoogten geene reeks ontdekken, dan wijkt de gegiste aanwijzing van den tijdmeter op den waren middag, zeer weinig van de werkelijke af, terwijl de ongelijkheid der uitkomsten eenvoudig het gevolg is van fouten in de waarnemingen. Zijn die ongelijkheden klein, dan zijn uit den aard der zaak ook de waarnemingen naauwkeurig en omgekeerd.

Volgens de methode der kleinste kwadraten, vindt men in het gegeven voorbeeld:

de middelbare fout in eene hoogte	=	±	24″	boogs
„ „ „ „ de Breedte	=	±	10″	„
„ „ „ „ den tijd	=	±	8″,3	tijds

de waarschijnlijkste middagshoogte = 60°50′53″ ± 10″
de waarschijnlijkste stand van den tijdm. = $3^u 13' 30'',5$ ± 8″,3.

De naauwkeurigheid der gevonden resultaten kan inderdaad voor de praktijk zeer voldoende worden genoemd, inzonderheid wanneer men de zeer ongunstige omstandigheden, waaronder de waarneming plaats had, in aanmerking neemt.

Wij hebben tot dusverre vooronderseld, dat het schip tusschen de waarnemingen stil lag. Wenscht men de verplaatsing van het schip in rekening te brengen, dan herleide men bij het gebruik van form. (I) de eene hoogte tot de plaats, alwaar de andere is waargenomen, en wel liefst de eerste tot die van de tweede, zoodat de tijd, dien men alsdan vindt, zal gelden voor de plaats, alwaar de tweede hoogte is gemeten. Dewijl de zon bij de waarneming zeer digt bij den meridiaan staat, zoo mag men zonder bezwaar in de formule $x = m \cos \varphi$, bladz. 40, IIe Deel, welke formule de bedoelde reductie voorstelt, voor φ den koershoek nemen, waardoor x overgaat in de veranderde Breedte. Men heeft dus slechts de veranderde Breedte van het schip, tusschen de beide waarnemingen, bij de eerste hoogte op te tellen of daarvan af te trekken, naar gelang dat men de zon te gemoet gaat, of den steven van haar heeft afgewend.

Bezigt men de andere oplossingswijze, dan achten wij het niet noodig de plaatsverandering van het schip in aanmerking te nemen. De tijd, dien men vindt, zal op zeer weinig na gelden voor den meridiaan, waaronder het schip was, op den middag aan boord.

Het aannemen van eene standvastige declinatie, zooals bij de ontwikkeling van form. (I) is geschied, is streng genomen niet geoorloofd; doch voor de zeevaart is de fout, die men daardoor bij het gebruik van de eerste oplossingswijze begaat, zeer gering.

De verwaarloozing van de verandering in declinatie der zon is echter bij de tweede manier volstrekt niet geoorloofd, zelfs al is het tijdsverloop tusschen de waarnemingen klein. Door die verwaarloozing toch zou men den tijd vinden voor het oogenblik van de grootste hoogte en niet voor dat van den doorgang, welke tijdstippen, zooals op bladz. 114, IIe Deel, wordt aangetoond, ettelijke secunden uit elkander kunnen loopen.

Bezigt men de middagsdeclinatie en is v de verandering der declinatie in éene minuut tijds, dan gaat formule (VI) over in deze:

$$h + v\,(T - t) + A\,(T - t)^2 = H' - 2\,A\,(T - t)\,x$$

waarin v positief is, als de zon de pool nadert, die boven den horizon is.

In het laatste voorbeeld bedraagt de declinatieverandering in één uur slechts 3",6. Niettegenstaande haar gering bedrag, brengt zij nog eene verandering van 1" in de waarde van x en dus ook in den stand van den tijdmeter te weeg, en men mag dus in geen geval den term $v(T-t)$ weglaten.

Tot besluit laten wij hieronder volgen de opgave van een stel waarnemingen, die aan boord van de Novara zijn verrigt. De bewerking zij den lezer overgelaten.

Den 10[den] October 1858, op 8°8',7 Z. Breedte en 162°57' O. Lengte, heeft men waargenomen:

Aanw. tijdm.		⊙ hoogte
12ᵘ54'36",0	.....	87°25'35"
55 5 ,2	.....	32 25
55 38 ,0	.....	40 10
57 39 ,2	.....	88° 9 0
58 1 ,2	.....	14 40
58 33 ,6	.....	21 20
13ᵘ 9 44 ,4	.....	19 40
10 5 ,6	.....	14 50
10 30 ,0	.....	8 50
12 27 ,6	.....	87°40 40
12 54 ,4	.....	35 10
13 31 ,2	.....	25 40

De hoogte van het oog was 23 voet, de index-correctie — 2'22", de koers ONO 2,4 mijl per wacht, de stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich — 0ᵘ10'6",1 en de Z. declinatie 6°38'.

Men vindt:

Gemiddelden stand tijdm. tot den waren tijd = 1ᵘ4'5" (—).

Het ligt geenszins in onze bedoeling de gebruikelijke tijdsbepaling, als de zon een azimuth heeft van ongeveer 90°, door de medegedeelde methode te doen vervangen. Men beschouwe haar hoofdzakelijk als een hulpmiddel om den tijd te vinden, als de eerst bedoelde bepaling, door wolkdrijvende lucht als anderzins mogt mislukt zijn, en wij raden den zeeman aan, zoo mogelijk van beide gebruik te maken, ten einde de plaats van het schip zoo dikwijls als doenlijk is te bepalen.

V. TIJDSBEPALING DOOR TWEE HOOGTEN VAN HEMELLICHTEN IN HET ALGEMEEN.

Op deze methode komen wij bij de Breedtebepaling terug.

VI. HET VINDEN VAN DEN TIJD AAN BOORD UIT EENE VROEGERE TIJDSBEPALING.

Het kan somwijlen gebeuren, dat men den tijd aan boord verlangt te kennen, voor een oogenblik, waarop het ondoenlijk is, dien tijd uit eene regtstreeksche waarneming af te leiden, zoodat men zich met eene vroegere tijdsbepaling moet vergenoegen. Wil men daarbij eenige naauwkeurigheid bereiken, dan moet de Lengteverandering van het schip sedert die tijdsbepaling in rekening worden gebragt. Men heeft b. v. des morgens, tijdens de gunstigste omstandigheid, eene tijdsbepaling genomen, en kan dus ligtelijk den stand van een tijdmeter tot den middelbaren tijd aan boord, d. i. het verschil tusschen zijne aanwijzing en dien tijd, op dat oogenblik bepalen. Verlangt men vervolgens den middelbaren tijd te kennen voor een later tijdstip, waarop zekere waarneming is verrigt, dan zal men daarbij de aanwijzing van denzelfden tijdmeter slechts hebben op te teekenen en op deze aanwijzing den voornoemden stand hebben toe te passen, om den gevraagden tijd te bekomen, indien namelijk het schip niet van Lengte is veranderd gedurende den tijd, die er tusschen de tijdsbepaling en de laatst bedoelde waarneming is verloopen. Is dit echter wel het geval, dan heeft het schip eene plaats bereikt, alwaar men later of vroeger tijd telt, dan op de vorige, naar gelang dat het schip Oost- of Westwaarts is opgegaan, en men zal bijgevolg de Lengteverandering van het schip in dien zin in aanmerking moeten nemen.

Versnelt of vertraagt de tijdmeter, of anders gezegd, heeft hij een gang, dan moet het evenredig gedeelte daarvan voor het meergenoemde tijdsverloop in rekening worden gebragt.

Voorbeeld. Men vindt door eene tijdsbepaling des morgens van zekeren dag, te $8^u\ 10'$ middelbaren tijd aan boord, zijnde op $20°10'$ N. Breedte, dat een tijdmeter op dien tijd na was $1^u\ 6'0''$. Men vraagt den middelbaren tijd aan boord, toen dezelfde tijdmeter $9^u\ 40'$ aanwees, als het schip om de NO koerst, met 8 mijls vaart per wacht.

Middelb. tijd a/b = $8^u10'0''$
Tijdmeter na = $1^u\ 6'0''$
1e aanwijzing tijdm. = $7^u\ 4'0''$
2e „ „ = $9^u40'0''$
Tijdsverloop = $2^u36'0''$

Afgev. N. Breedte = $20°10'$
Verand. N. = $14',7$
Bek. N. Breedte = $20°24',7$
Middelbreedte = $20°17',3$

In 4^u . koers NO. verh. = $32'$
geeft
in 4^u . . . . $22',6$ △ *b* en $22',6$ afw.
„ $2^u36'$ . . $14',7$ „ „ $14',7$ „

Op $20°17'$ Br. geeft $14',7$ afw. . . $15',7$ △ *l*.
dus in tijd
Verand. Oost. = $1'2'',8$

2e aanw. tijdmeter = $9^u40'0''$
Stand tijdmeter = $1^u\ 6'0''$ (+)
Benaderde middelb. tijd = $10^u46'0''$
Verand. Oost = $1'2'',8$
Gevraagde middelb. tijd = $10^u47'2'',8$.

De veranderde Lengte van het schip, in tijd uitgedrukt, moet blijkbaar bij den benaderden middelbaren tijd aan boord worden opgeteld, dewijl het schip, door den oostelijken koers, onder een meridiaan komt, die later tijd telt. Het omgekeerde zal bij een Westelijken koers plaats hebben. Had de bedoelde tijdmeter zekeren gang, b.v. van + 12″ per dag, dan zou de berekening de navolgende wijziging ondergaan:

1e aanw. tijdm. = $7^u\ 4'0''$ gang in 24^u . . . . + 12″
2e „ „ = $9^u40'0''$ „ „ $2^u36'$ . . + 1″,3
Tijdsverloop = $2^u36'0''$.

De tijdmeter was na = $1^u\ 6'0''$
Vertraagt in $2^u36'$ = $0'1'',3$
Stand tijdm. bij de 2e aanwijzing = $1^u\ 6'1'',3$
2e „ = $9^u40'0''$
Benaderde middelb. tijd = $10^u46'1'',3$
Verand. Oost. = $1'2'',8$
Gevraagde middelb. tijd = $10^u47'4'',1$.

VII. VRAAGSTUKKEN TOT OEFENING.

1. Den 31sten October 18.., zijnde op 52°46′26″ N. Br. en 5°6′ O. L., naar gissing des morgens te $8^u\ 30'$ middelbaren tijd aan boord, wordt, met het oog 17 Rijnl. voet boven water, de onderrandshoogte der zon gemeten 8°12′20″. Men vraagt den middelbaren tijd aan boord.

31 Oct. te 0^u Greenw. ⊙ Z. declin. = 14° 4′34″ in 1^u verand. = + 49″,1
„ „ „ „ „ Tijdvereff. = 16′12″,9 „ „ = + 0″,143
(Bijtellen bij den middelb. tijd).

Antw. $8^u\ 4'7''$ des morgens van den 31sten Oct.

2. Den 28sten October 18.., des morgens naar gissing te 7^u middelbaren tijd aan boord, terwijl men zich bevindt op 40°10′30″ Z. Br. en 40°6′18″ O. L. met het oog 15 Rijnl. voet boven de oppervlakte der zee, wordt de onderrandshoogte der zon gemeten 22°3′10″. Men vraagt den middelbaren tijd aan boord, benevens den invloed, dien eene fout van 10′ in de Breedte op den tijd uitoefent.

28 Oct. te 0^u Greenw. ⊙ Z. declin. = 13°12′49″,9 in 1^u verand. = + 50″,5
„ „ „ „ „ Tijdvereff. = 16′ 5″,7 „ „ = + 0″,197
(Bijtellen bij den middelb. tijd).

Antw. $6^u\,56'33''$ des morgens van den 28sten Oct. $10'$ fout in Breedte geeft $1'',3$ fout in tijd.

3. Den 7^{den} Maart 18.., des namiddags te 3^u gegisten middelbaren tijd aan boord, zijnde op $35^\circ17'40''$ N. Br. en $26^\circ30'$ O. L., wordt, met het oog 17 Rijnl. voet boven water, de bovenrandshoogte der maan waargenomen $30^\circ50'10''$. Men vraagt den middelbaren tijd aan boord.

7 Maart te 0^u Greenw.	⊙ Æ.	$= 23^u11'48'',42$			
„ „ „ 0^u „	Tijdvereff. =	$11'12'',45$ (aftrekken)			
„ „ „ 0^u „	☾ ½ midd. =	$15'22'',3$ ..	☾ e. h. verschilz.	$= 56'17'',1$	
„ „ „ 12^u „	„ =	$15'18'',3$	„	$= 56'\,2'',5$	
„ „ „ 0^u „	☾ N. declin. =	$21^\circ52'47'',0$	in 10′ verand.	$= -106'',1$	
„ „ „ 0^u „	☾ Æ. =	$8^u55'54'',6$	„ 3^u „	$= +6'30'',58.$	

Antw. $5^u\,32'58''$ des namiddags van den 7^{den} Maart.

4. Den 4^{den} Mei 18.., terwijl men zich bevindt op $52^\circ30$ N. Br. en 30° gegiste W. L., met het oog 19 Rijnl. voet boven water, des namiddags naar gissing te 5^u, wordt de onderrandshoogte der maan gemeten $24^\circ10'12''$. Indien op dat oogenblik de tijdmeter aanwees $11^u\,57'5''$, vraagt men den middelbaren tijd aan boord.

Den 6^{den} Jan. tijdmeter vóór op den middelbaren middag te Greenwich $3^u40'15''$; versnelt $12'',4$ in 24^u.

4 Mei te 0^u Greenw.	⊙ Æ. =	$2^u45'52'',71$		
„ „ „ „	Tijdvereff. =	$3'23'',42$ (bijtellen)		
„ „ „ „	☾ ½ midd. =	$14'55'',5$	☾ e. h. verschilz.	$= 54'38'',9$
„ „ „ 12^u	„ =	$14'52'',5$	„	$= 54'27'',9$
„ „ „ 6^u	☾ N. declin. =	$1^\circ56'56'',6$	in 10′ verand.	$= -143'',8$
„ „ „ „	☾ Æ. =	$11^u50'\,3'',6$	„ 3^u „	$= +5'16'',77.$

Antw. $5^u\,49'11''$ des namiddags van den 4^{den} Mei.

5. Den 15^{den} September 18.., naar gissing des morgens te $5^u\,0'$ middelbaren tijd aan boord, zijnde op $28^\circ30'$ Z. Br. en 29° O. L., wordt waargenomen, met het oog 14 voet boven water, de middelpuntshoogte van de planeet Mars $7^\circ18'20''$. Men vraagt den middelbaren tijd aan boord.

15 Sept. te 0^u Greenw	⊙ Æ. =	$11^u32'40'',26$		
„ „ „ „	Tijdvereff. =	$4'54'',51$ (bijtellen)		
14 „ „ „	♂ Æ. =	$9^u36'53'',72$	N. declin.	$= 15^\circ30'51'',2$
15 „ „ „	=	$9^u39'22'',23$	„	$= 15^\circ18'54'',3.$

Antw. $5^u\,9'10''$ des morgens van den 15^{den} Sept.

6. Den 22sten Februarij 18.., op $25^\circ31'$ Z. Br. en $84^\circ15'$ O. L., des avonds naar gissing te $10^u40'$ middelbaren tijd aan boord, met het oog 13 voet boven water, wordt waargenomen de hoogte van Aldebaran $12^\circ48'10''$. Men vraagt den middelbaren tijd aan boord.

22 Febr. te 0^u Greenw.	⊙ Æ. =	$22^u17'45'',9$		
„ „ „ „	Tijdvereff. =	$13'55'',9$ (aftrekken)		
„ „ „ „	* Æ. =	$4^u26'38'',0$	N. declin.	$= 16^\circ10'48''.$

Antw. $10^u\,49'45''$ des avonds van den 22sten Febr.

7. Den 14den Julij 18.., zijnde op 26°33′ Z. Br. en 58°17′ O. L., met het oog 10 voet boven water, naar gissing des morgens te 5u 20′ middelbaren tijd aan boord, is waargenomen de onderrandshoogte van de planeet Venus 8°12′30″. Men vraagt als boven.

13 Julij te 0u Greenw.	☉ Æ. = 7u16′45″,2		
„ „ „ „	Tijdvereff. = 4′53″,9 (aftrekken)		
„ „ „ „	♀ Æ. = 4u29′36″,3	in 24u verand. = + 4′48″,8	
„ „ „ „	♀ N. declin. = 19°47′54″,0	„ „ = + 12′12″,8	
„ „ „ „	♀ ½ midd. = 7″,2	♀ e. h. verschilz. = 7″,3.	

Antw. 4u 39′35″ des morgens van den 14den Julij.

8. Men vraagt den gevonden middelbaren tijd van het vorige vraagstuk, door het verschil der uurbewegingen van de zon en de planeet, voor de fout in den gegisten tijd te verbeteren.

Antw. Verbeterde middelbare tijd 4u 39′33″,5.

9. Den 6den Mei 18.., zijnde op 36°51′ N. Br. en 160°20′ W. L., wordt gevraagd het oogenblik, waarop de zon bij hare opkomst met den onderrand de kim zal schijnen aan te raken, als de waarnemer 18 voet boven de oppervlakte der zee verheven is.

6 Mei te 0u Greenw.	☉ N. declin. = 16°36′10″,4	in 1u verand. = + 41″,6
„ „ „ „	Tijdvereff. = 3′34″,14	„ „ = + 0″,19.

Antw. 5u 2′36″ middelbaren tijd des morgens van den 6den Mei.

10. Den 6den Julij 18.., vraagt men het oogenblik, waarop de zon met haren onderrand de kim bij den ondergang zal schijnen aan te raken, als men zich op 52°22′20″ N. Br. en 5°0′ O. L. bevindt en de kimduiking 4′ bedraagt.

6 Julij te 0u Greenw.	☉ N. declin. = 22°39′21″	in 1u verand. = — 15″,54
„ „ „ „	Tijdvereff. = 4′28″	„ „ = + 0″,42
		(Aftrekken van den middelb. tijd).

Antw. 8u18′41″ middelbaren tijd des avonds van den 6den Julij.

11. Men vraagt hoe lang de maan den 1sten Januarij 18.. aan het Nieuwediep zigtbaar zal zijn.

1 Jan. te 0u Greenw.	☾ Z. declin. = 7°52′ 4″,5	in 10′ verand. = — 160″,4
„ „ „ 9u „	„ = 5°26′41″,3	„ „ = — 163″,6
„ „	☾ doorg. = 4u32′,9	
„ „	☾ uurbew. = 2′ 3″,5	

Antw. Tijd van zigtbaarheid = 11u 8′45″.

12. Hoe lang is eene ster, die 25°13′ N. declinatie heeft, op 52°46′ N. Br. zigtbaar?

Antw. 17u 3′37″ middelb. tijd.

13. Men vraagt als boven voor eene plaats, die op 33°1′50″ Z. Br. ligt.

Antw. 9u 35′47″ middelb. tijd.

14. Men vraagt het oogenblik, waarop de bovenrand van de zon en die van de maan, op den 8sten Februarij 18.., de kim bij de opkomst zullen schijnen aan te raken, als men zich op 33°56′ Z. Br. en 18°30′ O. L. bevindt, met het oog 17 voet boven water.

8 Febr. te 0u Greenw.	☉ Z. declin. = 14°54′32″,1	in 1u verand. = — 47″,39	
„ „ „ „ „	Tijdvereff. = 14′28″,9	„ „ = + 0″,10	
	(Aftrekken van den middelb. tijd).		
„ „ „ 6u „	☾ N. declin. = 19°28′24″,0	in 10′ verand. = — 116″,2	
„ „ „ 0u „	☾ ½ midd. = 15′26″,6 . .	☾ e. h. verschilz. = 56′32″,6	
„ „ „ 12u „	„ = 15′22″,3	„ = 56′17″,0	
„ „	☾ doorg. = 12u20′,4		
„ „	☾ uurbew. = 2′ 8″,5.		

Antw. De zon te 5u 28′12″ des morgens van den 8sten Febr.
de maan „ 7u 5′29″ des avonds „ „ „ „

15. Den 24sten April 18.., zijnde op 26°30′ Z. Br. en 112°8′50″ W. L., werden gelijke zonshoogten waargenomen, toen de tijdmeter 2u 4′8″ en 7u 30′50″ aanwees. Men vraagt den stand des tijdmeters tot den middelbaren tijd aan boord.

23 April te 0u Greenw.	☉ N. declin. = 12°36′35″,8		
24 „ „ „ „	„ = 12°56′25″,5	in 1u verand. = + 49″,03	
25 „ „ „ „	„ = 13°16′ 2″,4		
24 „ „ „ „	Tijdvereff. = 1′58″,37	„ „ = + 0″,448	
		(Bijtellen bij den middelb. tijd).	

Antw. Tijdmeter vóór 4u 49′39″,9.

16. Den 25sten Januarij 18.. zijn corresponderende zonshoogten waargenomen, naar aanwijzing van een tijdmeter te 5u 7′10″ en te 11u 7′45″. Men vraagt den stand van dat uurwerk tot den middelbaren tijd aan boord, als men zich op 26°40′ Z. Br. en 15°30′ O. L. bevindt.

24 Jan. te 0u Greenw.	☉ Z. declin. = 19° 8′51″,8		
25 „ „ „	„ = 18°54′ 6″,3	in 1u verand. = — 36″,88	
26 „ „ „	„ = 18°39′ 1″,3		
25 „ „ „	Tijdvereff. = 12′41″,09	„ „ = + 0″,58	
		(Aftrekken van den middelb. tijd).	

Antw. Tijdmeter na 4u 5′10″,4.

17. Den 17den December 18.., wordt de onderrandshoogte der zon gemeten 42°10′16″, naar aanwijzing van een tijdmeter te 10u 14′12″. Na den doorgang der zon meet men

☉ hoogte = 42°20′12″ te 4u16′28″ aanw. tijdm.
„ = 42° 4′18″ „ 4u18′25″ „ „

Men vraagt den stand van het uurwerk tot den middelbaren tijd aan boord, als men zich op 31°30′ Z. Br. en 127° W. L. bevindt.

17 Dec. te 0u Greenw. ⊙ Z. declin. = 23°23'10",1 in 1u verand. = + 4",53
in 48u verand. = 245",4
„ „ „ „ Tijdvereff. = 3'32",16 „ „ = — 1",239.
(Optellen bij den middelb. tijd).

Antw. Tijdmeter vóór 1u 19'17",7.

18. Den 11den April 18.., des avonds, zijnde op 15°40'20" O. L., werden gelijke hoogten van Regulus waargenomen, toen een uurwerk 4u 10'5" en 11u 8'40" aanwees. Men vraagt den stand van dat uurwerk tot den middelbaren tijd en tot sterretijd.

✱ Æ. = 10u 0'46",8
11 April te 0u Greenw. ⊙ Æ. = 1u19'36",33
„ „ „ „ Tijdvereff. = 1' 0",97 (aftrekken).

Antw. Uurwerk na op den middelb. tijd = 1u 1'38",7.
„ „ „ „ sterretijd = 2u 21'24",3.

19. Den 10den Junij 18.., zijnde op 20°30' N. Br. en 30°40' W. L., worden gelijke hoogten waargenomen van Altair, naar aanwijzing van een tijdmeter te 2u 54'40" en te 6u 13'47",6. Men vraagt den stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd op den gemelden datum.

✱ Æ. = 19u43'50",6
9 Junij te 0u Greenw. ⊙ Æ. = 5u14'13",9
„ „ „ „ Tijdvereff. = 0'54",8 (bijtellen).

Antw. Tijdmeter vóór 2u8'14",3 des morgens te 2u25'.

20. Den 4den Januarij 18.., op 20°6' N. Br. en 60° O. L., worden naar aanwijzing van een tijdmeter te 5u 6'20" en later, nadat er om de Z ¼ O is gestuurd met 8 mijls vaart per wacht, te 9u12'16" gelijke zonshoogten waargenomen. Indien de zon bij de eerste waarneming is gepeild N 144°34' O, vraagt men den stand des tijdmeters tot den middelbaren tijd aan boord, op de plaats der tweede waarneming.

4 Jan. te 0u Greenw. ⊙ Z. declin. = 22°42'24",6 in 1u verand. = — 15",59
in 48u verand. = 12'55"
„ „ „ „ Tijdvereff. = 5'21",38 „ „ = + 1',14
(Aftrekken van den middelb. tijd).

Antw. Tijdmeter na 4u 57'46".

DERDE HOOFDSTUK.

BREEDTEBEPALING.

De Breedte van eene plaats op aarde is, zooals wij weten, gelijk aan de hoogte van de pool boven den waren horizon dier plaats. Ware de pool een zigtbaar punt, dan kon de Breedte eener plaats zeer gemakkelijk bepaald worden, dewijl men daartoe dan slechts de hoogte der pool behoefde te meten. De onzigtbaarheid der pool laat echter eene zoo eenvoudige oplossing van het vraagstuk der Breedtebepaling niet toe, en de verschillende wijzen, waarop men getracht heeft tot de kennis van den afstand der pool tot den horizon, of wat op hetzelfde neerkomt, van den afstand des equators tot het toppunt eener plaats te geraken, hebben tot verschillende methoden aanleiding gegeven, waarvan wij de voornaamste achtereenvolgens zullen beschouwen.

I. BREEDTEBEPALING DOOR MERIDIAAN-WAARNEMINGEN.

a. DE GROOTSTE EN DE KLEINSTE HOOGTE VAN EENE CIRCUMPOLAIR-STER.

De Breedte eener plaats wordt zeer gemakkelijk bepaald uit de waarneming van den bovensten en den ondersten doorgang eener circumpolair-ster. Meet men namelijk de grootste en de kleinste hoogte van die ster, dan zal de halve som der ware hoogten de gevraagde Breedte zijn.

Laat, om dit aan te toonen, in fig. 174, S eene circumpolair-ster, ZN den horizon en P de pool voorstellen, dan zullen $S'N = H$ en $SN = h$ de bedoelde ware grootste en kleinste hoogten zijn, en blijkbaar is

$$PN + S'P = H$$
$$PN - SP = h.$$

Tellen wij deze vergelijkingen bij elkander, terwijl wij in acht nemen dat $SP = S'P$ is, dan komt:

$$2\,PN = H + h$$
$$\text{Breedte} = PN = \tfrac{1}{2}(H + h).$$

Culmineert de ster aan den anderen kant van het toppunt, dan moet de grootste hoogte van 180° worden afgetrokken, om beide hoogten boven hetzelfde punt van den horizon te verkrijgen.

De benaming der Breedte wordt klaarblijkelijk bepaald door de streek van den horizon, waarin de kleinste hoogte is waargenomen.

Deze manier heeft het voordeel, dat de Breedte, die men volgens haar vindt, onafhankelijk is van de kennis der declinatie van het hemellicht, en zij is uit dien hoofde voor de plaatsbepaling van punten aan den wal zeer geschikt, mits men voorzien zij van een werktuig om ook over dag de sterren te kunnen vinden. Voor den zeeman heeft zij echter geene waarde, er verloopen toch tusschen de beide doorgangen ongeveer twaalf uren, en de plaatsverandering, die het schip in dien tijd ondergaat, maakt de toepassing aan boord niet uitvoerbaar. Bovendien is de declinatie van de hemellichten thans naauwkeurig genoeg bekend om, zooals wij zullen zien, daarmede en met behulp van eene enkele hoogte, hetzij met de bovenste, hetzij met de benedenste meridiaanshoogte, de Breedte te bepalen.

Hadden wij de vergelijkingen

$$PN + S'P = H$$
$$PN - SP = h$$

van elkander afgetrokken, in plaats van haar bij elkander op te tellen, dan zouden wij verkregen hebben:

$$2\,PS = H - h$$
$$PS = \tfrac{1}{2}(H - h)$$

waaruit blijkt, dat uit eene dergelijke waarneming ook de poolsafstand en mitsdien de declinatie van het hemellicht kan worden afgeleid.

Voorbeeld. De ware hoogte van eene ster bij den bovensten doorgang zij 40°15′43″ en die bij den benedensten doorgang 12°22′34″, beide in het Noorden. Men vraagt de Breedte der waarnemingsplaats en de declinatie dier ster.

$$H = 40°15'43''$$
$$h = 12°22'34''$$
$$H + h = 52°38'17'' \quad \tfrac{1}{2}(H + h) = 26°19'\ 8'',5$$
$$H - h = 27°53'\ 9'' \quad \tfrac{1}{2}(H - h) = 13°56'34'',5.$$

waaruit

N. Breedte = 26°19′ 8″,5
N. poolsafstand. = 13°56′34″,5
N. declinatie = 90° — 13°56′34″,5 = 76°3′25″,5.

b. DE BOVENSTE MERIDIAANSHOOGTE VAN EENIG HEMELLICHT.

De meest voorkomende meridiaan-waarneming is die van een hemellicht bij zijn bovensten doorgang. Dewijl in dat geval de uurhoek van het hemellicht n u l is, hebben wij slechts in de algemeene formule

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d$$

$P = 0$ te stellen, waardoor wij verkrijgen:

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos b \cos d$$
$$= \cos (d - b)$$

of, als wij $90° - h$, N noemen:

$$\cos N = \cos (d - b)$$
$$N = d - b$$
$$b = d - N$$

welke uitdrukking de algemeene formule voorstelt, om met behulp van de bovenste meridiaanshoogte van eenig hemellicht de Breedte te bepalen. In die formule is b de gevraagde Breedte, terwijl d de declinatie en N de topsafstand van het hemellicht is, op het oogenblik van den doorgang. Bij de berekening houde men in het oog, dat Noorder-Breedte, Noorder-declinatie en Noorder-topsafstand als positief, de andere benamingen daarentegen als negatief worden aangemerkt.

Voorbeeld. Van eene ster zij de ware hoogte boven het Noorden 40°50′ en de N. declinatie 20°10′. Men vraagt de Breedte.

$$\text{Ware hoogte} = 40°50'$$
$$N = 49°10'$$

$$d = 20°10' \ (+)$$
$$N = 49°10' \ (+)$$
$$b = d - N = 29°\ 0' \ (-)$$
$$\text{of} = 29°\ 0' \text{ Zuider-Breedte.}$$

Voorbeeld. De ware hoogte van een hemellicht zij 86°23′ boven het Noorden en de N. declinatie 21°45′. Men vraagt de Breedte.

$$\text{Ware hoogte} = 86°23'$$
$$N = 3°37'$$

$$d = 21°45' \ (+)$$
$$N = 3°37' \ (+)$$
$$b = d - N = 18°\ 8' \ (+)$$
$$\text{of} = 18°\ 8' \text{ Noorder-Breedte.}$$

Voorbeeld. De ware hoogte van eene ster zij 55°33′ boven het Noorden en de Z. declinatie 9°38′. Men vraagt de Breedte.

$$\text{Ware hoogte} = 55°33'$$
$$N = 34°27'$$

$$\begin{array}{r} d = 9°38' (-) \\ N = 34°27' (+) \\ \hline b = d - N = 44°\ 5' (-) \\ \text{of} = 44°\ 5' \text{ Zuider-Breedte.} \end{array}$$

Voorbeeld. De ware hoogte van een hemellicht zij 38°24′ boven het Zuiden, de Z. declinatie 19°4′. Men vraagt de Breedte.

$$\begin{array}{r} \text{Ware hoogte} = 38°24' \\ N = 51°36' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d = 19°\ 4' (-) \\ N = 51°36' (-) \\ \hline b = d - N = 32°32' (+) \\ \text{of} = 32°32' \text{ Noorder-Breedte.} \end{array}$$

Voorbeeld. Indien de ware hoogte van een hemellicht boven het Zuiden 50°10′ en de N. declinatie 16°20′ is, vraagt men de Breedte.

$$\begin{array}{r} \text{Ware hoogte} = 50°10' \\ N = 39°50' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d = 16°20' (+) \\ N = 39°50' (-) \\ \hline b = d - N = 56°10' (+) \\ \text{of} = 56°10' \text{ Noorder-Breedte.} \end{array}$$

Mogt men zich de formule of den zin der teekens van de daarin voorkomende grootheden niet goed meer herinneren, dan heft de teekening van eene figuur, waarin een hemellicht voorkomt, dat in het Noorder-kwadrant in den meridiaan staat, alle onzekerheid dienaangaande op. Zij b. v. in fig. 175, S eene ster in den meridiaan en P de Noordpool. Klaarblijkelijk is

$$TE = ES - TS$$

of

$$b = d - N$$

en men heeft verder niet anders dan het algemeen gebruik te volgen, namelijk: van aan de Noordelijke gegevens een positief, aan de Zuidelijke daarentegen een negatief teeken te geven.

Al de bijzondere gevallen, die bij het gebruik der formule kunnen voorkomen, laten zich ook door de figuur aanwijzen. Heeft b.v. eene ster S' N. declinatie, en is zij in het Zuiden waargenomen, dan zal de formule zijn:

$$b = d + N.$$

Ook volgens de figuur heeft men

$$ET = S'E + S'T$$

of

$$b = d + N,$$

en evenzoo met de overige.

Ofschoon de formule stellig het gemakkelijkst in het geheugen wordt geprent en ook voor de berekening het eenvoudigst is, zoo verkiezen nogtans sommigen daartoe een regel. De volgende is tamelijk eenvoudig:

Trek de hoogte van 90° af en geef aan de rest de tegenovergestelde benaming van de hoogte. Zijn de topsafstand en de declinatie gelijknamig, dan is de som, zijn zij ongelijknamig, dan is het verschil dier grootheden gelijk aan de Breedte, die altijd gelijknamig is met de grootste.

Door anderen wordt de voorkeur gegeven aan de constructie eener figuur, om tot de oplossing van het vraagstuk te geraken. Stellen wij, om te doen zien op welke wijze men daarbij te werk gaat, dat men zulks wil toepassen op het laatste voorbeeld van bladz. 105, dan beschrijven wij een cirkel met willekeurigen straal, fig. 175, en trekken daarin de middellijn NZ, die den horizon voorstelt. Zetten wij nu boven het Zuiden Z, een boog $ZS' = 50°10'$ af, dan zal S' de plaats van het hemellicht zijn, waarvan de ware hoogte boven het Zuiden 50°10′ bedraagt, en wij zullen, door de declinatie in eene behoorlijke rigting af te zetten, de ligging van den equator moeten bepalen, om zoodoende de ligging der pool te kunnen vinden. Ter voorkoming van vergissingen, denken wij ons voor een oogenblik, dat de declinatie van het hemellicht nul was. Klaarblijkelijk zou in dat geval de equator door S' gaan en de pool, gelegen in eene daarop loodregte rigting, tusschen T en N vallen en mitsdien N. Breedte aangeven. Nu heeft het hemellicht volgens de opgaaf N. declinatie, en moet dus tusschen de N. pool en den equator staan. Maken wij dus den boog $S'E = 16°20'$ gelijk aan de gegeven N. declinatie, dan zal de equator EQ bepaald zijn en in eene daarop loodregte rigting de pool P gevonden worden.

Zooals men ontwaart, komt de equator, door de N. declinatie van S', zoodanig ten opzigte van S' te liggen, dat het Noord-punt van den horizon en S' aan dezelfde zijde vallen, en men heeft dus de declinatie slechts zoodanig af te zetten, dat het hemellicht aan die zijde van den equator komt, waarin het punt van den horizon ligt, dat gelijknamig is met de declinatie.

De figuur geeft ons verder:

$$PN = ET = ES' + S'T$$

$$\text{N. Breedte.} = 16°20' + (90° - 50°10') = 56°10'.$$

Behalve op de grootte der gegevens, moet vooral acht worden gegeven op de rigting, waarin zij genomen worden, en het is dus zaak dat men zich overtuige, na de figuur geconstrueerd te hebben, of alles behoorlijk met de opgaaf van het vraagstuk in overeenstemming is. Ter verduidelijking van een en ander moge de oplossing door constructie dienen van het tweede der uitgewerkte voorbeelden, bladz. 104 van dit Deel.

Laat ZN, fig. 176, de horizon zijn. Zetten wij boven het Noorden een boog NS af van 86°23', dan is S de plaats van het hemellicht. Dewijl de declinatie Noordelijk is, moeten S en N aan dezelfde zijde van den equator vallen. Nemen wij dus $SE = 21°45'$, trekken wij EQ en loodregt daarop MP, dan stelt PN de gevraagde N. Breedte voor. De figuur geeft verder:

$$ET = PN = ES - TS = ES - (90° - SN)$$
$$\text{N. Breedte.} = 21°45' - 3°37' = 18°8'$$

1°. Toepasselijk gebruik aan boord.

Wenscht men de grootste hoogte van eenig hemellicht te bepalen, dan brengt men eenigen tijd vóór den doorgang, het beeld van het hemellicht met de kim in aanraking, klemt de alhidade aan den rand van het reflexie-werktuig vast, en volgt de rijzende beweging van het hemellicht, door telkens de alhidade, met behulp van de stelschroef te verschuiven, zoodat het beeld van het hemellicht steeds met de kim in aanraking blijft. Na verloop van eenige minuten zal men bespeuren, dat het hemellicht minder snel rijst; weldra zal het niet meer rijzen of staan, daarna zich in de kim beginnen te vertoonen en dus te dalen. Alvorens echter de waarneming te eindigen, wacht men nog eenige oogenblikken, ten einde zich te overtuigen of de daling werkelijk plaats heeft, omdat het somtijds kan gebeuren, dat deze slechts schijnbaar is en door deining veroorzaakt wordt. Blijft de daling echter aanhouden, dan zal men de grootste hoogte van het hemellicht hebben waargenomen, die, als men de alhidade niet heeft teruggeschoven, op het werktuig kan worden afgelezen. Bij de waarneming moet er op gelet worden of de hoogte boven het Noorden, dan wel boven het Zuiden van de kim is gemeten.

Ten einde zeker te zijn, dat de waarneming niet gemist wordt, is het raadzaam, dat men 15 minuten vóór den doorgang tot de hoogtemeting gereed zij. Men houde dus in het oog:

1°. dat de zon op den waren middag door den meridiaan gaat, of te 0^u middelbaren tijd ± tijdvereffening;

2°. dat de doorgangstijd van de maan en de planeten, uit den almanak genomen, en voor de Lengte verbeterd, in middelbaren tijd is uitgedrukt;

3°. dat de doorgangstijd eener vaste ster benaderender wijze in middelbaren tijd verkregen wordt, door de onverbeterde regte-opklimming van de middelbare zon, van die der ster af te trekken. Het juiste oogenblik van den doorgang eener vaste ster vindt men volgens het voorgeschrevene op bladz. 66, IIe Deel.

2⁰. Meridiaanshoogte van de zon.

De oplossing van het vraagstuk der Breedtebepaling, door de waarneming van de grootste zonshoogte, draagt den naam van middags-Breedte, omdat de zon op den waren middag van iederen dag door den bovenmeridiaan eener plaats gaat. Streng genomen is echter hare grootste hoogte niet de meridiaanshoogte, zooals wij later zullen opmerken.

Heeft men volgens de vroeger vermelde wijze de meridiaans- of middagshoogte van de zon bepaald, dan herleidt men die op de gebruikelijke wijze tot ware middelpuntshoogte. De declinatie voor het oogenblik der waarneming wordt aan den almanak ontleend voor den middelbaren tijd te Greenwich, welke laatste op de gewone wijze uit den middelbaren tijd aan boord en de Lengte, tot tijd gebragt, wordt berekend.

De middelbare tijd aan boord, op het oogenblik der waarneming, is klaarblijkelijk gelijk aan $0^u \pm$ tijdvereffening.

Voorbeeld. Den 12[den] Junij 18.., op 40°20′ W. Lengte, met het oog 12 voet boven water, wordt de onderrandshoogte der zon in het Zuiden gemeten 60°4′. Men vraagt de Breedte.

In den almanak vindt men:

12 Junij te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 23°10′49″,2 in 1^u verand. = + 8″,78
„ „ Tijdvereff. = 0′30″,84 (bijtellen).

W. Lengte = 40°20′	
in tijd = $2^u41'20''$	te 0^u ⊙ N. declin. = 23°10′49″,2
11 Junij middelb. tijd a/b = $23^u59'29''$	in $2^u,7$ verand. = 0′23″,7
12 Junij middelb. tijd Greenw. = $2^u40'49''$	⊙ N. declin. = 23°11′12″,9
= $2^u,7$	

Gemeten ⊙ hoogte = 60° 4′	d = 23°11′13″ (+)
Kim.l. = 3′26″	N = 29°44′ 9″ (−)
Schijnb. ⊙ loc. hoogte = 60° 0′34″	$b = d - N$ = 52 55′22″ (+)
Straalb. = 0′34″	of
Ware ⊙ loc. hoogte = 60° 0′ 0″	N. Breedte = 52°55′22″.
Verschilz. = 4″	
½ midd. = 15′47″	
Ware ⊙ hoogte = 60°15′51″	
N = 29°44′ 9″.	

3⁰. Meridiaanshoogte van de maan.

De bewerking, om met behulp van de meridiaanshoogte van de maan de Breedte te vinden, geschiedt op dezelfde wijze, als voor de zon is aangegeven. Alleen zij men indachtig, dat de middelbare tijd aan boord, dien men noodig heeft om den tijd te Greenwich te

vinden, de middelbare tijd van doorgang is, die uit den almanak genomen en voor de Lengte verbeterd moet worden, zoo als op bladz. 291, I^{e} Deel, uitvoerig is medegedeeld.

Voorbeeld. Den 13^{den} Februarij 18.., op 49° gegiste Breedte en 72°30′ O. L., wordt, met het oog 13 voet boven water, de onderrandshoogte der maan gemeten in het Noorden 49°20′15″. Men vraagt de Breedte.

Men vindt in den almanak:

12 Febr. ☾ doorg. = 15^{u} 8′,9	
13 „ „ „ = 15^{u}48′,7	
13 Febr. te 9^{u} Greenw. ☾ Z. decl. = 9° 2′29″,5	in 10′ verand. = + 135″,7
„ „ 0^{u} „ ☾ ½ midd. = 14′50″,8	☾ equat. h. verschilz. = 54′21″,7
„ „ 12^{u} „ „ „ = 14′49″,3	„ „ „ = 54′16″,0

13 Febr. ☾ doorg. te 15^{u}48′,7	O. Lengte = 72°30′
12 „ „ „ „ 15^{u} 8′,9	in tijd = 4^{u}50′
voorg. verschil = 0^{u}39′,8	13 Febr. middelb. tijd a/b = 15^{u}40′,7
360° : 72°,5 = 39′,8 : x	13 Febr. middelb. tijd Greenw. = 10^{u}50′,7
x = 8′,0	naast kleinere tijd = 9^{u}
13 Febr. ☾ doorg. te 15^{u}48′,7	verandering te zoeken voor 1^{u}50′,7
13 Febr. middelb. tijd a/b = 15^{u}40′,7	= 110′,7

te 0^{u} ☾ ½ midd. = 14′50″,8	☾ equat. h. verschilz. = 54′21″,7
in 10^{u},85 verand. = 1″,4	in 10^{u},85 verand. = 5″,1
☾ ½ midd. = 14′49″,4	☾ equat. h. verschilz. = 54′16″,6
	Tafel XVIII = 6″,3
	☾ horizont. verschilz. = 54′10″,3

Gemeten ☾ hoogte = 49°20′15″	te 9^{u} ☾ Z. declin. = 9° 2′29″,5
Kimd. = 3′35″	in 1^{u}50′,7 verand. = 25′ 2″,2
Schijnb. ☾ hoogte = 49°16′40″	☾ Z. declin. = 9°27′31″,7.
Tafel XX = 34′31″	
Ware ☾ hoogte = 49°51′11″	d = 9°27′32″ (—)
½ midd. = 14′49″	N = 39°54′ 0″ (+)
Ware ☾ hoogte = 50° 6′ 0″	$b = d - N$ = 49°21′32″ (—)
N = 39°54′ 0″	Z. Breedte = 49°21′32″

4°. Meridiaanshoogte van eene planeet.

De berekening van de Breedte, uit de meridiaanshoogte van eene planeet, geschiedt op dezelfde wijze als bij de maan. De tijd aan boord wordt gevonden met behulp van den doorgangstijd, die in den almanak staat opgegeven. De declinatie voor het oogenblik der waarneming wordt op de gewone wijze berekend.

Voorbeeld. Den 15^{den} October 18.., zeevaartkundigen tijd, op 170°10′ O. L., wordt, met het oog 14 voet boven water, de hoogte van

Jupiter waargenomen 54°12′10″ boven het Zuiden. Men vraagt de Breedte.

In den almanak vindt men:

15 Oct. te 0^u Greenw. ♃ N. declin. = 14°31′59″,4
16 „ „ „ „ „ „ = 14°29′49″,0
15 „ ♃ doorg. = 13^u 7′,1
14 „ „ „ = 13^u11′,5
♃ Horizont. verschilz. = 2″,1

15 Oct. doorg. te 13^u 7′,1
14 „ „ „ 13^u11′,5
Voorg. versch. = 4′,4

360° : 170°,2 = 4′,4 : x
x = 2′,08
15 Oct. doorg. = 13^u7′,1
15 Oct. middelb. tijd a/b = 13^u9′,18

O. Lengte = 170°10′
in tijd = 11^u20′40″
15 Oct. midd. tijd a/b = 13^u 9′11″
15 Oct. midd. tijd Greenw. = 1^u48′31″.

te 0^u ♃ N. declin. = 14°31′59″,4
in 1^u,8 verand. = 9″,8
♃ N. declin. = 14°31′49″,6.

Gemeten hoogte ♃ = 54°12′10″
Kimd. = 3′43″
Schijnb. loc. hoogte ♃ = 54° 8′27″
Straalb. = 42″
Ware loc. hoogte ♃ = 54° 7′45″
Verschilz. = 1″
Ware hoogte ♃ = 54° 7′46″
N = 35°52′14″

d = 14°31′49″,6 (+)
N = 35°52′14″, (—)
$b = d - N$ = 50°24′ 3″,6 (+)
N. Breedte = 50°24′ 3″,6.

5°. Meridiaanshoogte van eene vaste ster.

Heeft men de meridiaanshoogte van eene vaste ster gemeten, dan verbetert men de genoemde hoogte, neemt de declinatie uit den almanak op den datum, en vindt de Breedte door de formule $b = d - N$. De bewerking is zeer eenvoudig, dewijl de declinatie, uithoofde van de naauw merkbare verplaatsing der ster, geene verbetering behoeft te ondergaan.

Voorbeeld. Den 20[sten] Februarij 18.., met het oog 16 voet boven water, is waargenomen de hoogte van Antares 57°10′40″ boven het Zuiden. Men vraagt de Breedte.

Opgave in den almanak:

20 Febr. . . . ✱ N. declin. = 16°13′13″.

Gemeten ✱ hoogte = 57°10′40″
Kimd. = 3′58″
Schijnb. ✱ hoogte = 57° 6′42″
Straalb. = 0′38″
Ware ✱ hoogte = 57° 6′ 4″
N = 32°53′56″.

d = 16°13′13″ (+)
N = 32°53′56″ (—)
$b = d - N$ = 49° 7′ 9″ (+)
N. Breedte = 49° 7′ 9″.

C. DE BENEDENSTE MERIDIAANSHOOGTE VAN EENIG HEMELLICHT.

Is de poolsafstand van eenig hemellicht gelijknamig met, doch kleiner dan de Breedte, dan is dat hemellicht circumpolair, en kan bij gevolg ook bij den benedensten doorgang worden waargenomen.

Zij *S*, fig. 174, het bedoelde hemellicht, dan is blijkbaar

$$PN = SN + PS$$

of

$$b = h + \triangle$$

als wij *h* de benedenste meridiaanshoogte en $\triangle$ den poolsafstand der ster noemen. De benaming der Breedte moet uit den aard der zaak met die van de declinatie overeenstemmen.

Bij de waarneming van de benedenste meridiaanshoogte, zou men op eene wijze kunnen te werk gaan, tegenovergesteld aan die bij de waarneming van de hoogte bij den bovensten doorgang. Dewijl namelijk de hoogte in het onderhavige geval steeds kleiner wordt vóór den doorgang, zoo zoude men de alhidade moeten terugschuiven, tot dat men bespeurde, dat het hemellicht niet meer daalde. De aflezing van het meetwerktuig zou dan de kleinste hoogte doen kennen.

Hoogst waarschijnlijk echter zou het terugschuiven der alhidade tot grove vergissingen aanleiding kunnen geven. Beter is het, den tijd van doorgang vooraf te berekenen, vervolgens voor en na dat tijdstip eenige hoogten te meten en daarbij de overeenkomstige aanwijzingen van een tijdmeter op te teekenen. Bespeurt men dan een regelmatig toe- en afnemen der hoogten, dan kan uit die waarnemingen de kleinste hoogte ligtelijk worden opgemaakt. Komen echter daarbij sprongen voor, dan kan men de minuten tijds op eene horizontale lijn als abscissen, de minuten en secunden hoogte in de deelpunten, als ordinaten, beide naar eene willekeurige schaal afzetten, en vervolgens door de uiteinden van de laatstgenoemde, uit de hand, eene kromme lijn zonder groote bogten beschrijven. De ordinaat van het laagste punt dier kromme lijn, zal de minuten en secunden der kleinste hoogte voorstellen, en het vraagstuk zal dus graphisch zijn opgelost.

Omtrent de declinatie, die men ter berekening van de Breedte behoeft, valt op te merken, dat zij op de gebruikelijke wijze voor het oogenblik der waarneming aan den almanak moet worden ontleend.

Voorbeeld. Den 5den Februarij 18.., met het oog 15 voet boven water, is de kleinste hoogte van α in het Kruis gemeten 13°20′30″. Op welke Breedte heeft zich de waarnemer bevonden?

5 Febr. . . . * Z. declin. = 62°18′10″.

Gemeten ✱ hoogte	= 13°20′30″	✱ Z. declin.	= 62°18′10″
Kimd.	= 3′51″	△	= 27°41′50″
Schijnb. ✱ hoogte	= 13°16′39″		
Straalb.	= 4′ 2″		
Ware ✱ hoogte	= 13°12′37″		
Z. poolsafstand	= 27°41′50″		
Z. Breedte	= 40°54′27″.		

d. DE INVLOED VAN EENE FOUT IN EEN DER GEGEVENS BIJ DE MERIDIAANS-BREEDTE.

Om den invloed te leeren kennen, dien eene kleine fout in een der gegevens van het behandelde vraagstuk op de uitkomst uitoefent, hebben wij de algemeene formule voor de meridiaans-Breedte

$$b = d - N$$

zie bladz. 104, slechts voor b, d en h veranderlijk te differentiëren. Hierdoor wordt, dewijl $N = 90° - h$ is,

$$\delta b = \delta d + \delta h$$

en men ontwaart, dat bij dit vraagstuk de fout in de Breedte regtstreeks afhangt van de fouten in de hoogte en in de declinatie. In de praktijk heeft men alleen de fout in aanmerking te nemen, die in de hoogte kan begaan worden. De fout in de declinatie toch, die alleen kan ontstaan door eene minder juiste kennis van den tijd te Greenwich, zal, zelfs bij de maan, zelden 1′ behoeven te bedragen, dewijl de bedoelde tijd, om eene dergelijke fout te veroorzaken, 3′ onzeker zou moeten zijn. Bepalen wij ons dus alleen tot de fout in de hoogte, dan merken wij op, dat die fout over het algemeen het kleinst zal wezen bij zonshoogten, dewijl deze over dag gemeten worden. Nachtelijke waarnemingen verdienen minder vertrouwen, dewijl de kim doorgaans des nachts flaauw verlicht en moeijelijk te onderkennen is.

Tusschen de keerkringen echter, als de meridiaanshoogte van de zon zeer groot wordt, kan aan de waarneming van de meridiaanshoogte der maan de voorkeur worden geschonken, en zullen meridiaanshoogten ook van andere hemellichten, inzonderheid als zij in de schemering gemeten worden, een naauwkeuriger resultaat opleveren.

Beschouwen wij thans de omstandigheid, dat de waarneming der meridiaanshoogte, zooals wij die hebben leeren kennen, van hemellichten, welker declinatie verandert, wel de grootste, maar niet de eigenlijke meridiaanshoogte doet vinden. Het kan namelijk vooral op hooge Breedte gebeuren, dat de verandering in declinatie de hoogte sneller doet aangroeijen, dan zij door de dagelijksche beweging afneemt en omgekeerd, zoodat de grootste hoogte vóór of na den doorgang zal bereikt worden. Bezigt men nu in de berekening van het vraagstuk die

grootste hoogte buiten den meridiaan en daarentegen de declinatie voor het oogenblik van den doorgang, dan komen de tijdstippen dier gegevens niet overeen, en men zal dus die hoogte tot de meridiaanshoogte moeten herleiden om de vereischte overeenstemming te doen plaats grijpen. Gaan wij eerst na hoeveel het oogenblik van den doorgang met dat van de grootste hoogte kan verschillen. Zij hiertoe p de uurhoek van een hemellicht, tijdens de grootste hoogte h. Differentiëren wij de grondformule

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos p \cos b \cos d$$

voor h, d en p veranderlijk, dan is voor het geval, dat h een maximum is, $\delta h = 0$ en wij vinden:

$$\sin p = \frac{\delta d}{\delta p}\{\text{tang}\, b - \text{tang}\, d \cos p\}.$$

Stellen wij in deze formule

$$\sin p = p \sin 1'' \text{ en } \cos p = 1$$

hetgeen, wegens de kleine waarde van p, veroorloofd is, dan wordt

$$p = \frac{\delta d}{\sin 1''\, \delta p}\{\text{tang}\, b - \text{tang}\, d\}.$$

Noemen wij verder v de verandering der declinatie, gedurende de minuut tijds, waarin het hemellicht door den meridiaan gaat, dan zal, bijaldien p in boogsecunden is uitgedrukt, de waarde van δd zijn:

$$\delta d = \frac{v\, \delta p}{60.15}.$$

Deze waarde, in de laatste formule gesubstitueerd, geeft:

$$p = \frac{v}{\sin 1''\, 60.15}\{\text{tang}\, b - \text{tang}\, d\}$$

of, als wij p in tijdsecunden verlangen:

$$p = \frac{v}{\sin 1''.\, 60.15.15}\{\text{tang}\, b - \text{tang}\, d\}$$

welke uitdrukking ook aldus kan geschreven worden:

$$p = \frac{v \sin(b - d)}{\sin 1''.\, 13500.\, \cos b \cos d}$$

waardoor zij ter berekening met logarithmen meer geschikt is.

Gaat het hemellicht bezuiden het toppunt door den meridiaan en nadert het de Noord-pool, dan is $\frac{\delta d}{\delta p}$ positief. Is tevens tang b positief, dan valt de grootste hoogte na den doorgang. Nadert het hemellicht daarentegen onder die omstandigheden de Zuid-pool, dan bereikt het de grootste hoogte voor den doorgang. Het omgekeerde heeft plaats, als het hemellicht tusschen de pool en het toppunt culmineert.

Voorbeeld. Den 18^{den} Maart 18.., op 77° N. Breedte, vraagt men, hoe laat de zon hare grootste hoogte bereikt, als hare Z. declinatie op den middag aan boord 0°45'0", en de verandering in 1^u — 59",27 bedraagt.

De berekening is dan als volgt:

$$
\begin{array}{llll}
v = \dfrac{59'',27}{60} & = 0'',988 & \ldots\ldots\ldots & \log = 9,994757 \\
N.\ b & = 77^\circ & \ldots\ldots\ldots & \sec = 0,647912 \\
Z.\ d & = \ 0^\circ 45' & \ldots\ldots\ldots & \sec = 0,000037 \\
\hline
b - d & = 77^\circ 45' & \ldots\ldots\ldots & \sin = 9,989997 \\
 & 13500 & \ldots\ldots & C.\log = 5,869666 \\
 & 1'' & \ldots\ldots & \text{cosec.} = 5,314425 \\
\hline
 & & & \log p = 1,816794 \\
 & & & p = 65'',6 = 1'5'',6.
\end{array}
$$

De zon zal derhalve hare grootste hoogte bereiken 1'5",6 na den doorgang of na den middag.

Om te onderzoeken hoeveel de hoogte in dien tijd verandert, en hoeveel de grootste hoogte dus met de meridiaanshoogte zal verschillen, maken wij gebruik van de Tafels XXVI en XXVII. Zooals wij later zien zullen, geeft de eerstgenoemde Tafel het aantal boogsecunden aan, dat het hemellicht gedurende de eerste minuut tijds vóór of na den doorgang rijst of daalt, welk getal, vermenigvuldigd met de tweede magt van het aantal minuten en decimalen van minuten, dat de uurhoek bevat, de gevraagde hoogteverandering zal wezen.

Wij hebben dus:

$$
\begin{array}{rl}
\text{Term Tafel XXVI} = 0'',45 & \\
\text{,, \quad ,, \quad XXVII} = 1'',2 & = (1'5'',6)^2 \\
\hline
\text{product} = 0'',54 &
\end{array}
$$

met welk getal de grootste hoogte verminderd moet worden, om haar tot de meridiaanshoogte te herleiden.

De overeenkomst, die er bestaat tusschen de uitdrukking voor den term uit Tafel XXVI, die wij op bladz. 121 van het IIe Deel, door A aanduiden, en die van p, welke wij hierboven aantroffen, geeft ons het middel aan de hand om de berekening van p aanmerkelijk te bekorten.

Wij vonden namelijk:

$$p = \frac{v \sin(b - d)}{\sin 1''.\ 13500\ \cos b \cos d}$$

terwijl wij op bladz. 121 voor A vinden:

$$A = \frac{2.\ 450^2 \sin 1''\ \cos b \cos d}{\sin(b - d)}.$$

Hieruit volgt klaarblijkelijk

$$p = \frac{30\,v}{A}$$

of, in minuten tijds uitgedrukt,

$$p = \frac{30\,v}{60\,A} = \frac{v}{2\,A}$$

zoodat de uurhoek p, met behulp van Tafel XXVI, gemakkelijk kan berekend worden.

Om de bedoelde verbetering van de hoogte te vinden, behoeven wij den uurhoek p zelven niet te kennen. Wij vinden namelijk op bladz. 121 van het IIe Deel, om in het algemeen eene hoogte, digt bij den doorgang waargenomen, tot de meridiaanshoogte te herleiden, de formule:

$$c = A\,p^2$$

en dewijl $p = \frac{v}{2\,A}$ is, zoo wordt

$$c = \frac{v^2}{4\,A}.$$

Wij kunnen dus de bedoelde verbetering, uitgedrukt in secunden boogs, onmiddellijk vinden, door den term A in Tafel XXVI op te zoeken, en het viervoud daarvan te deelen in de tweede magt van de declinatieverandering in ééne minuut tijds. Het teeken van c is altijd positief, dewijl v in de tweede magt voorkomt, en de verbetering moet bijgevolg altijd van de grootste hoogte worden afgetrokken.

Berekenen wij het voorgaande voorbeeld naar deze manier, dan is

$$v = 0'',988 \;\ldots\ldots\ldots\; v^2 = 0,996$$
$$A = 0'',45 \;\ldots\ldots\ldots\; 4\,A = 1,80$$
$$\frac{v^2}{4\,A} = 0'',54$$

zooals te voren gevonden is.

De fout, die men in de oplossing van het vraagstuk begaat, door de grootste hoogte van de zon als meridiaanshoogte te bezigen, is, zooals uit het voorbeeld blijkt, voor de zeevaart van geen belang. Dit valt te meer in het oog, wanneer men in aanmerking neemt, dat de omstandigheden, zooals wij die gesteld hebben, zeer ongunstig zijn. Bij de maan kan echter die fout veel grooter zijn. Zij overtreft die van de zon, omdat v of de declinatieverandering bij haar eene veel grootere waarde heeft. Bevindt men zich bovendien op zeer hooge Breedte, dan kan het tijdstip van de grootste hoogte aanmerkelijk met dat van de meridiaanshoogte verschillen. Zoo vindt men b.v. op 78° N. Breedte, als de aangroeijende Z. declinatie van de maan 1° en hare verandering in eene minuut 17″ bedraagt, voor p, 20′26″,6 en onder deze omstandigheden zal zij dus 20′26″,6 vóór den doorgang de grootste hoogte bereiken. Berekent men het verschil tusschen de meridiaanshoogte en de grootste hoogte, dan bedraagt dat ongeveer 2′46″.

Op zeer hooge Breedte is het dus raadzaam bij maanwaarnemingen

de genoemde bijzonderheden in het oog te houden, minder nog om de fout, die anders in de Breedte zou ontstaan, dan wel om te voorkomen, dat men niet bij tijds voor de waarneming gereed zou staan.

II. BREEDTEBEPALING DOOR DE HOOGTE EN DEN UURHOEK VAN EEN HEMELLICHT.

De kennis van de hoogte en den uurhoek van eenig hemellicht verschaft ons het middel, om met behulp van den parallaktischen driehoek, de Breedte regtstreeks te berekenen.

Ten einde de noodige formulen te verkrijgen, deelen wij beide leden van de grondformule

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d$$

door sin d, waardoor wij vinden

$$\frac{\sin h}{\sin d} = \sin b + \cos P \operatorname{cotg} d \cos b.$$

Stellen wij hierin $\cos P \operatorname{cotg} d = \operatorname{tang} \varphi$, dan wordt

$$\frac{\sin h}{\sin d} = \sin b + \operatorname{tang} \varphi \cos b = \frac{\sin (b + \varphi)}{\cos \varphi}$$

en dus

$$\sin (b + \varphi) = \frac{\sin h}{\sin d} \cos \varphi$$

zoodat wij voor de berekening der Breedte het volgende stel formulen hebben:

$$\operatorname{tang} \varphi = \cos P \operatorname{cotg} d \qquad \sin (b + \varphi) = \frac{\sin h}{\sin d} \cos \varphi$$

$$b = (b + \varphi) - \varphi.$$

Bij het gebruik maken van de bovenstaande formulen heeft men acht te geven op de teekens. Ten einde daarbij geene vergissingen te begaan, is het zaak, dat men in de berekening aan de benaming Noord een bepaald, b.v. het positief teeken geeft. Zuid wordt dan negatief. Dewijl het teeken van cotg d hierdoor aangewezen is, zoo behoeft men er verder alleen nog op te letten, of P grooter of kleiner dan 6^u is, om te bepalen of φ scherp of stomp zal wezen. Op overeenkomstige wijze wordt, in de tweede formule, het teeken van sin $(b + \varphi)$ bepaald door de teekens van sin d en cos φ; doch $(b + \varphi)$, door een sinus gevonden, heeft twee waarden en kan mitsdien grooter en kleiner dan 90° zijn. Lost men eindelijk uit de laatste formule b op, dan ontdekt men dadelijk of het verschil tusschen $(b + \varphi)$ en φ positief of negatief is, en het teeken, dat b verkrijgt, zal in het eerste geval N. Breedte, in het

tweede daarentegen Z. Breedte te kennen geven, naar gelang van de benaming, die men bij den aanvang der berekening met het teeken (+) heeft aangeduid.

De dubbele waarde, die men voor $(b + \varphi)$ vindt, toont aan, dat er twee antwoorden zijn, die aan de opgaaf van het vraagstuk voldoen. Het is het twijfelachtige geval der driehoeksmeting, als gegeven zijn twee zijden des driehoeks, benevens een der tegenoverstaande hoeken. Vindt men echter eene der beide uitkomsten grooter dan 90°, dan is die onbestaanbaar, en er zal in dat geval slechts ééne Breedte zijn, die aan de opgave voldoet.

De oplossing van het onderhavige vraagstuk heeft alleen theoretische waarde. Voor de praktijk is de toepassing dier methode niet aanbevelenswaardig. Onderzoeken wij namelijk onder welke omstandigheden de waarneming moet geschieden, opdat de resultaten vertrouwen kunnen verdienen, en lossen wij daartoe δb op uit de formule

$$\delta P = - \frac{\delta h}{\sin T \cos b} + \delta b \frac{\operatorname{cotg} T}{\cos b} + \delta d \frac{\cos S}{\sin T \cos b}$$

zie bladz. 56 van het IIe Deel, welke formule de betrekking aanduidt tusschen de gelijktijdige veranderingen der elementen van den parallaktischen driehoek, dan vinden wij:

$$\delta b = \frac{\delta h}{\cos T} + \delta P \operatorname{tang} T \cos b - \delta d \cos S.$$

Hieruit blijkt, dat eene fout in de gegevens den geringsten invloed uitoefent op de Breedte, als $T = 0$ of $= 180°$ is, d. i. als het hemellicht in den meridiaan staat. In dit geval toch is $\cos T = \pm 1$, $\operatorname{tang} T = 0$, $\cos S = \pm 1$, en de fout in den uurhoek zal bijgevolg van geen invloed wezen, terwijl de fouten in de hoogte en in de declinatie niet vergroot op het resultaat overgaan.

Verlangt men dus de Breedte met eenige zekerheid te bepalen, dan moet het hemellicht, tijdens de waarneming, in of digt bij den meridiaan staan, of liever, het azimuth moet ongeveer 0° of 180° bedragen.

Beschouwt men thans de gegevens van het vraagstuk, dan zal men bij eenig nadenken inzien, dat de uurhoek van het hemellicht niet met die juistheid op zee kan gekend worden, welke in de berekening noodig is. Men kent namelijk den tijd aan boord, waaruit de bedoelde uurhoek moet worden afgeleid, alleen door eene vroegere waarneming. Zoo als men zich zal herinneren moet de tijdsbepaling geschieden op het oogenblik, waarop het azimuth ongeveer 90° is, terwijl wij boven vonden, dat het meest geschikte oogenblik voor de waarneming der Breedte dat is, waarop het azimuth 0° of 180° bedraagt. Behalve op lage Breedte, liggen die tijdstippen tamelijk ver uiteen, en de tijd aan boord voor het oogenblik der Breedtebepaling, verkregen door het in rekening brengen

van den verloopen tijd en de verandering in Lengte sedert de tijdsbepaling, kan over het algemeen niet zeker zijn.

Tot opheldering van een en ander, diene het volgende. Laat des morgens van zekeren dag, toen de tijdmeter 7^u aanwees, zijn stand tot den middelbaren tijd zijn bevonden $+ 0^u 2'10''$.

Eenigen tijd daarna, en wel naar aanwijzing van denzelfden tijdmeter te $11^u 5'$, bepaalt men de hoogte der zon voor de Breedte. Dan is

$$\begin{array}{rl} \text{Aanwijzing tijdmeter} = & 11^u 5' \;\, 0'' \\ \text{Stand tot middelb. tijd a/b.} = & \quad\;\, 2'10'' \, (+) \\ \hline \text{Middelb. tijd bij de laatste hoogte} = & 11^u 7'10''. \end{array}$$

De uurhoek van de zon zal dus bekend zijn, mits het schip in dien tusschentijd niet van Lengte veranderd zij. Mogt de tijdmeter zekeren gang hebben, dan behoort die in rekening te worden gebragt.

Is het schip echter, zooals bijna altijd het geval is, in dat tijdsverloop verplaatst, dan moet de Lengteverandering op eene vrij onzekere wijze door de koers- en verheidsrekening bepaald en in rekening gebragt worden, zooals op bladz. 96, IIe Deel, is voorgeschreven.

Voegt men nu hierbij, dat de tijd, die bij de eerste waarneming berekend wordt met eene gegiste Breedte, vrij onzeker is, tenzij het azimuth van het hemellicht 90° bedraagt, en dat die tijd eerst later, als men de Breedte naauwkeurig kent, verbeterd kan worden, dan zal het duidelijk zijn, dat de gevonden uurhoek nimmer als zeker kan aangemerkt worden, en de onderhavige methode alzoo voor den zeeman niet veel waarde kan hebben. Ten einde aan het laatstgenoemde bezwaar eenigzins te gemoet te komen, heeft men voorgesteld om den uurhoek, die door de tijdsbepaling gevonden wordt, te verbeteren met behulp van de berekende Breedte, en vervolgens deze laatste met den verbeterden tijd op nieuw te berekenen, om zoodoende benaderender wijze tot een naauwkeuriger resultaat te geraken. Dewijl wij echter in de volgende afdeelingen eene methode zullen leeren kennen, waardoor men uit de verbinding van twee hoogten de Breedte en den tijd regtstreeks zoo naauwkeurig kan vinden als de omstandigheden het toelaten, zullen wij de bedoelde benaderingsmethode met stilzwijgen voorbijgaan.

Een paar voorbeelden mogen dienen om van den aard der bewerking een denkbeeld te geven.

Voorbeeld. Op 40° W. L., des morgens te $9^u 24'$ waren tijd aan boord, is bevonden de ware hoogte der zon 38°24′. Men vraagt de Breedte.

Verbeterde ⊙ Z. declin. = 17°25′.

Lossen wij eerst het vraagstuk op, met het teeken (+) voor Noord.

$$P = 12^u - 9^u24' = 2^u36' \;.\; \cos = 9{,}890503\,(+)$$
$$d = \ldots\ldots\ldots\; 17^\circ25' \;\text{cotg.} = 0{,}503485\,(-) \;\ldots\; \text{cosec} = 0{,}523867\,(-)$$
$$\text{tang}\,\varphi = 0{,}393988\,(-)$$
$$\varphi = 111^\circ58'54'' \;\ldots\ldots\; \cos = 9{,}573232\,(-)$$
$$h = 38^\circ24'0'' \;\ldots\ldots\ldots\; \sin = 9{,}793195$$
$$\sin(b+\varphi) = 9{,}890294\,(+)$$
$$b+\varphi = 50^\circ57'57''$$
$$\text{of} = 129^\circ\,2'\,3''$$

$$b+\varphi = 50^\circ57'57'' \qquad\qquad b+\varphi = 129^\circ\,2'\,3''$$
$$\varphi = 111^\circ58'54'' \qquad\qquad \varphi = 111^\circ58'54''$$
$$b = 61^\circ\,0'57''\,(-) \qquad\qquad b = 17^\circ\,3'\,9''\,(+)$$

of 61°0′57″ Z. Breedte
en 17°3′ 9″ N. Breedte.

Hadden wij daarentegen Zuid (+) gesteld, dan zou de berekening aldus geweest zijn:

$$P = 2^u36' \;\ldots\; \cos = 9{,}890503\,(+)$$
$$d = 17^\circ25' \;.\; \text{cotg} = 0{,}503485\,(+) \;\ldots\ldots\; \text{cosec} = 0{,}523867\,(+)$$
$$\text{tang}\,\varphi = 0{,}393988\,(+)$$
$$\varphi = 68^\circ\,1'6'' \;\ldots\ldots\ldots\; \cos = 9{,}573232\,(+)$$
$$h = 38^\circ24'0'' \;\ldots\ldots\ldots\; \sin = 9{,}793195$$
$$\sin(b+\varphi) = 9{,}890294\,(+)$$
$$b+\varphi = 50^\circ57'57''$$
$$\text{of} = 129^\circ\,2'\,3''$$

$$b+\varphi = 50^\circ57'57'' \qquad\qquad b+\varphi = 129^\circ2'\,3''$$
$$\varphi = 68^\circ\,1'\,6'' \qquad\qquad \varphi = 68^\circ1'\,6''$$
$$b = 17^\circ\,3'\,9''\,(-) \qquad\qquad b = 61^\circ0'57''\,(+)$$

of 17°3′ 9″ N. Breedte
en 61°0′57″ Z. Breedte

als vroeger.

Voorbeeld. Den 4[den] Julij 18.., zijnde op 2° O. Lengte, heeft men, met het oog 10 Rijnl. voet boven water, de navolgende waarnemingen verrigt:

aanw.	tijdmeter =	$12^u40'30''$	☉ hoogte =	72°13′ 0″
„	„	12 41 14	„	72 16 20
„	„	12 41 40	„	72 19 40
„	„	12 42 20	„	72 23 0
„	„	12 42 59	„	72 26 30.

Bij de tijdsbepaling des morgens, is bevonden dat de stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd aan boord — $1^u\,40'50''$ was. Indien de gang van den tijdmeter nul is, en het schip sedert die tijdsbepaling 28′ om de Oost is veranderd, vraagt men de Breedte.

Men vindt in den almanak:

4 Julij te 0^u Greenw.	☉ N. declin. =	22°52′59″,8	in 1^u verand. =	— 12″,75
„ „ „	Tijdvereff. =	4′ 3″,1	„ „	+ 0″,45
		(aftrekken).		

Gemiddelde aanw tijdm. $= 12^u 41'44'',6$
Stand tot middelb. tijd $= 1^u 40'50'',0$ (—)
Middelb. tijd a/b $= 11^u\ 0'54'',6$
Verb. voor de Lengteverand. $= 1'52'',0$
Middelb. tijd bij de laatste waarn. $= 11^u\ 2'46'',6$
Tijdvereff. $= 4'\ 2'',6$
Ware tijd a/b $= 10^u 58'44''$
Ware ⊙ uurh. $= 1^u\ 1'16''$.

O. Lengte $= 2^\circ\ 0'$
in tijd $= 0^u\ 8'\ 0''$
3 Julij middelb. tijd a/b $= 23^u\ 2'47''$
3 Julij middelb. tijd Greenw. $= 22^u 54'47''$
4 „ „ „ „ $= -1^u 5'13''$
$= -1^u,09$

Gemeten ⊙ hoogte $= 72^\circ 19'42''$
Kimd. $= 3'\ 8''$
Schijnb. ⊙ loc. hoogte $= 72^\circ 16'34''$
Straalb. $= 19''$
Ware ⊙ loc. hoogte $= 72^\circ 16'15''$
½ midd. $= 15'46''$
Verschilz. $= 3''$
Ware ⊖ hoogte $= 72^\circ 32'\ 4''$.

te 0^u ⊙ N. declin. $= 22^\circ 52'59'',8$
in $1^u,09$ verand. $= 13'',8$
⊙ N. declin. $= 22^\circ 53'14''$

4 Julij te 0^u tijdvereff. $= 4'3'',1$
in $1^u,09$ verand. $= 0'',5$
Tijdvereff. $= 4'2'',6$.

$P = 1^u\ 1'16''$ . . . . cos $= 9,984294$ (+)
$d = 22^\circ 53'14''$ . . . cotg $= 0,374530$ (+) . . . cosec $= 0,410141$ (+)
tang $\varphi = 0,358824$ (+)
$\varphi = 66^\circ 21'40''$ . . . . . . cos $= 9,603113$ (+)
$h = 72^\circ 32'\ 4''$ . . . . . . sin $= 9,979502$
sin $(b + \varphi) = 9,992756$ (+)
$b + \varphi = 79^\circ 33'52''$
of $= 100^\circ 26'\ 8''$

$b + \varphi = 79^\circ 33'52''$
$\varphi = 66^\circ 21'40''$
$b = 13^\circ 12'12''$ (+)

$b + \varphi = 100^\circ 26'\ 8''$
$\varphi = 66^\circ 21'40''$
$b = 34^\circ\ 4'28''$ (+)

dus $13^\circ 12'12''$ N. Breedte.
en $34^\circ\ 4'28''$ „

III. BREEDTEBEPALING DOOR HOOGTEN DIGT BIJ DEN MERIDIAAN.

Een bijzonder geval van de Breedtebepaling, door middel van de hoogte en den uurhoek van een hemellicht, is de waarneming van die hoogte zeer digt bij den meridiaan, zoodat de uurhoek slechts eenige weinige minuten bedraagt.

Zooals wij weten, bereiken de hemellichten in den meridiaan hunne grootste hoogte, als wij de declinatieverandering buiten rekening laten. Bezit men nu het middel om eene hoogte, die kort vóór of na den doorgang is waargenomen, door het bijvoegen van eene kleine verbetering tot de meridiaanshoogte te herleiden, dan komt de oplossing van het vraagstuk verder neer op die van de meridiaans-Breedte en men erlangt het voordeel, dat door het meten van meerdere hoogten de Breedte als het ware door zoo vele meridiaanshoogten verkregen wordt.

Ten einde de bedoelde verbetering te zoeken, stellen wij in de algemeene formule

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d$$

in plaats van $\cos P$, $1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} P$. Hierdoor gaat zij over in

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos b \cos d - 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} P \cos b \cos d$$

of

$$\sin h = \cos (b - d) - 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} P \cos b \cos d.$$

Noemen wij de meridiaanshoogte H, dan is $\cos (b - d) = \sin H$ en wij hebben:

$$\sin H - \sin h = 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} P \cos b \cos d$$
$$2 \sin \tfrac{1}{2} (H - h) \cos \tfrac{1}{2} (H + h) = 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} P \cos b \cos d.$$

Noemen wij verder $H - h = c$ en stellen wij $\frac{1}{2} (H + h) = H$, dan is

$$\sin \tfrac{1}{2} c = \frac{\sin^2 \frac{1}{2} P \cos b \cos d}{\cos H} = \frac{\sin^2 \frac{1}{2} P \cos b \cos d}{\sin (b - d)}$$

of, dewijl c en P klein zijn,

$$\tfrac{1}{2} c = \frac{\frac{1}{4} P^2 \sin 1'' \cos b \cos d}{\sin (b - d)}.$$

In deze formule is P uitgedrukt in boogsecunden. Om den uurhoek in minuten tijds te verkrijgen, deelen wij P door 60×15, en dit quotient p noemende, is

$$\frac{P}{60 \times 15} = p \text{ en dus } P = 60 \times 15\, p$$

waardoor de formule, na substitutie en vereenvoudiging, overgaat in

$$c = \frac{2.450^2 \sin 1'' \cos b \cos d}{\sin (b - d)} \times p^2$$
$$c = Ap^2$$

als wij ter bekorting den coëfficient van p^2 door A voorstellen. Men vindt c uitgedrukt in boogsecunden; c is altijd positief.

De waarde van c bekend zijnde, is

$$H = h + c \qquad N = 90^\circ - H$$

en de oplossing geschiedt verder als bij de meridiaans-Breedte.

De berekening van c is, met behulp van de Tafels XXVI en XXVII,

zeer gemakkelijk. In de eerstgenoemde tafel vindt men voor eene gegeven Breedte en declinatie den factor A, terwijl in de andere tafel de factor p^2, of de tweede magt van het aantal minuten, dat de uurhoek bevat, gezocht wordt.

Als Breedte en declinatie ongelijknamig zijn, is

$$A = \frac{2.450^2 \sin 1'' \cos b \cos d}{\sin (b + d)}$$

en Tafel XXVI behoort alzoo voor het geval van gelijk- en ongelijknamigheid der bedoelde gegevens te zijn ingerigt.

Zooals men ontwaart, wordt tot het opzoeken van A, de kennis der Breedte vereischt, zijnde dit juist de grootheid, die men begeert te vinden. Dit is echter geen bezwaar, omdat men de hoogte digt bij den meridiaan voor een oogenblik als meridiaanshoogte kan aanmerken, om met de declinatie daaruit eene benaderde Breedte af te leiden, die naauwkeurig genoeg zal wezen voor het doel, waartoe men haar behoeft. Is het verschil tusschen de gelijknamige Breedte en de declinatie klein, en gaat dus de zon digt bij het toppunt door den meridiaan, dan wordt de verbetering c zeer groot, en zijn zij gelijk, dan wordt c door de verwaarloosde termen oneindig. Onder die omstandigheden geven alle Breedtebepalingen, en ook deze, eene weinig bevredigende uitkomst, waarom ook de termen in Tafel XXVI weggelaten en door ** aangeduid zijn.

Tafel XXVII strekt zich niet verder uit dan tot 16′. Is de uurhoek grooter, dan verliest de methode hare naauwkeurigheid.

Voorbeeld der berekening van Tafel XXVI en XXVII.

Men vraagt voor 10° N. en Z. declinatie en 20° N. Breedte de termen van Tafel XXVI te berekenen, benevens den term van Tafel XXVII, als de waarneming 6′30″ vóór den doorgang heeft plaats gehad.

De berekening is dan als volgt:

	$b = 20°$	cos = 9,972986	cos = 9,972986
	$d = 10°$	cos = 9,993351	cos = 9,993351
	$b - d = 10°$	cosec = 0,760330	cosec $(b + d)$ = 0,301030
Standvastig	450^2	log = 5,306426	log = 5,306426
	2	log = 0,301030	log = 0,301030
	1″	sin = 4,685575	sin = 4,685575
		log A = 1,019698	log A = 0,560398
		A = 10″,46	A = 3″,63
		voor gelijknamige Br. en decl.	voor ongelijkn. Br. en decl.

$$\text{uurhoek } p = 6'30'' = 6{,}5$$
$$p^2 = 42{,}25$$

als in de Tafels.

Het groote voordeel, dat in de onderhavige methode gelegen is, bestaat hierin, zooals gezegd is, dat men eenige hoogten vóór en na den doorgang binnen een kort tijdsbestek kan nemen, en daardoor in plaats van eene enkele, verschillende hoogten tot de berekening der meridiaans-Breedte kan laten zamenwerken. Meet men namelijk verschillende hoogten, en herleidt men elke hoogte in het bijzonder tot de meridiaanshoogte, dan verkrijgt men zoo vele op zich zelf staande resultaten, waarvan het gemiddelde klaarblijkelijk veel naauwkeuriger zal wezen, dan het resultaat, dat men uit eene enkele meridiaan-waarneming zou verkregen hebben. Inzonderheid voor de naauwkeurige plaatsbepaling van punten aan den wal, verdient de methode alzoo veel aanbeveling. Heeft men vóór en na den doorgang eenige hoogten gemeten, en daarbij de aanwijzingen van een uurwerk opgeteekend, dan kan men vervolgens daaruit de Breedte op de volgende wijze berekenen.

Laat gemeten zijn n hoogten:

$$h, h', h'', h''' \text{ enz.}$$

terwijl de daarbij behoorende uurhoeken zijn:

$$p, p', p'', p''', \text{ enz.}$$

dan is, als wij de middagshoogte H noemen, en voor al de factoren A, A' enz. eene standvastige gemiddelde waarde A_0 nemen,

$$\begin{aligned} H &= h + A_0 p^2 \\ H &= h' + A_0 p'^2 \\ H &= h'' + A_0 p''^2 \\ H &= h''' + A_0 p'''^2 \\ &\text{enz.} \end{aligned}$$

en dus

$$H = \frac{h + h' + h'' + h''' \ldots}{n} + A_0 \left\{ \frac{p^2 + p'^2 + p''^2 + p'''^2 \ldots}{n} \right\}$$

dat is

$$H = \text{gemiddelde hoogte} + A_0 \left\{ \begin{matrix} \text{gemiddelde der factoren} \\ \text{uit Tafel XXVII} \end{matrix} \right\}.$$

Wanneer het hemellicht van declinatie verandert, dan zoude men elke waarneming met de daarbij behoorende declinatie moeten herleiden, en de uitvoering zou bezwaarlijk worden. In de praktijk is het echter voldoende, dat men het vraagstuk oplost met ééne declinatie en wel met de declinatie, die het hemellicht heeft op het oogenblik midden tusschen de waarnemingen, of hetgeen weinig daarmede verschilt, op dat van den doorgang.

Verlangt men eene zeer groote naauwkeurigheid, die echter in de zeevaartkunde als overtollig is te achten, dan neemt men de declinatie voor het oogenblik van den doorgang, doch rekent de uurhoeken niet met betrekking tot dat oogenblik, maar tot dat van de grootste hoogte.

Voor nadere bijzonderheden over dit onderwerp, verwijzen wij naar het meer gemelde werk van BRÜNNOW, 2[te] Ausgabe S. 289.

TOEPASSELIJK GEBRUIK AAN BOORD.

Men bepaalt zich in den regel tot de waarneming der zon. Bevindt men zich in zee, dan kent men den stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd aan boord, op het oogenblik van de tijdsbepaling, en weet dus, door het in rekening brengen van hetgeen men gedurende de voormiddagwacht in Lengte denkt te veranderen, welke de aanwijzing van den tijdmeter ten naastenbij zal zijn, als de zon door den meridiaan gaat. Omstreeks 10 minuten voor dat oogenblik, begint men hoogten van de zon te meten, teekent daarbij de overeenkomstige aanwijzingen van den tijdmeter op, en gaat voort met waar te nemen, tot dat men ongeveer even veel, b. v. drie of vier waarnemingen zoowel vóór als na den doorgang, verkregen heeft.

Na dit verrigt te hebben, bepaalt men de Lengteverandering van het schip gedurende den tijd, die er tusschen den doorgang en de tijdsbepaling verloopen is, met alle zorgvuldigheid, brengt des gevorderd den gang van den tijdmeter gedurende dat tijdsverloop in rekening, en bepaalt het juiste oogenblik op den tijdmeter van den waren middag.

Uit de aanwijzing van den tijdmeter, bij de waarneming der hoogten en de genoemde aanwijzing van den tijdmeter tijdens den waren middag, leidt men door eenvoudige aftrekking de uurhoeken p, p' enz. af en berekent de meridiaanshoogte uit het gemiddelde der hoogten, zooals vroeger is aangewezen.

Met deze meridiaanshoogte en de declinatie voor het oogenblik van den doorgang, berekent men de Breedte volgens de daartoe gegeven voorschriften, zie bladz. 104 van dit hoofdstuk.

Voorbeeld. Den 3[den] Mei 18.., zijnde op 71° W. Lengte, heeft men des morgens te 10ᵘ 16′14″, naar aanwijzing van den tijdmeter, bevonden, dat de ware tijd aan boord was 7ᵘ 20′. Van die plaats, welke wij A noemen, zeilt het schip Westwaarts op, en komt op den middag van den 3[den] op 71° 15′ W. L., welke plaats wij door B aanduiden.

In B is waargenomen, met het oog 22 Rijnl. voet boven water:

te 2ᵘ49′26″	aanw.	tijdm.	⊙ hoogte	= 69°0′40″	nabij het Zuiden
2 53 7	„	„	„	= 69 3 10	
2 56 24	„	„	„	= 69 4 20	
3 0 34	„	„	„	= 69 4 10	
3 3 59	„	„	„	= 69 2 50	

Men vraagt de Breedte.

3 Mei te 0ᵘ Greenw. ⊙ N. declin. = 15°44′37″,5 in 1ᵘ verand. = + 43″,63
„ „ „ Tijdvereff. = 3′17″,24 (bijtellen).

Ware tijd aan boord op de plaats $A = 7^u 20' \ 0''$
Aanwijzing tijdmeter $= 10^u 16' 14''$
Tijdmeter vóór $= 2^u 56' 14''$
Veranderd West $= 1' \ 0''$
Tijdmeter vóór op de plaats $B = 2^u 57' 14''$.

De tijdmeter zal dus bij den doorgang aanwijzen $2^u \ 57' 14''$.

W. Lengte $= 71°15'$	te 0^u ⊙ N. declin. $= 15°44'37'',5$
in tijd $= 4^u 45'$	in $4^u,7$ verand. $= + \ 3'25'',1$
2 Mei middelb. tijd a/b $= 23^u 56' 43''$	⊙ N. declin. $= 15°48' \ 2'',6$.
3 Mei middelb. tijd Greenw. $= 4^u 41' 43''$	
„ „ $= 4^u,7$	

Aanw. op den middag	Aanw. bij de waarneming	uurh. ⊙	
$2^u 57' 14''$	$2^u 49' 26''$	$p = 7'48''$	$p^2 = 60,8$
„	2 53 7	$p_1 = 4 \ 7$	$p_1^2 = 16,9$
„	2 56 24	$p_2 = 0 \ 50$	$p_2^2 = 0,7$
„	3 0 34	$p_3 = 3 \ 20$	$p_3^2 = 11,1$
„	3 3 59	$p_4 = 6 \ 45$	$p_4^2 = 45,5$

Ware hoogte $= 69°13'55''$ — Som $= 135,0$
N $= 20°46' \ 5''$ (−) — Gemiddeld $= 27,0$
$d = 15°48' \ 3''$ (+) } geeft in Tafel XXVI . . $= 4,3$
Gegiste N. Breedte $= 36°34' \ 8''$ — product $= c = 1'56''$

⊙ hoogte $= 69° \ 0'40$
„ $= 69 \ 3 \ 10$
„ $= 69 \ 4 \ 20$
„ $= 69 \ 4 \ 10$
„ $= 69 \ 2 \ 50$
Gemiddelde hoogte $= 69° \ 3' \ 2''$
Kimd. $= 4'40''$
Schijnb. ⊙ loc. hoogte $= 68°58'22''$
Straalb. $= 0'23''$
Ware ⊙ loc. hoogte $= 68°57'59''$
Verschilz. $= 3''$
½ midd. $= 15'53''$
Ware ⊖ hoogte $= 69°13'55''$
Verbetering $c = 1'56''$
Berekende meridiaanshoogte $= 69°15'51''$
N $= 20°44' \ 9''$ (—)
$d = 15°48' \ 3''$ (+)
N. Breedte $= 36°32'12''$.

De wijze, waarop wij in dit voorbeeld de uurhoeken p, p_1, enz. bepaald hebben, zou al ligt de vraag doen ontstaan, of wij hier niet in dezelfde omstandigheden verkeeren, als bij de methode, die wij in de vorige afdeeling behandelden, en of dus niet deze uurhoeken en daardoor ook de Breedte onzeker zullen zijn.

Om dit punt te onderzoeken, differentiëren wij de formule

$$c = A p^2$$

voor c en p veranderlijk. Hierdoor wordt

$$\delta c = 2\,A\,p\,\delta p$$

waarin δc de fout in de Breedte is, als men in de bepaling van den uurhoek p eene fout δp heeft begaan.

Uit deze formule blijkt reeds dadelijk, dat hoe grooter A, p en δp zijn, ook des te grooter de fout in de Breedte wordt, en dat het dus zaak is de waarneming zoo digt mogelijk bij den doorgang te verrigten, terwijl een groot verschil tusschen de gelijknamige Breedte en declinatie of ongelijknamige Breedte en declinatie als gunstige omstandigheden te beschouwen zijn, dewijl in die gevallen A klein is. Vooronderstellen wij nu, dat $A = 10''$, $p = 6'$ en de misgissing in het bestek gedurende de voormiddagwacht 8′ in Lengte geweest zij, dan is

$$\delta p = 8' \text{ boogs} = 32'' = 0',53 \text{ in tijd},$$

en wij vinden dus

$$\delta c = 20'' \times 6 \times 0,53 = 63'',6 = 1'3'',6$$

voor de overeenkomstige fout in de Breedte.

Neemt men in aanmerking, dat de omstandigheden, waaronder wij ons gedacht hebben, niet als gunstig beschouwd kunnen worden, dan zal men de overtuiging erlangen, dat de Breedte, die men volgens de onderhavige methode bepaalt, met eene voor de praktijk voldoende naauwkeurigheid wordt verkregen, niettegenstaande de vrij groote fout in den tijd. Hoofdzakelijk ligt de bruikbaarheid van deze methode in tegenoverstelling met de vorige daarin, dat p zoo klein is, of wat op hetzelfde neerkomt, dat de omstandigheden voor de bepaling der Breedte, zoo gunstig zijn. Verrigt men bovendien, zooals behoort, de waarnemingen aan verschillende kanten van den meridiaan, dan verdwijnt de invloed van de fouten in de uurhoeken grootendeels.

Mogt de tijd niet bekend zijn, dan kan men uit twee hoogten, die in de nabijheid van den meridiaan zijn waargenomen, en het bekende tijdsverloop tusschen die waarnemingen, de vereischte uurhoeken en de Breedte tamelijk naauwkeurig afleiden. Hebben wij reeds op bladz. 87, II[e] Deel, de noodige voorschriften doen kennen, om den tijd op die wijze te vinden, zoo zal nogtans, dewijl de Breedte hier de hoofdzaak is, de volgende beschouwing tot eene meer eenvoudige bewerking leiden.

Laat h eene hoogte van de zon zijn, p minuten voor den doorgang, en de aanwijzing van den tijdmeter op dat oogenblik a, dan is p onbekend en de verbetering $c = Ap^2$ kan nog niet berekend worden.

Eenige oogenblikken daarna, neemt men eene tweede hoogte h', terwijl de tijdmeter a' aanwijst. Noemen wij den onbekenden uurhoek, die bij deze hoogte behoort p', dan is

$$c' = Ap'^2.$$

Wij kennen nu het verschil der ware hoogten, en als wij dit verschil h_0 noemen, dan is

$$h_0 = h' - h = c - c'.$$

Het verschil der onbekende uurhoeken, klaarblijkelijk voorgesteld door het verschil der aanwijzingen van den tijdmeter, φ noemende, is

$$a' - a = p - p' = \varphi$$

en dus

$$p' = (p - \varphi).$$

Bijgevolg is

$$h_0 = Ap^2 - Ap'^2 = A\,(p^2 - (p - \varphi)^2)$$
$$= A\,(2\,p\,\varphi - \varphi^2)$$

waaruit

$$\text{(I)} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad p = \frac{h_0 + A\varphi^2}{2\,A\varphi} \quad \text{en} \quad p' = \frac{h_0 - A\varphi^2}{2\,A\varphi}.$$

De waarde van p of p' hierdoor kennende, is verder

$$c = A\,p^2 = A\left(\frac{h_0 + A\,\varphi^2}{2\,A\varphi}\right)^2$$

$$\text{(II)} \; . \; . \; . \; . \; . \quad c = \frac{(h_0 + A\,\varphi^2)^2}{4\,A\,\varphi^2} \quad \text{en} \quad c' = \frac{(h_0 - A\,\varphi^2)^2}{4\,A\,\varphi^2}.$$

Valt de eerste hoogte vóór, de tweede daarentegen na den doorgang, dan is

$$\varphi = p + p'$$
$$p' = \varphi - p$$

en dus

$$h_0 = Ap^2 - A\,(\varphi - p)^2 = A\,(2\,p\,\varphi - \varphi^2)$$

waaruit als boven

$$p = \frac{h_0 + A\,\varphi^2}{2\,A\,\varphi} \quad \text{en} \quad c = \frac{(h_0 + A\,\varphi^2)^2}{4\,A\,\varphi^2}$$
$$p' = \frac{h_0 - A\,\varphi^2}{2\,A\,\varphi} \qquad c' = \frac{(h_0 - A\,\varphi^2)}{4\,A\,\varphi^2}.$$

Is de eerste hoogte grooter dan de tweede, dan wordt

$$\varphi = p' - p \quad \text{en} \quad h_0 = c' - c = h - h'$$

en men verkrijgt:

$$\text{(III)} \; . \; . \; . \; . \; . \quad p = \frac{h_0 - A\,\varphi^2}{2\,A\,\varphi} \quad \text{en} \quad c = \frac{(h_0 - A\,\varphi^2)^2}{4\,A\,\varphi^2}$$
$$p' = \frac{h_0 + A\,\varphi^2}{2\,A\,\varphi} \qquad c' = \frac{(h_0 + A\,\varphi^2)^2}{4\,A\,\varphi^2}.$$

Men bezige alzoo formule (II) of (III) naar gelang dat de eerste hoogte de kleinste of de grootste is, en houde verder in het oog dat c bij de eerste, doch c' bij de tweede behoort.

Voorbeeld. Den 26sten Mei 18.., naar gissing op 53° N. Breedte, zijn waargenomen, naar aanwijzing van den tijdmeter te $0^u\,2'21''$ en te

$0^u\ 9'48''$, de ware middelpuntshoogten van de zon $58°9'28''$ en $58°4'33''$ ongeveer boven het Zuiden. Men vraagt de Breedte.

Verbeterde ⊙ N. declin. $= 21°8'12''$

Aanw. tijdm.	⊙ ware hoogte
$0^u2'21''$	$58°9'28''$
$0^u9'48''$	$58°4'33''$
$\varphi = 0^u7'27''$	$h_0 = 4'55''$
$= 7',45$	$= 295''$.

Tafel XXVI geeft voor 53° N. Breedte en 21° N. decl. $A = 2'',1$. Dewijl de kleinste hoogte het laatst is waargenomen, zoo berekenen wij de correctie c', om haar tot de meridiaanshoogte te herleiden, met behulp van formule (III).

De berekening is dan als volgt:

$$A\varphi^2 = 116,6$$
$$h_0 = 295,0$$
$$(h_0 + A\varphi^2) = 411,6$$
$$(h_0 + A\varphi^2)^2 = 169414,6$$
$$\frac{(h_0 + A\varphi^2)^2}{4A\varphi^2} = \frac{169414,6}{466,4} = 363'' = c' = 6'\ 3''$$

Ware hoogte $= 58°\ 4'33''$
Middagshoogte $= 58°10'36''$
$N = 31°49'24''$ (—)
$d = 21°\ 8'12''$ (+)
N. Breedte $= 52°57'36''$.

Verlangt men de eerste hoogte te verbeteren, dan berekent men c met behulp van formule (III). In dit geval is

$$h_0 = 295$$
$$A\varphi^2 = 116,6$$
$$h_0 - A\varphi^2 = 178,4$$
$$(h_0 - A\varphi^2)^2 = 31826,6$$
$$\frac{(h_0 - A\varphi^2)^2}{4A\varphi^2} = \frac{31826,6}{466,4} = 68'' = c = 1'\ 8''$$

Ware hoogte $= 58°\ 9'28''$
Middagshoogte $= 58°10'36''$

als te voren.

Ten einde deze bevinding aan de ware Breedte der plaats te kunnen toetsen, was eenige oogenblikken te voren, de stand van den tijdmeter tot den waren tijd bepaald, met behulp van het tijdsein te Willemsoord en bevonden:

Stand tijdm. tot waren tijd $= 3'16'',5$ (+).

Berekenen wij met deze gegevens de ware Breedte, dan is

$$\begin{array}{rll}
\text{Aanw. tijdm.} = 0^u 2'21'' & \ldots\ldots\ldots\ldots & 0^u\ 9'48'' \\
\text{Stand}\ \text{,,} \quad = 0^u 3'16'',5\ (+) & \ldots\ldots\ldots & 0^u\ 3'16'',5\ (+) \\
\hline
\text{Ware tijd 1}^e \text{ hoogte} = 0^u 5'37'',5 & \ldots\ldots & 2^e \text{ hoogte } 0^u 13'\ 4'',5
\end{array}$$

$$p = 0^u 5'37'',5 \qquad p' = 0^u 13'\ 4'',5$$

$$p^2 = 31,6 \qquad p'^2 = 171,0$$

$$c = A p^2 = 31,6 \times 2,1 = 66'',4 = 1'\ 6'',4$$

$$c' = A p'^2 = 171,0 \times 2,1 = 359'',1 = 5'59'',1$$

$$\begin{array}{rl}
1^e \text{ hoogte} = 58^\circ\ 9'28'' & \quad 2^e \text{ hoogte} = 58^\circ\ 4'33'' \\
c \ = \quad 1'\ 6'',4 & \quad c' \ = \quad 5'59'',1 \\
\hline
\text{Middagshoogte} = 58^\circ 10'34'',4 & \quad \text{Middagshoogte} = 58^\circ 10'32'',1
\end{array}$$

$$\text{Gemiddelde middagshoogte} = 58^\circ 10'33'',2$$

hetgeen een verschil met de eerst gevonden middagshoogte en dus ook met de Breedte maakt van 2″,8.

Onderzoeken wij thans de naauwkeurigheid van den uurhoek p, als wij hem met behulp van de formule

$$p = \frac{h_0 - A\varphi^2}{2A\varphi}$$

berekenen.

Wij hebben dan:

$$h_0 = 295$$

$$A\varphi^2 = 116,6$$

$$h_0 - A\varphi^2 = 178,4$$

$$\frac{h_0 - A\varphi^2}{2A\varphi} = \frac{178,4}{31,29} = 5',7 = 5'42'' = p$$

terwijl wij boven vonden 5′37″,5, en het verschil tusschen den werkelijken en den berekenden uurhoek wordt nog iets grooter, als wij de declinatieverandering in aanmerking nemen. Zooals men ontwaart, laat de naauwkeurigheid van den uurhoek wel iets te wenschen over, doch de fout is op de Breedte, blijkens de resultaten, van geen noemenswaardigen invloed. In elk geval zal de fout kleiner zijn, dan wanneer men den uurhoek bepaalt op de wijze, waarop dat in het voorbeeld van bladz. 124 van dit Deel is geschied.

Ten einde den invloed na te gaan, dien de onwillekeurige waarnemingsfouten op den uurhoek en de Breedte uitoefenen, schrijven wij de formule

$$p = \frac{h_0 - A\varphi^2}{2A\varphi}$$

onder dezen vorm:

$$2Ap\varphi = h_0 - A\varphi^2.$$

Differentiëren wij haar voor p en h_0 veranderlijk, dan is

$$2A\varphi\,\delta p = \delta h_0$$

en dus

$$\delta p = \frac{\delta h_0}{2A\varphi}$$

waarin δp de fout is van den uurhoek, als er in de bepaling der hoogten eene dusdanige fout is begaan, dat de fout in het verschil der hoogten δh_0 is. Wij kunnen den verloopen tijd als juist aanmerken, omdat eene fout daarin op de hoogten kan worden overgebragt, door δh_0 eenigzins te wijzigen.

Deze formule leert ons, dat de waarnemingsfout den kleinsten invloed op den uurhoek uitoefent, als de tijd, die er tusschen de waarnemingen verloopt, en hier door φ wordt voorgesteld, groot is. Het is alzoo raadzaam om de hoogten ter wederzijde van den meridiaan te nemen. Verder moet A groot zijn. Dit zal, blijkens de beschouwing van Tafel XXVI, het geval kunnen wezen, als Breedte en declinatie in het algemeen klein zijn en de gelijknamige Breedte en declinatie weinig van elkander verschillen. Tusschen de keerkringen zal men alzoo, volgens de laatste methode, eene vrij goede tijdsbepaling kunnen verkrijgen.

Dewijl de fout in de Breedte van die in den uurhoek afhangt, differentiëren wij de formule

$$c = Ap^2$$

voor c en p veranderlijk. Hierdoor is

$$\delta c = 2\, A p\, dp$$

en als wij nu hierin de uitdrukking voor de fout in den uurhoek, die wij zoo even vonden, substitueren, dan wordt

$$\delta c = 2\, A p \frac{\delta h_0}{2\, A \varphi} = \frac{p}{\varphi}\, \delta h_0$$

waaruit blijkt, dat de fout in de Breedte, die men volgens deze methode verkrijgt, afhangt van den uurhoek en van den tijd, die er tusschen de waarnemingen is verloopen, en dat zij het kleinst zal zijn, als p klein, doch φ groot is. In de omstandigheden, waaronder de uurhoek met naauwkeurigheid kan bepaald worden, namelijk als de zon digt bij het toppunt culmineert, wordt A groot. In dat geval zal de Breedte, blijkens de uitdrukking $\delta c = 2\, A p\, \delta p$, minder naauwkeurig worden, doch nimmer in die mate, dat zij zal ophouden vertrouwen te verdienen. Is b. v. de verloopen tijd tusschen de waarnemingen 20′ en $p = 10'$ dan is, als wij A groot nemen, de omstandigheid voor den uurhoek gunstig en δp klein. De fout in de Breedte blijft echter gering, ofschoon de omstandigheid daarvoor ongunstig is, dewijl wij vinden:

$$\delta c = \frac{10}{20}\, \delta h_0 = \tfrac{1}{2}\, \delta h_0$$

en de fout is alzoo niet grooter, dan de halve fout in het verschil der hoogten. Ook in dit geval zijn hoogten ter wederzijde van den meridiaan gemeten, het verkieslijkst.

Als toepassing van het medegedeelde, zullen wij de fout berekenen in

de Breedte en den uurhoek, als wij in het voorbeeld van bladz. 127 eene fout van 30″ in h_0 of het verschil der hoogten vooronderstellen. Wij mogen toch aannemen, dat de waarnemingsfouten der hoogten voor een geoefend waarnemer, in denzelfden zin vallen, zoodat het verschil der hoogten eene veel kleinere fout zal bevatten, dan de enkele hoogte.

De formulen zijn:

$$\delta c = \frac{p}{\varphi}\,\delta h_0 \quad \text{en} \quad \delta p = \frac{\delta h_0}{2\,\Delta\varphi}.$$

Voorts is

$$p = 5',625 \qquad \text{dus} \qquad \frac{p}{\varphi} = \frac{5,625}{7,45} = 0,755$$
$$\varphi = 7',45 \qquad\qquad \delta h_0 = \qquad 30''$$

$$\text{Fout in de Breedte} = \delta c = \frac{p}{\varphi}\,\delta h_0 = 22'',65.$$

$$\delta h_0 = 30'' \qquad 2\,\Delta\varphi = 31,29 \qquad \text{dus} \quad \delta p = \frac{30}{31,29} = 0',96 = 0'57'',6 \ \text{de fout in den uurhoek.}$$

En bijgevolg zal, in de gegeven omstandigheden, eene fout van 30″ in het verschil der hoogten eene fout van 23″ in de Breedte en van 57″,6 in den uurhoek te weeg brengen.

Het groote bedrag van de laatstgenoemde fout is een gevolg van de hooge Breedte, waarop men zich heeft bevonden.

IV. BREEDTEBEPALING DOOR DE WAARNEMING DER POOLSTER.

Een ander bijzonder geval van de Breedtebepaling, met behulp van den uurhoek en de hoogte van een hemellicht, is de waarneming van de hoogte der Poolster, of α van den Kleinen Beer. Deze ster van de 2e grootte, thans ongeveer 1°25′ van de Noord-pool verwijderd, geeft een uitstekend middel aan de hand, om de Breedte te bepalen, wanneer men zich in het Noordelijk halfrond bevindt, omdat zij zich, uithoofde van haren geringen poolsafstand, altijd in de nabijheid van den meridiaan bevindt, en dus ten allen tijde voor die bepaling kan gebezigd worden.

De oplossing van het vraagstuk geschiedt, door met den bekenden uurhoek der ster eene verbetering te zoeken, die op hare hoogte toegepast, deze tot de poolshoogte herleidt, en aldus de Breedte doet vinden.

Neemt men in aanmerking, dat het grootste verschil tusschen de sters- en de poolshoogte dan bestaat, wanneer de ster zich in den meridiaan bevindt, terwijl dat verschil 6u later nul wordt, en dat dus in een tijdvak van 6u de verbetering van de stershoogte slechts eene

verandering van 1°25′ heeft ondergaan, dan zal men inzien, dat de bedoelde verbetering, door eene betrekkelijk groote fout in den uurhoek der ster, slechts in geringe mate wordt aangedaan. De naauwkeurige kennis van den tijd is bijgevolg, voor de oplossing van dit vraagstuk, geen vereischte; en hierdoor wordt aan de methode een voordeel geschonken, dat, in verband met het vroeger genoemde, de Breedtebepaling door de Poolster voor den zeeman uiterst aanbevelenswaardig maakt.

Laat in fig. 177, S de Poolster, P de Noord-pool des hemels, SC de hoogte der ster en SA de boog van een cirkel zijn, die evenwijdig is aan den horizon, dan kunnen wij PB of de Breedte vinden, door bij de hoogte van de ster $SC = h$, den boog PA op te tellen. Noemen wij dat boogje c, dan is

$$b = h + c$$

en wij zullen voor een gegeven oogenblik, de waarde van c moeten kennen, om uit de hoogte der ster de Breedte te kunnen afleiden.

Nemen wij den driehoek PSA, gevormd door den poolsafstand $SP = \Delta$, $PA = c$ en den boog des parallelcirkels SA, als plat aan, dan is, als wij den uurhoek der ster TPS, P noemen:

$$AP = SP \cos SPA$$

of

$$c = - \Delta \cos P.$$

Gewoonlijk vergenoegt men zich niet met deze benaderde waarde van c, maar zoekt eene meer naauwkeurige, die wij op de volgende wijze uit de grondformule afleiden. Wij hebben namelijk:

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d.$$

Is $b = h + c$, dan hebben wij ook $h = b - c$, en wanneer wij deze waarde in de grondformule substitueren en den poolsafstand Δ invoeren, dan wordt

$$\sin (b - c) = \sin b \cos \Delta + \cos P \cos b \sin \Delta$$

of, als wij $\sin (b - c)$ ontwikkelen en door $\sin b$ deelen,

$$\sin c = - \cos P \sin \Delta + \operatorname{tang} b (\cos c - \cos \Delta).$$

Omdat c en Δ klein zijn, mogen wij

$$\sin c = c \sin 1' \quad \text{en} \quad \sin \Delta = \Delta \sin 1'$$

stellen en verkrijgen dan, na door $\sin 1'$ gedeeld te hebben:

$$c = - \Delta \cos P + \frac{\operatorname{tang} b}{\sin 1'} (\cos c - \cos \Delta)$$

$$c = - \Delta \cos P + \frac{\operatorname{tang} b}{\sin 1'} (1 - 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} c - 1 + 2 \sin^2 \tfrac{1}{2} \Delta)$$

$$c = - \Delta \cos P + \tfrac{1}{2} \operatorname{tang} b \sin 1' (\Delta^2 - c^2).$$

Schrijven wij nu, in den tweeden term van het tweede lid, voor c de benaderde waarde $-\triangle \cos P$, dan gaat de formule over in:

$$c = -\triangle \cos P + \frac{1}{2} \operatorname{tang} b \sin 1' (\triangle^2 - \triangle^2 \cos^2 P)$$
$$= -\triangle \cos P + \frac{1}{2} \operatorname{tang} b \sin 1' \triangle^2 \sin^2 P \ldots\ldots\ldots (1)$$

waarin c en $\triangle$ in minuten zijn uitgedrukt.

Ofschoon de onbekende Breedte in den tweeden term van het tweede lid der formule voorkomt, zoo levert dit geen bezwaar op, omdat men de Breedte, met behulp van de stershoogte en van den eersten term, benaderender wijze kan bepalen, en vervolgens in dien term kan bezigen.

Wij hebben bij den aanvang van deze ontwikkeling $b = h + c$ gesteld. Heeft c eene negatieve waarde, hetgeen het geval is, als de Westelijke uurhoek van de ster van 0^u tot 6^u en van 18^u tot 24^u bedraagt en mitsdien cos P positief is, dan moet de bedoelde verbetering van de ware stershoogte worden afgetrokken.

De grootste waarde, die c verkrijgen kan, is klaarblijkelijk gelijk $\pm\triangle$, als $P = 12^u$ of $= 0^u$ is. De beschouwing der figuur zou ons dit reeds dadelijk hebben doen opmerken.

De uurhoek P, dien wij ter berekening van c noodig hebben, wordt gevonden door de formule:

$$\text{Uurh.} * = \text{uurh. middelb.} \odot + \text{Æ. middelb.} \odot - \text{Æ.} *$$
$$= \text{Æ. meridiaan} - \text{Æ.} *,$$

waarin de regte-opklimming van de zon en die van de ster aan den almanak ontleend worden, terwijl de uurhoek van de middelbare zon de gegiste middelbare tijd aan boord is, gerekend sedert den voorgaanden middag.

Om de berekening voor het gebruik aan boord gemakkelijker te maken, zijn de beide termen van het tweede lid van formule (1) in Tafel XXVIII opgenomen. De Tafel is echter ingerigt voor de regte-opklimming van den meridiaan en niet voor den uurhoek der ster, zoodat formule (I) moet geschreven worden:

$$c = -\triangle \cos (\text{Æ. meridiaan} - \text{Æ.} *) + \frac{1}{2} \operatorname{tang} b \sin 1' \triangle^2 \sin^2 (\text{Æ. meridiaan} - \text{Æ.} *).$$

In het tweede gedeelte van de Tafel, vindt men den laatsten term der formule. Daarin zal dus de Breedte het andere argument zijn, die op de boven vermelde wijze uit de ware stershoogte benaderender wijze wordt afgeleid en daarom den naam van benaderde Breedte draagt.

Dewijl de regte-opklimming der Poolster even als hare declinatie aan verandering onderhevig is, ten gevolge van de praecessie, aberratie en nutatie, in verband met de eigen beweging der ster, zoo moet de verbetering, die met de genoemde coördinaten voor zeker tijdstip berekend is, eene verandering ondergaan, als men de verbetering

voor een ander tijdstip vraagt. De Tafel behoort alzoo of de jaarlijksche verandering op te geven, of wel, zooals door ons in Tafel XXVIII is geschied, de verbetering voor twee tijdstippen, die een aantal jaren uit elkander liggen.

Ziehier op welke wijze die Tafel voor den 1sten Januarij van de jaren 1862 en 1872 berekend is. De aberratie is buiten rekening gelaten.

De gegevens zijn:

1 Januarij 1862 * Æ. = 1ᵘ 8′40″ * declin. = 88°34′26″
„ „ 1872 „ = 1ᵘ11′57″ „ „ = 88°37′37″.

Men vraagt de eerste verbetering voor die tijdstippen, als de regte-opklimming van den meridiaan 2ᵘ bedraagt.

1862

Æ. meridiaan = 2ᵘ
Æ. * = 1ᵘ 8′40″
P = 0ᵘ51′20″ . . cos = 9,989014 (+)
△ = 1 25′,6
= 85′,6 . . . log = 1,932474 (+)
log 1e verb. = 1,921488 (—)
1e verb. = — 83′,46
„ = — 1°23′,5

1872

Æ. meridiaan = 2ᵘ
Æ. * = 1ᵘ11′57
P = 0ᵘ48′3″ . . cos = 9,990384 (+)
△ = 1°22′,4
= 82′,4 . . log = 1,915927 (+)
log 1e verb. = 1,906311 (—)
1e verb. = — 80′,6
„ = — 1°20′,6

als in de Tafel.

Tot toelichting van de wijze, waarop de tweede verbetering berekend is, stellen wij de benaderde Breedte = 70° en de regte-opklimming van den meridiaan = 2ᵘ. De berekening komt dan aldus te staan:

1862		1872	
△ = 1°25′,6	2 log = 3,864948	△ = 1°22′,4	2 log = 3,831854
P = 0ᵘ51′20″ .	2 log sin = 8,693158	P = 0ᵘ48′3″ . . .	2 log sin = 8,636646
b = 70°	log tang = 0,438934	b = 70°	log tang = 0,438934
	log sin 1′ = 6,463726		log sin 1′ = 6,463726
	C. log 2 = 9,698970		C. log 2 = 9,698970
	log 2e verb. = 9,159736		log 2e verb. = 9,070130
	2e verb. = 0′,14		2e verb. = 0′,12

Gemiddeld = 0′,13.

zooals in de Tafel gevonden wordt.

De tweede verbetering is altijd positief, omdat sin P in de formule in de tweede magt voorkomt.

Dewijl de tweede verbetering in een tijdsverloop van 10 jaren weinig verandert, zoo hebben wij in de Tafel daarvoor slechts de gemiddelde waarde gegeven, en de afzonderlijke opgaven voor de jaren 1862 en 1872 achterwege gelaten.

Voor tusschenliggende jaren, interpoleert men in het eerste gedeelte van de Tafel op het gezigt.

Voorbeeld. Den 1sten Julij 1865, zijnde op 20°10′ W. Lengte, des avonds te 10u30′ middelbaren tijd aan boord, heeft men waargenomen de hoogte van de Poolster 45°20′0″ met het oog 15 Rijnl. voet boven water. Men vraagt de Breedte.

Men vindt in den almanak:

1 Julij te 0u Greenw. ⊙ Æ. = 6u41′43″,6
" " " " Tijdvereff. = 3′31″,3 (aftrekken).

W. Lengte = 20°10′	
in tijd = 1u20′40″	
1 Julij middelb. tijd a/b = 10u30′ 0″	
1 Julij middelb. tijd Greenw. = 11u50′40″	
= 11u,84	

te 0u ⊙ Æ. =	6u41′43″,6
Tijdvereff. =	3′31″,3
Middelb. ⊙ Æ. =	6u38′12″,3
in 11u,84 verand. =	1′56″,7
Middelb. ⊙ Æ. =	6u40′ 9″
Middelb. ⊙ uurh. =	10u30′ 0″
Æ. meridiaan =	17u10′ 9″.

Gemeten ✱ hoogte =	45°20′ 0″
Kimd. =	3′51″
Schijnb. ✱ hoogte =	45°16′ 9″
Straalb. =	0′58″
Ware ✱ hoogte =	45°15′11″
1e verb. =	+ 0°42′12″
Benaderde Breedte =	45°57′23″
2e verb. =	0′45″
Gevraagde N. Breedte =	45°58′ 8″

in 1862 voor 17u10′ 1e verb. =	+ 0°42′,4
" 1872 " " " =	+ 0°41′,8
in 10 jaar verand. =	− 0′,6
" 3½ " " =	− 0′,2
" 1862 voor 17u10′ 1e verb. =	+ 0°42′,4
in 1865 " " " =	+ 0°42′,2

V. BREEDTEBEPALING DOOR TWEE HOOGTEN.

Een voor de zeevaart zeer gewigtig vraagstuk is de Breedtebepaling door twee hoogten.

Bij de oplossing van dit vraagstuk zijn drie gevallen te onderscheiden. Men kan namelijk hebben waargenomen:

1°. de hoogten van twee bekende hemellichten op hetzelfde oogenblik;

2°. de hoogten van twee bekende hemellichten, met eenig tijdsverloop tusschen de waarnemingen;

3°. de hoogten van hetzelfde hemellicht, eenigen tijd na elkander.

Wij zullen achtereenvolgens deze gevallen nader beschouwen.

a. DE GELIJKTIJDIGE WAARNEMING DER HOOGTEN VAN TWEE BEKENDE HEMELLICHTEN.

Laat A en B, fig. 178, twee bekende hemellichten zijn, waarvan men de hoogten AR en BM op hetzelfde oogenblik heeft gemeten. Is verder T het toppunt der waarnemingsplaats, P de pool en AB een groote cirkel, dien wij ons door de beide hemellichten getrokken denken, dan kan de Breedte en ook de tijd gevonden worden, door de verbinding van de drie bolvormige driehoeken PAB, BTA en TBP of TAP.

Noemen wij ter bekorting de hoogten AR en BM, h en h', de poolsafstanden PA en PB, Δ en Δ', en den hoek BPA, die klaarblijkelijk het verschil is der regte-opklimmingen van de beide hemellichten, W, dan kan het volgende dienen om een overzigt te verkrijgen van de wijze, waarop men tot de kennis van de Breedte en den tijd geraakt. In den driehoek PAB zijn bekend de zijden $PA = \Delta$ en $PB = \Delta'$ benevens den ingesloten hoek W, en wij kunnen dus daaruit den hoek $PBA = B$ en de zijde $AB = a$ oplossen. Voorts hebben wij, in den driehoek BTA, de drie zijden $BT = 90° - h'$, $AT = 90° - h$ en $AB = a$ bekend, en kunnen daaruit den hoek $TBA = B'$ vinden. Eindelijk kan, met behulp van de zijden $TB = 90° - h'$, $PB = \Delta'$ en den ingesloten hoek $TBP = B' - B$, in den driehoek BTP, de zijde TP of het complement van de Breedte en de hoek BPT of de uurhoek van het hemellicht B bepaald worden. Des verkiezende kan men ook, uit de driehoeken PBA en TAB, de hoeken BAP en TAB oplossen, en vervolgens uit driehoek TAP de Breedte berekenen, met behulp van den hoek $TAP = BAP - BAT$. De uurhoek TPA, die te gelijker tijd kan gevonden worden, behoort dan bij het hemellicht A.

Alvorens over te gaan tot de ontwikkeling der formulen, die ons tot de oplossing van het vraagstuk zullen dienen, willen wij eerst de gegevens van het vraagstuk in hun onderling verband nader beschouwen, waartoe wij ons van de navolgende constructie bedienen.

Laat, in fig. 180, $EPQP'$ het vlak van een willekeurigen meridiaan, EQ de projectie van den equator op dat vlak, P de Noord-pool, en de punten A en B de projectiën van twee bekende hemellichten op het genoemde vlak voorstellen. Beschrijven wij uit A als pool een kleinen cirkel $cTT'c'$ zoodanig, dat de afstand daarvan tot het punt A, voorgesteld door den boog AT, gelijk is aan het complement der hoogte van A, en uit B een dergelijken kleinen cirkel $Tbb'T'$, waarvan de afstand tot B, voorgesteld door den boog BT, gelijk is aan den topsafstand van B, dan zullen die kleine cirkels, elk in het bijzonder, de meetkunstige plaats bevatten van de projectiën der toppunten van de plaatsen op aarde, voor welke de topsafstand van elk der hemellichten het gegeven bedrag heeft, en mitsdien zullen de snijpunten T en T' dier cirkels de toppunten

der plaatsen aanwijzen, alwaar op het gegeven oogenblik de beide gegeven hoogten zijn waargenomen. De genoemde kleine cirkels behoorden in de figuur als ellipsen te zijn geteekend. Om misverstand te voorkomen, hebben wij echter de cirkels behouden.

Zooals men ontwaart, zullen er dus twee plaatsen op aarde zijn, alwaar men van dezelfde hemellichten, op hetzelfde volstrekte oogenblik, gelijke hoogten kan waarnemen, en de oplossing van het vraagstuk zal mitsdien twee Breedten doen vinden, die beide aan de opgaven van het vraagstuk voldoen. Zijn namelijk PT en $P'T'$ projectiën van groote cirkels, die door de polen en de genoemde toppunten gaan, dan zal PT het complement der Noorder-Breedte, $P'T'$ dat der Zuider-Breedte voorstellen. Alleen in het bijzondere geval dat de cirkels elkander raken, vindt men slechts eene Breedte.

Dewijl PT een gedeelte is van den meridiaan der plaats, waarvan T het toppunt is, zoo stelt hoek BPT den Westelijken uurhoek van het hemellicht B, hoek TPA daarentegen den Oostelijken uurhoek van A voor. Voor de plaats op Zuider-Breedte gelegen is hoek $BP'T'$ de Westelijke uurhoek van B, en hoek $T'P'A$ de Oostelijke van A. Zooals men zal opmerken verschillen de uurhoeken van hetzelfde hemellicht voor de beide plaatsen. Het Lengteverschil der beide plaatsen wordt door het verschil dier uurhoeken of den hoek TPT' voorgesteld. De pijl der figuur wijst de rigting aan van de dagelijksche beweging des hemels.

Ten einde bij onze verdere beschouwing zekere regelmaat te hebben, zullen wij de Breedte en den tijd steeds oplossen uit den driehoek, die gevormd wordt door de Noord-pool, het toppunt en het Westelijkste hemellicht B, ofschoon het uit den aard der zaak onverschillig is, welk hemellicht, het Oostelijke of het Westelijke, daartoe gebezigd wordt. Het Westelijkste hemellicht is dat, waarvan de regte-opklimming het kleinst is.

Staan de waargenomen hemellichten aan beide zijden van den meridiaan, fig. 180, dan zoeken wij eerst uit driehoek PBA den hoek $PBA = B$, vervolgens uit driehoek TBA den hoek $TBA = B'$ en hebben dan, om den hoek $PBT = B_0$ te vinden, die ons in driehoek PBT in staat stelt om het complement der Breedte PT te berekenen:

$$B_0 = B - B'.$$

Beschouwen wij thans de driehoeken, wanneer het andere toppunt T' wordt ingevoerd. Al dadelijk merkt men op, dat de hoek $PBA = B$ onveranderd blijft en dat ook hoek $T'BA = B'$ is, dewijl volgens de constructie der figuur $BT = BT'$ en $AT = AT'$ is. Voor de berekening van PT', of het complement van de andere Breedte ten opzigte van de Noord-pool gerekend, moeten wij in driehoek PBT' den hoek $PBT' = B_0'$ kennen. Blijkbaar is $PBT' = PBA + ABT'$, en dus

$$B_0' = B + B',$$

waardoor men den eenvoudigen regel verkrijgt, dat men, om de beide Breedten te vinden, voor den hoek B_0 slechts het verschil en de som der hoeken B en B' zal hebben te nemen.

In fig. 181 is het geval voorgesteld, dat de hemellichten zijn waargenomen aan den Westelijken kant van den meridiaan. Zooals men ligtelijk zal inzien, is thans

$$PBT = PBA - TBA$$

of

$$B_0 = B - B'$$

en

$$PBT' = PBA + ABT'$$

of

$$B'_0 = B + B'.$$

Blijkens de overeenkomst, die er tusschen deze en de vroeger gevonden waarden van B_0 en B_0' bestaat, is het dus voor de bepaling daarvan onverschillig, waar het Oostelijke hemellicht gedurende de waarneming staat, indien slechts het Westelijke reeds door den meridiaan is gegaan.

Staan beide hemellichten tijdens de waarneming nog vóór den meridiaan, fig. 182, dan is

$$PBT = TBA - PBA$$

of

$$B_0 = B' - B = -(B - B')$$

en

$$PBT' = 360° - (T'BA + PBA)$$

of

$$B'_0 = 360° - (B' + B) = -(B' + B).$$

Vindt men dus bij de berekening van B en B', dat de laatste de eerste overtreft, dan zal zulks aantoonen, dat het Westelijke hemellicht nog vóór den meridiaan staat, en de uurhoek van B, dien men alzoo door de berekening bepaalt, zal Oostelijk zijn. Moet de som der genoemde hoeken genomen worden, wij zullen later zien wanneer dat moet plaats hebben, en vindt men die grooter dan 180° en dus met 360° verminderd negatief, dan toont deze bevinding mede aan, dat het Westelijke hemellicht nog vóór den meridiaan staat. Was die som juist 180°, dan zou zulks aanduiden, dat B zich in den meridiaan bevond.

De bolvormige driehoeksmeting geeft ons, tot oplossing van het vraagstuk, de navolgende formulen, die uit de beschouwing van de driehoeken, welke in fig. 179 afzonderlijk zijn voorgesteld, ligtelijk zijn af te leiden.

Voor de berekening van a en B hebben wij in den driehoek BPA, waarin gegeven zijn de zijden Δ en Δ' en de ingesloten hoek W:

$$\operatorname{tang} A'P = \operatorname{tang} AP \cos A'PA \quad \text{d. i.} \quad \operatorname{tang} \varphi = \operatorname{tang} \triangle \cos W$$
$$\cos AB = \frac{\cos AP}{\cos A'P} \cos A'B \quad ,, \quad \cos a = \frac{\cos \triangle}{\cos \varphi} \cos (\triangle' - \varphi)$$
$$\cos A'BA = \operatorname{tang} A'B \operatorname{cotg.} AB \quad ,, \quad \cos B = \operatorname{tang} (\triangle' - \varphi) \operatorname{cotg} a.$$

Om den hoek $TBA = B'$ te vinden, hebben wij in den driehoek BTA, waarvan de drie zijden zijn $90^\circ - h$, $90^\circ - h'$ en a:

$$\sin \tfrac{1}{2} TBA = \pm \sqrt{\left\{\frac{\cos \frac{1}{2}(h+h'+a) \sin \frac{1}{2}(h'+a-h)}{\sin a \cos h'}\right\}} \text{ of } \sin \tfrac{1}{2} B' = \pm \sqrt{\left\{\frac{\cos \Sigma \sin(\Sigma - h)}{\sin a \cos h'}\right\}}$$
$$\Sigma = \tfrac{1}{2}(h + h' + a).$$

En ten slotte hebben wij in den driehoek BTP, waarin bekend zijn de zijden $90^\circ - h'$ en Δ', benevens den ingesloten hoek $B_0 = B \mp B'$, ter bepaling van de Breedte b en den uurhoek TPB:

$$\operatorname{tang} BZ = \operatorname{tang} BT \cos TBZ \quad \text{d. i.} \quad \operatorname{tang} \varphi' = \operatorname{cotg} h' \cos B_0$$
$$\cos TP = \frac{\cos ZP}{\cos BZ} \cos BT \quad ,, \quad \sin b = \frac{\sin h'}{\cos \varphi'} \cos (\triangle' - \varphi')$$
$$\cos TPB = \operatorname{tang} ZP \operatorname{cotg} TP \quad ,, \quad \cos TPB = \operatorname{tang} (\triangle' - \varphi') \operatorname{tang} b.$$

Bij de oplossing van deze formulen, moet naauwkeurig acht worden gegeven op de teekens. Het raadzaamst is bij den aanvang der bewerking Noord als positief aan te nemen. Een positief teeken van sin b geeft dan Noorder-Breedte te kennen, het negatieve teeken daarentegen Zuider-Breedte.

Heeft een der hemellichten, b. v. A in dat geval eene Zuider-declinatie d, dan moet voor Δ genomen worden $90^\circ + d$, en omgekeerd.

Ook uit de formule blijkt, dat men twee Breedten zal vinden, die beide aan de gegevens van het vraagstuk voldoen. Men vindt namelijk de waarde van B' door een wortel, en dewijl deze, zooals wij weten, zoowel positief als negatief kan zijn, zoo moet men, in overeenstemming met hetgeen wij vroeger opmerkten, voor B_0 zoowel de som als het verschil der hoeken B en B' nemen.

Dewijl $\frac{1}{2} B'$ door een sinus wordt gevonden, zoo zoude $\frac{1}{2} B'$ zoowel scherp als stomp kunnen zijn, en het schijnt dus dat wij voor B' vier waarden verkrijgen. Duiden wij echter de scherpe positieve waarde van $\frac{1}{2} B'$, die met het teeken (+) van den wortel overeenstemt door δ aan, dan vinden wij voor B', $\pm 2\delta$ en $\pm 360^\circ - 2\delta$. Neemt men echter in aanmerking, dat een hoek altijd met 360° kan vermeerderd of verminderd worden, zoo volgt daaruit, dat de vier waarden van P zich tot twee laten herleiden, die gelijk zijn, doch in teeken verschillen.

In de praktijk is het niet voldoende, dat men twee antwoorden bij de oplossing van het vraagstuk verkrijgt, maar behoort men onmiddellijk

de Breedte te vinden, waarop men zich bevindt, dewijl het schip slechts op eene plaats te gelijk kan zijn, en men dient dus vooraf te weten, of men het verschil dan wel de som der hoeken B en B' moet nemen.

De volgende bijzonderheden zullen daartoe in acht genomen moeten worden. Let men op de ligging der punten o en o' van den meridiaan, zie fig. 180, waarin deze door den boog AB, die de beide hemellichten verbindt, of door het verlengde daarvan wordt gesneden, dan ontwaart men dat het verschil der bedoelde hoeken moet worden genomen, als het punt o bezuiden het toppunt T, dus buiten P en T ligt. Ligt echter het punt o', dat het snijpunt is van den boog AB met den meridiaan van T', benoorden het toppunt T' en dus tusschen P en T', dan neme men de som der bedoelde hoeken.

Mogt het moeijelijk vallen de ligging van de snijpunten o en o' aan den hemel te bepalen, dan hebben wij nog eene andere aanwijzing in de omstandigheid, dat blijkens fig. 180, wanneer de hemellichten ter wederzijde van den meridiaan staan, de boog AB alleen dan den meridiaan tusschen de Noord-pool en het toppunt kan snijden en dus de som van de hoeken B en B' moet genomen worden, als de som van de azimuths $BT'P$ en $AT'P$ van de beide hemellichten en die van hunne uurhoeken BPT' en APT' te gelijker tijd ieder in het bijzonder kleiner zijn dan 180°. Staan de hemellichten aan dezelfde zijde van den meridiaan, fig. 181 en 182, dan heeft het laatstgenoemde geval plaats als het hemellicht B, dat in fig. 181 den grootsten uurhoek BPT' heeft, grooter azimuth $BT'P$ bezit dan het andere. Zoo is in fig. 181 het azimuth $AT'P$ van A kleiner dan dat van B. In fig. 182 merkt men dezelfde bijzonderheid op. De uurhoek en het azimuth van B zijn daarin kleiner dan die van A, ten opzigte van T' gerekend, terwijl men, om dat toppunt te bepalen, de som van de hoeken B en B' moet nemen.

Om geheel praktisch te werk te gaan, kan men zich, nadat de hoogten zijn gemeten, de plaatsen van de pool en het toppunt nagenoeg aan den hemel denken, dewijl men toch de Breedte bij gissing kent. Zonder veel moeite zal men zich vervolgens door die punten en de waargenomen hemellichten bogen kunnen voorstellen en daardoor aanleiding hebben om terstond op te maken, of men de som, dan wel het verschil der hoeken B en B' moet nemen.

Slechts in enkele gevallen is men dienaangaande in het onzekere. Verschilt namelijk de boog a weinig van de som der gemeten topsafstanden, of is hij ongeveer gelijk aan hun verschil, dan verschillen de beide Breedten onderling zeer weinig, en er kan dus twijfel ontstaan; doch dewijl in dat geval de Breedtebepaling op zich zelve reeds onzeker is, omdat dan eene kleine fout in de hoogten eene aanzienlijke verplaatsing van T en T' te weeg brengt, zoo moeten die gevallen toch worden uitgesloten. Mogt men evenwel verlangen de bewerking uit te voeren,

dan zou er niets anders overblijven, dan het vraagstuk voor de beide gevallen uit te werken en die Breedte te nemen, welke het meest met de gegiste overeenstemt.

Alle twijfel wordt evenwel weggenomen, als men eene derde hoogte van een hemellicht meet. Berekent men dan met de eerste of tweede hoogte en de derde weder twee Breedten, dan moet er van deze en de vorige eene Breedte overeenstemmen, welke de ware zal zijn.

De uurhoek, dien de oplossing van het vraagstuk doet kennen, is uitgedrukt in tijd van het hemellicht, waarbij hij behoort. Hij wordt op de bekende wijze herleid tot middelbaren tijd. Zooals is opgemerkt, biedt de vergelijking van B met B' het middel aan om te beoordeelen, of die uurhoek Oostelijk dan wel Westelijk is. In de praktijk weet men zulks dadelijk, dewijl men bij de waarneming der hoogte kan nagaan of het hemellicht rijst dan wel daalt.

Voorbeeld. Den 16[den] Julij 18.. des avonds, naar aanwijzing van een tijdmeter te $5^u30'3''$, worden te gelijker tijd waargenomen de bovenrandshoogte van de maan $15°34'20''$ en de middelpuntshoogte van Jupiter $18°54'40''$. Indien de hoogte van het oog 17 Rijnl. voet bedraagt en de tijdmeter $2^u56'29''$ na is op den tijd te Greenwich, vraagt men de Breedten, waarop de waarnemer zich kan hebben bevonden, benevens den middelbaren tijd aan boord.

Men vindt in den almanak:

16 Julij te	0^u	Greenw.	⊙ Æ. =	$7^u44'\ 4'',3$	Tijdvereff. =	$5'46'',08$	(aftr.)
„ „ „	„	„	☾ ½ midd. =	$16'\ 3'',1$	☾ e.h. verschilz. =	$58'48'',5$	
„ „ „	12^u	„	„ =	$16'10'',3$	„ „ =	$59'14'',8$	
„ „ „	9^u	„	☾ Æ. =	$17^u24'35'',7$	☾ Z. declin. =	$20°15'16'',6$	
„ „ „	6^u	„	„ =	$17^u17'\ 4'',0$	in 10′ verand. =	$-\ 1'',6$	
„ „ „	0^u	„	♃ Æ. =	$15^u\ 2'\ 9'',8$	♃ Z. declin. =	$16°12'55'',0$	
17 „ „	„	„	„ =	$15^u\ 2'11'',0$	„ =	$16°13'16'',2$	

♃ e. h. verschilz. = $1'',8$

16 Julij aanw. tijdmeter = $5^u30'\ 3''$
Tijdmeter na = $2^u56'29''$
16 Julij middelb. tijd Greenw. = $8^u26'32''$
= $8^u,44$

te 0^u ⊙ Æ. = $7^u44'\ 4'',3$
Tijdvereff. = $5'46'',1$
Middelb. ⊙ Æ. = $7^u38'18'',2$
in $8^u,44$ verand. = $1'23'',2$
Middelb. ⊙ Æ. = $7^u39'41'',4$

te 9^u ☾ Æ. = $17^u24'35'',7$
in $33'28''$ verand. = $-\ 1'24'',0$
☾ Æ. = $17^u23'11'',7$

te 9^u ☾ Z. declin. = $20°15'16'',6$
in $33'28''$ verand. = $+\ 5'',4$
☾ Z. declin. = $20°15'22'',0$
$\triangle = 110°15'22''$

te 0^u ☾ ½ midd. = $16'3'',1$
in $8^u26'$ verand. = $4'',9$
☾ ½ midd. = $16'8''$

te 0^u ☾ e. h. verschilz. = $58'48'',5$
in $8^u26'$ verand. = $18'',6$
☾ e. h. verschilz. = $59'\ 7'',1$

te 0^u ♃ AR. = $15^u2'\ 9'',8$
in $8^u\ 26'$ verand. = $0'',4$
♃ AR. = $15^u2'10'',2$

te 0^u ♃ Z. declin. = $16°12'55'',0$
in $8^u26'$ verand. = $7'',5$
♃ Z. declin. = $16°13'\ 3''$
$\triangle' = 106°13'\ 3''$.

Gemeten hoogte ♃ = $18°54'40''$
Kimd. = $4'\ 6''$
Schijnb.loc.hoogte ♃ = $18°50'34''$
Straalb. = $2'49''$
Ware loc. hoogte ♃ = $18°47'45''$
Verschilz. = $1''$
Ware hoogte ♃ = $18°47'46'' = h'$

Gemeten ☾ hoogte = $15°34'20''$
Kimd. = $4'\ 6''$
Schijnb.loc.☾hoogte = $15°30'14''$
Term Tafel XX = $53'32''$
Ware ☾ hoogte = $16°23'46''$
½ midd. = $16'\ 8''$
Ware ☾ hoogte = $16°\ 7'38'' = h$.

Dewijl de regte-opklimming van Jupiter kleiner is dan die van de maan, zoo is de planeet het meest Westelijke hemellicht, en wij berekenen dus de hoeken B en B', die aan het eerstgenoemde hemellicht worden gevormd. Het equatoriaal horizontaal verschilzigt van de maan hebben wij voor de Breedte niet kunnen verbeteren, dewijl de Breedte geacht wordt niet bekend te zijn. De verdere oplossing is als volgt:

☾ AR. = $17^u23'11'',7$
♃ AR. = $15^u\ 2'10'',2$
$W = 2^u21'\ 1'',5$ cos = 9,911998
$\triangle = 110°15'22''$ tang = 0,432926 (—) cos = 9,539348 (—)
tang φ = 0,344924 (—)
$\varphi = -65°40'48''$ sec = 0,385279 (+)
$\triangle' = 106°13'\ 3''$
$\triangle' - \varphi = 171°53'51''$ cos = 9,995643 (—) tang = 9,153405 (—)
cos a = 9,920270 (+)
$a = 33°39'58''$ cotg = 0,176485 (+)
cos B = 9,329890 (—)
$B = 102°20'30''$.

$h = 16°\ 7'38''$
$h' = 18°47'46''$ sec = 0,023801
$a = 33°39'58''$ cosec = 0,256214
$2\,\Sigma = 68°35'22''$
$\Sigma = 34°17'41''$ cos = 9,917059
$\Sigma - h = 18°10'\ 3''$ sin = 9,493870
2 sin ½ B' = 9,690944
sin ½ B' = 9,845472
½ $B' = 44°28'32''$
$B' = 88°57'\ 4''$
$B = 102°20'30''$
Verschil = $B - B' = 13°23'26'' = B_0$
Som = $B + B' = 191°17'34'' = B_0'$
$360° - (B + B') = -168°42'26'' = B_0'$.

Hieruit zien wij, dat Jupiter reeds door den meridiaan is gegaan, voor de plaats, waarvan de Breedte met behulp van $B - B'$ wordt ge-

vonden, dewijl $B > B'$ is, terwijl omgekeerd de planeet nog vóór den meridiaan der plaats staat, waarvan de Breedte gevonden wordt met behulp van $B + B'$, dewijl $360° - (B + B')$ negatief is. De uurhoek, die alzoo bij de eerstgenoemde behoort is Westelijk, die bij de andere daarentegen Oostelijk. Vervolgen wij thans de berekening dan komt:

$B_0 = 13°23'26''$ cos = 9,988030 (+)
$k' = 18°47'46''$ cotg = 0,468072 (+) sin = 9,508127 (+)
tang $\varphi' = 0,456102$
$\varphi' =$ 70°43'1'' (+) sec = 0,481177 (+)
$\triangle' = 106°13'3''$
$\triangle' - \varphi' =$ 35°30'2'' cos = 9,910683 (+) tang = 9,853277 (+)
sin b = 9,899987 (+)
N. Breedte = 52°35'22'' tang = 0,116424 (+)
cos P = 9,969701 (+)
Westelijke uurh. ♃ = 1ᵘ24'37'',1
Æ. ♃ = 15ᵘ 2'10'',2
Æ. meridiaan = 16ᵘ26'47'',3
„ middelb. ⊙ = 7ᵘ39'41'',4
Middelb. tijd a/b = 8ᵘ47' 5'',9
des avonds.

$B'_0 = -168°42'26''$ cos = 9,991509 (—)
$k' =$ 18°47'46'' cotg = 0,468072 (+) sin = 9,508127 (+)
tang $\varphi' = 0,459581$ (—)
$\varphi' = -70°51'34''$ sec = 0,484276 (+)
$\triangle' =$ 106°13' 3''
$\triangle' - \varphi' =$ 177° 4'37'' cos = 9,999435 (—) tang = 8,708091 (—)
sin b = 9,991838 (—)
Z. Breedte = 78°55'35'' tang = 0,708378 (—)
cos P = 9,416469 (+)
Oostelijke uurh. ♃ = 4ᵘ59'30'',4
Westelijke „ „ = 19ᵘ 0'29'',6
Æ ♃ = 15ᵘ 2'10'',2
Æ. meridiaan = 10ᵘ 2'39'',8
„ middelb. ⊙ = 7ᵘ39'41'',4
Middelb. tijd a/b = 2ᵘ22'58'',4.

Voorbeeld. Op zekeren datum zijn gelijktijdig gemeten de hoogten van twee hemellichten A en B op twee verschillende plaatsen. Indien de ware hoogte van A was 50°12'30'' en die van B 64°7'56'' en B op de plaats X nagenoeg in het Noorden, doch op de plaats Y nagenoeg in het Zuiden van den hemel werd gezien, vraagt men de Breedten dier plaatsen, benevens de middelbare tijden der waarneming.

Gegevens.

A . . Æ. = 14ᵘ 1'58''	N. declin. = 29°55'30''	$\triangle$ = 60°4'30''
B . . „ = 10ᵘ41'40''	„ = 27°51'19''	$\triangle'$ = 62°8'41''

Middelb. ⊙ Æ. = 1ᵘ7'20''.

A . . Æ. = 14ᵘ 1′58″
B . . „ = 10ᵘ41′40″
W = 3ᵘ20′18″ cos = 9,807389
$\triangle$ = 60 4′30″ tang = 0,239874 cos = 9,697984
tang φ = 0,047263
φ = 48°6′41″ sec = 0,175429
$\triangle'$ = 62°8′41″
$\triangle' - \varphi$ = 14°2′ 0″ cos = 9,986841 tang = 9,397846
cos a = 9,860254
a = 43°32′34″ cotg = 0,022101
cos B = 9,419947
B = 74°45′8″

h = 50°12′30″
h' = 64° 7′56″ sec = 0,360219
a = 43°32′34″ cosec = 0,161846
2Σ = 157°53′ 0″
Σ = 78°56′30″ cos = 9,282867
$\Sigma - h$ = 28°44′ 0″ sin = 9,681905
2 sin $\frac{1}{2} B'$ = 9,486837
sin $\frac{1}{2} B'$ = 9,743418
$\frac{1}{2} B'$ = 33°38′2″
B' = 67°16′4″.

B = 74°45′ 8″
B' = 67°16′ 4″
$B - B'$ = 7°29′ 4″ = B_0
$B + B'$ = 142° 1′12″ = B_0'.

Om te bepalen welke waarde van B_0 gebezigd moet worden, om de Breedte van X te vinden, en welke daarentegen voor die van Y, zoo herinneren wij ons, dat men het verschil der hoeken B en B' moet nemen, als de afstandsboog der beide hemellichten den meridiaan Zuidwaarts van het toppunt snijdt, doch de som in het tegenovergestelde geval. Nu staat B volgens de opgaaf nagenoeg boven het Zuiden voor de plaats Y, doch nagenoeg boven het Noorden voor X, en wij zullen dus de Breedte van Y vinden met behulp van $B_0 = B - B'$, en die van X met $B_0' = B + B'$. Voor beide plaatsen staat B reeds aan den Westelijken kant van den meridiaan, zooals men uit de betrekkelijke waarden van B en B' en uit die van B_0' kan opmaken. Wij hebben dus:

$B_0 = B - B'$ = 7°29′ 4″ cos = 9,996284
h' = 64° 7′56″ cotg = 9,685633 sin = 9,954148
tang φ' = 9,681917
φ' = 25°40′33″ sec = 0,045150
$\triangle'$ = 62° 8′41″
$\triangle' - \varphi'$ = 36°28′ 8″ cos = 9,905354 tang = 9,868715
sin Breedte = 9,904652
N. Breedte Y = 53°24′22″ tang = 0,129304
cos P = 9,998019
Westelijke uurh. B = 0ᵘ21′52″,3
Æ. B = 10ᵘ41′40″
Æ. meridiaan = 11ᵘ 3′32″,3
„ middelb. ⊙ = 1ᵘ 7′20″
Middelb. tijd te Y = 9ᵘ56′12″,3.

$$B'_0 = B + B' = 142°1'12'' \quad \cos = 9{,}896651(-)$$
$$' = \ 64°7'56'' \quad \text{cotg} = 9{,}685633 \quad \sin = 9{,}954148(+)$$
$$\text{tang}\ \varphi' = 9{,}582284(-)$$
$$\varphi' = -20°55'\ 0'' \quad \sec = 0{,}029606(+)$$
$$\triangle' = \ 62°\ 8'41''$$
$$\triangle' - \varphi' = \ 83°\ 3'41'' \quad \cos = 9{,}082089(+) \quad \text{tang} = 0{,}914719$$
$$\sin \text{ Breedte} = 9{,}065843(+)$$
$$\text{N. Breedte } X = 6°40'58'' \qquad \text{tang} = 9{,}068809$$
$$\cos P = 9{,}983528$$
$$\text{West. uurh. } B = \ 1^u\ 2'43'',4$$
$$Æ.\ B = 10^u41'40''$$
$$Æ.\ \text{meridiaan} = 11^u44'23'',4$$
$$\text{„ middelb. } \odot = \ 1^u\ 7'20''$$
$$\text{Middelb. tijd te } X = 10^u37'\ 3'',4.$$

Eindelijk zal men opmerken, dat de plaats X Oostelijker ligt dan de plaats Y, dewijl op hetzelfde volstrekte oogenblik te X later tijd geteld wordt dan te Y. Het bedoelde Lengteverschil, uitgedrukt in tijd, bedraagt

$$10^u37'3'',4 - 9^u56'12'',3 = 0^u40'51'',1.$$

De gunstigste omstandigheid tot het bepalen van de Breedte en den tijd naar de onderhavige methode.

Dewijl de hoogten der beide hemellichten met onwillekeurige fouten kunnen zijn aangedaan, zoo is het niet onbelangrijk te onderzoeken, onder welke omstandigheden die fouten den geringsten invloed op het eindresultaat zullen uitoefenen. Gaan wij uit van de vooronderstelling, dat de declinatiën en de regte-opklimmingen der waargenomen hemellichten met juistheid bekend zijn, dan zullen de overeenkomstige fouten in de hoogten, de uurhoeken en de Breedte worden voorgesteld door de bekende formulen:

$$\delta h = -\delta P \sin T \cos b + \delta b \cos T$$
$$\delta h' = -\delta P' \sin T' \cos b + \delta b \cos T'$$

als T en T' de azimuths, P en P' de uurhoeken en h en h' de hoogten van de bedoelde hemellichten beteekenen.

Het is duidelijk dat wij $\delta h'$ zoodanig kunnen wijzigen, dat $\delta P = \delta P'$ wordt, terwijl het overige onveranderd blijft. Laten wij $\delta h'$ daardoor overgaan in $\delta h''$, dan zullen bovenstaande formulen aldus veranderen:

$$\text{(I)} \quad \ldots\ldots \quad \begin{aligned} \delta h &= -\delta P \sin T \cos b + \delta b \cos T \\ \delta h'' &= -\delta P \sin T' \cos b + \delta b \cos T'. \end{aligned}$$

Vermenigvuldigen wij de eerste van deze vergelijkingen met sin T', de tweede daarentegen met sin T, dan komt

$$\delta h \sin T' = -\delta P \sin T \sin T' \cos b + \delta b \cos T \sin T'$$
$$\delta h'' \sin T = -\delta P \sin T \sin T' \cos b + \delta b \cos T' \sin T.$$

Trekken wij deze vergelijkingen van elkander af, dan verkrijgen wij:

$$\delta h'' \sin T - \delta h \sin T' = \delta b (\cos T' \sin T - \cos T \sin T')$$

waaruit

(II) . . . . $$\delta b = \frac{\delta h'' \sin T - \delta h \sin T'}{\sin (T - T')}.$$

Vermenigvuldigen wij echter de eerste der vergelijkingen (I) met $\cos T'$, en de tweede met $\cos T$, dan komt

$$\delta h \cos T' = -\delta P \sin T \cos T' \cos b + \delta b \cos T \cos T'$$
$$\delta h'' \cos T = -\delta P \sin T' \cos T \cos b + \delta b \cos T \cos T'.$$

Trekken wij deze vergelijkingen van elkander af, dan zullen wij verkrijgen:

$$\delta h'' \cos T - \delta h \cos T' = \delta P (\sin T \cos T' - \sin T' \cos T) \cos b$$

waaruit

(III) . . . . $$\delta P = \frac{\delta h'' \cos T - \delta h \cos T'}{\sin (T - T') \cos b}.$$

Uit de formulen (II) en (III) blijkt, dat de fout in de Breedte en in den uurhoek het kleinst zal zijn, als het verschil der azimuths van de beide hemellichten 90° is. In dat geval gaan de bedoelde vergelijkingen over in deze:

(IV) . . . . $\delta b = \delta h'' \sin T - \delta h \sin T'$

(V) . . . . $\cos b \, \delta P = \delta h'' \cos T - \delta h \cos T'.$

Is nu T ongeveer 90°, dan staat het andere hemellicht nabij den meridiaan, zoodat het azimuth T daarvan ongeveer 0° of 180° zal bedragen. Hierdoor zal de coëfficient van $\delta h''$ in formule (IV) een maximum, die van δh daarentegen een minimum zijn, terwijl bij de coëfficienten van $\delta h''$ en δh in formule (V) onder die omstandigheid juist het omgekeerde plaats heeft. Men ontwaart dus, dat de naauwkeurigheid van het resultaat, wat de Breedte aangaat, grootendeels afhangt van de zorg, waarmede de hoogte gemeten is van het hemellicht, dat het digtst bij den meridiaan staat, terwijl de naauwkeurigheid van de tijdsbepaling grootendeels zal afhangen van de juistheid, waarmede de hoogte is bepaald van het hemellicht, dat zich het digtst bij den eersten vertikaal bevindt.

Ook uit de beschouwing der figuur laten zich bovenstaande bijzonderheden gemakkelijk afleiden. De wijze toch, waarop het punt T in fig. 180 wordt bepaald, maakt, dat de ligging van dat punt het naauwkeurigst wordt gevonden, als hoek ATB 90° is. Het verschil in azimuth van A en B moet dus zoo mogelijk 8 streken beloopen, terwijl de on-

gunstigste omstandigheid plaats heeft, wanneer AB ongeveer gelijk is aan $BT + AT$.

Voorts is het duidelijk, dat de ligging van het snijpunt T het meest verandert in de rigting van PT, door eene wijziging van BT, en dat dus de verandering van die hoogte, welke het naast aan den meridiaan komt, den meesten invloed op de Breedte zal hebben. Eene wijziging van AT of der hoogte van het hemellicht, dat het verst van den meridiaan staat, brengt hoofdzakelijk eene zijdelingsche verplaatsing van T te weeg en oefent dus op den uurhoek den meesten invloed uit.

b. DE ONGELIJKTIJDIGE WAARNEMING VAN TWEE VERSCHILLENDE HEMELLICHTEN.

Zij B, fig. 183, een hemellicht, waarvan de hoogte wordt waargenomen, b. v. te $9^u 30'$ des avonds van zekeren dag. Eenigen tijd later, b. v. te 10^u meet men de hoogte van een ander hemellicht A. Indien men nu met behulp van die twee waarnemingen de Breedte en den tijd wenscht te bepalen, dan berekent men, even als in het vorige vraagstuk de zijde TP en de hoeken TPB of TPA, door de verbinding van de drie bolvormige driehoeken BPA, BTA en BTP of TAP. De volgende bijzonderheden verdienen daarbij onze aandacht.

Wanneer men let op de elementen van de bedoelde bolvormige driehoeken, dan merkt men op:

1°. dat de zijden BP en AP de poolsafstanden zijn van de hemellichten tijdens de waarneming van elk hemellicht in het bijzonder, en dat men dus voor de tijdstippen, waarop de waarnemingen geschied zijn, de overeenkomstige tijden te Greenwich moet bepalen, ten einde daarmede de declinatiën te zoeken;

2°. dat de hoek APB, dien wij in het vorige vraagstuk W genoemd hebben, voor dit geval niet is het verschil der regte-opklimmingen van de beide hemellichten. Immers zal B, in den tijd, die er tusschen de waarnemingen verloopt, zich ten gevolge van de dagelijksche beweging verplaatsen, en b. v. tijdens de waarneming van A ergens in B' staan. Heeft de waarneming van A te 10^u plaats gehad, dan is klaarblijkelijk hoek $B'PA$ het verschil van de regte-opklimmingen te 10^u en om nu den hoek BPA te vinden, zullen wij dat verschil moeten verminderen met den hoek $B'PB$, d. i. met de verandering in uurhoek, die het hemellicht B in den verloopen tijd heeft ondergaan.

Men kan ook aldus redeneren. Tijdens de waarneming van B te $9^u 30'$ had A nog niet de hoogte, die het eerst te 10^u bereikt, en A zal mitsdien op dat oogenblik ergens in A' staan. In dat geval is

$$BPA = BPA' - APA'$$

en de bedoelde hoek kan dus ook gevonden worden, door het verschil der regte-opklimmingen van de hemellichten, te $9^u30'$, te verminderen met de verandering in uurhoek van A in den verloopen tijd.

Was omgekeerd A waargenomen te $9^u30'$ en B te 10^u, dan zoude B, fig. 184, te $9^u30'$ in B' hebben gestaan. De gevraagde hoek BPA zoude dan gelijk zijn aan $B'PA + B'PB$ en dus gevonden worden door de som te nemen van het verschil der regte-opklimmingen te $9^u30'$ en de verandering in uurhoek van B in $0^u30'$, d. i. in den tijd, die er tusschen de waarnemingen is verloopen.

Ten einde bij de oplossing van het onderhavige vraagstuk zich voor vergissingen in de bepaling van den hoek BPA te vrijwaren, is het raadzaam eene figuur te teekenen en daarin de hemellichten ten opzigte van elkander te plaatsen, zooals met hunne regte-opklimmingen overeenkomt. Verplaatst men vervolgens een der hemellichten, zooals in de bovenstaande redenering is aangewezen, dan zal men onmiddellijk ontwaren, hoedanig men te handelen heeft, om den hoek BPA te verkrijgen. Men houde daarbij in het oog, dat de rigting, waarin de regte-opklimming geteld wordt, tegenovergesteld is aan die van de dagelijksche beweging des hemels, zoodat indien de pijl p, fig. 183, de eerstgenoemde aanwijst, p' de andere zal voorstellen. Een bezwaar, dat men ten opzigte van de aangewezen teekening zou kunnen maken, zullen wij bij de voorbeelden nagaan.

Verlangt men eene formule om den hoek APB te kunnen bepalen, dan redenere men aldus: Men neemt de hoogte waar van een hemellicht B en kiest daartoe het meest Westelijke. Op dat oogenblik is

$$Æ.\, A' = Æ.\, B + m$$

fig. 183, als m het verschil der regte-opklimmingen van de beide hemellichten, tijdens die waarneming beteekent. Rekenen wij de uurhoeken Westelijk, dan is

$$\text{Uurh. } B = \text{uurh. } A' + m.$$

Na een tijd t (sterretijd), wordt

$$\text{Uurh. } A = \text{uurh. } A' + t - \triangle\, Æ.\, A$$

waarin $\triangle\, Æ$ de verandering in regte-opklimming is van A gedurende den tijd t. Trekken wij deze en de vorige vergelijking van elkander af, dan komt:

$$\text{(I)} \quad . \; . \; . \quad BPA = \text{uurh. } B - \text{uurh. } A = m - (t - \triangle\, Æ.\, A).$$

Is daarentegen A of het meest Oostelijke hemellicht het eerst waargenomen, dan heeft men:

$$\text{Uurh. } B = \text{uurh. } A' + m$$
$$\text{Uurh. } A = \text{uurh. } A' - t + \triangle\, Æ.\, A.$$
$$\text{(II)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad BPA = m + (t - \triangle\, Æ.\, A)$$

Door deze formulen kunnen al de verschillende gevallen worden opgelost. Men houde slechts in het oog:

1°. dat als B het meest Oostelijke hemellicht is, m negatief wordt;

2°. dat $m = 0$ wordt, als A hetzelfde hemellicht is als B;

3°. dat als A de zon is, $t - \Delta$ Æ A den verloopen waren tijd beteekent;

4°. dat als A eene ster is, Δ Æ $= 0$ wordt.

Alvorens door eenige voorbeelden de bepaling van den hoek APB volgens beide manieren toe te lichten, moeten wij nog nagaan op welke wijze de verandering in uurhoek van een der hemellichten wordt afgeleid uit het tijdsverloop tusschen de beide waarnemingen, welk tijdsverloop door onze uurwerken gemeten wordt en alzoo in middelbaren tijd is uitgedrukt. Wij onderstellen hierbij, dat het uurwerk, hetwelk men tot opteekening der tijdstippen bezigt, waarop de waarneming der hoogten plaats heeft, in dien tusschentijd niet verloopt. Heeft het echter een bekenden gang, dan moet die gang in rekening worden gebragt.

Laat M en M' de bedoelde tijdstippen zijn, naar middelbaren tijd geteld, dan is, als wij de uurhoeken van de beide hemellichten U ☾✱ en U' ☾✱ en de regte-opklimmingen Æ ☾✱ en Æ' ☾✱ noemen:

$$M = U\,☾✱ + Æ.\,☾✱ - Æ.\ \text{middelb.}\ ⊙$$
$$M' = U'\,☾✱ + Æ'.\,☾✱ - Æ'.\ \text{middelb.}\ ⊙.$$

Trekken wij deze vergelijkingen van elkander af, dan komt:

$$M - M' = (U - U')\,☾✱ + (Æ. - Æ'.)\,☾✱ - (Æ. - Æ'.)\ \text{middelb.}\ ⊙\,.$$

In deze uitdrukking is

$M - M'$ de verloopen middelbare tijd;

$U - U'$ de verandering in uurhoek van het hemellicht in dat tijdsverloop, of wel, de verloopen tijd, uitgedrukt in tijd van het hemellicht;

Æ. − Æ'. de verandering in regte-opklimming van het hemellicht en die van de middelbare zon in het gegeven tijdsverloop, waarvoor ook kan geschreven worden $(M - M')$ (uurbew. in Æ.), mits $(M - M')$ in uren en decimalen van uren uitgedrukt zij.

Wij hebben dus:

$$(M - M') = (U - U')\,☾✱ + (M - M')\ (\text{uurbew.}\ ☾✱\ \text{in Æ.} - 9'',856)$$

waaruit

$$(U - U')\,☾✱ = (M - M') - (M - M')\ (\text{uurbew.}\ ☾✱\ \text{in Æ.} - 9'',856).$$

Bij de maan is de uurbeweging in Æ altijd grooter dan die van de zon; $(U - U')$ zal dus altijd kleiner zijn dan $(M - M')$.

Voor de planeten M a r s, J u p i t e r en S a t u r n u s is de tweede term van het tweede lid der vergelijking n e g a t i e f, omdat zij zich minder snel dan de zon verplaatsen, en $(U - U')$ is bijgevolg altijd grooter dan $(M - M')$. De uurbeweging van de planeet V e n u s overtreft soms die van de zon, doch is op andere tijden kleiner dan deze, zoodat men

bij haar op het teeken van het verschil in uurbeweging behoort te letten.

Lichten wij deze herleidingen door eenige voorbeelden toe.

Voorbeeld. Den 7[den] Januarij 18.., des middags ongeveer te 2ᵘ10′ middelbaren tijd te Greenwich, vraagt men een tijdsverloop van 1ᵘ42′ middelbaren tijd in tijd van de maan uit te drukken.

Men vindt in den almanak:

7 Jan. te 0ᵘ Greenw. ☾ Æ. = 4ᵘ29′33″,18

„ „ 3ᵘ „ „ „ = 4ᵘ37′19″,73

in 3ᵘ ☾ Æ. verand. = 0ᵘ 7′46″,55

Uurbew. ☾ = 2′35″,52 = 155″,52

Uurbew. middelb. ⊙ = ... 9″,86

Verschil = ... 145,66

Verloopen tijd = 1ᵘ42′ . . $(M - M')$ = ... 1,7

$(M - M')$ × verschil in uurbew. = ... 4′ 7″,6

$(M - M')$ = ... 1ᵘ42′ 0″

$(U - U')$ ☾ = ... 1ᵘ37′52″,4.

Voorbeeld. Den 15[den] Februarij 18.., wordt gevraagd een tijdsverloop van 2ᵘ30′ middelbaren tijd in tijd van Jupiter uit te drukken, als de O. Lengte der waarnemingsplaats 160° bedraagt.

Men vindt in den almanak:

14 Febr. te 0ᵘ Greenw. ♃ Æ. = 9ᵘ37′11″,92

15 „ „ „ „ „ = 9ᵘ36′41″,02

Verand in 24ᵘ = − 0′30″,9

Uurbew. ♃ = − 0′ 1″,29

Uurbew. middelb. ⊙ = 9″,86

Verschil in uurbew. = − 0′11″,15

Verloopen tijd = 2ᵘ30′ ... $M - M'$ = 2,5

$(M - M')$ × verschil in uurbew. = − 0′27″,9

$M - M'$ = 2ᵘ30′ 0″

$(U - U')$ ♃ = 2ᵘ30′27″,9.

Voorbeeld. Den 19[den] Januarij 18.., zijnde op 170° W. Lengte, vraagt men een tijdsverloop van 2ᵘ24′ middelbaren tijd tot tijd van Venus te herleiden.

Men vindt in den almanak:

19 Jan. te 0ᵘ Greenw. ♀ Æ. = 18ᵘ 7′52″,5

20 „ „ „ „ = 18ᵘ13′15″,9

Verand. in 24ᵘ = 5′23″,4

Uurbew. ♀ = 0′13″,47

Uurbew. middelb. ⊙ = 9″,86

Verschil in uurbew. = 0′ 3″,61

Verloopen tijd = 2ᵘ24′ ... $(M - M')$ = 2,4

$(M - M')$ × verschil in uurbew. = 0′ 8″,7

$M - M'$ = 2ᵘ24′ 0″

$(U - U')$ ♀ = 2ᵘ23′51″,3.

Voorbeeld. Den 30[sten] December 18.., vraagt men de verandering

in uurhoek van Venus, gedurende een tijdvak van $2^u24'$ middelbaren tijd, als men zich op W. Lengte bevindt.

30 Decemb. te 0^u Greenw. ♀ Æ.	=	$21^u51'38'',05$
31 „ „ „ „	=	$21^u54'56'',0$
Verand. in 24^u	=	$3'18''$
Uurbew. ♀	=	$8'',25$
Uurbew. middelb. ⊙	=	$9'',86$
Verschil in uurbew.	=	$-\ 1'',61$
Verloopen tijd = $2^u24'$ . . . $(M-M')$	=	$2,4$
$(M-M') \times$ verschil in uurbew.	=	$-\ 3'',9$
$(M-M')$	=	$2^u24'\ 0''$
$(U-U')$ ♀	=	$2^u24'\ 3'',9.$

Voor de vaste sterren is de uurbeweging in regte-opklimming nul, en de formule gaat mitsdien over in:

$$(U-U') * = (M-M') + (M-M') \times 9'',856.$$

De berekening van deze formule is echter overbodig, dewijl men met behulp van Tafel XXII een tijdsverloop, dat in middelbaren tijd is uitgedrukt, zeer gemakkelijk tot sterretijd kan herleiden. Men vergelijke hetgeen hieromtrent is medegedeeld op bladz. 198, I[e] Deel.

Verlangt men de verandering in uurhoek van de zon te kennen, gedurende zeker tijdvak, dan is het in de praktijk voldoende, als men daarvoor den verloopen middelbaren tijd neemt. Streng genomen zoude men dat tijdsverloop in waren tijd moeten uitdrukken, waartoe men den volgenden weg kan inslaan. Laat weder M en M' de twee tijdstippen zijn, uitgedrukt in middelbaren tijd, W en W' die tijdstippen in waren tijd en T en T' de daarbij behoorende tijdvereffeningen, dan is

$$W = M \pm T$$
$$W' = M' \pm T'$$
$$W - W' = M - M' \pm (T - T')$$

of

$$W - W' = (M - M') \pm (M - M') \text{ (uurverand. tijdvereff.)}.$$

Bij het gebruik van deze formule moet acht worden gegeven op het aangroeijen of afnemen van de tijdvereffening, alsmede op het teeken, waarmede zij op den middelbaren tijd moêt worden toegepast.

Voorbeeld. Men vraagt den 9[den] Maart 18.., te Greenwich, een tijdsverloop van $5^u10'$ middelbaren tijd in waren tijd uit te drukken.

Men vindt in den almanak:

9 Maart te 0^u Greenw. Tijdvereff.	=	$10'41'',5$ (aftr.)
in 1^u verand.	=	$-\ 0'',649$
Uurverand. tijdvereff.	=	$0'',649$ (—)
Verloopen tijd = $5^u10'$ . . . $(M-M')$	=	$5,16$
$(M-M') \times$ uurverand.	=	$3'',35$ (—)
$(M-M')$	=	$5^u10'0''$
$W-W'$	=	$5^u10'3'',35$

Dewijl de tijdvereffening afgetrokken moet worden van den middelbaren tijd, zoo behoort het onderste teeken gebezigd te worden, doch dewijl de uurverandering insgelijks negatief is, wordt de verbetering positief en moet mitsdien bij den verloopen middelbaren tijd worden opgeteld.

Voorbeeld. Den 20sten November 18.., zijnde op 140° O. Lengte, vraagt men $4^u42'$ verloopen middelbaren tijd tot waren tijd te herleiden.

De almanak geeft:
Tusschen 19 en 20 Novemb. uurverand. tijdvereff. = — 0″,592.

Tijdvereff. bijtellen bij den middelb. tijd.

Uurverand. tijdvereff. =	0″,592	(—)
Verloopen tijd $4^u42'$ . . . $(M - M')$ =	4,7	
$(M - M') \times$ uurverand. =	2″,8	(—)
$M - M' =$	$4^u42'$ 0″,0	
$W - W' =$	$4^u41'57''$,2.	

Gaan wij thans over, om door eenige voorbeelden de berekening van den hoek *APB* aan te toonen.

Voorbeeld. Den 31sten Januarij 18.., des avonds naar aanwijzing van den tijdmeter te $8^u10'14''$, wordt waargenomen de hoogte van Markab en te $8^u20'24''$ die van Altair. Men vraagt den hoek aan de pool, die door de declinatie-cirkels der beide hemellichten gevormd wordt.

Men vindt in den almanak:
31 Januarij Æ. Altair = $19^u43'59''$,9
„ „ „ Markab = $22^u57'50''$,4

Dewijl Altair het meest Westelijke hemellicht is, zoo duiden wij die ster door *B*, Markab daarentegen door *A* aan. Overgaande tot het teekenen eener figuur om den hoek *APB* te vinden, stellen wij dat Altair te $8^u20'$ in den declinatie-cirkel *PB*, fig. 185, staat. Wijst nu de pijl in die figuur de rigting aan van de dagelijksche beweging des hemels, dan zal Markab op dat oogenblik b. v. ergens in *PA'* staan, dewijl hare regte-opklimming die van Altair overtreft, terwijl zij zich tijdens hare waarneming, d. i. te $8^u10'$, ergens in *PA* zal hebben bevonden. Blijkbaar is dus:

$$APB = BPA' + A'PA$$
= verschil Æ. te $8^u20'24''$ + verloopen sterretijd.

2e waarn. te	$8^u20'24''$	Æ. Markab =	$22^u57'50''$,4
1e „ „	$8^u10'14''$	„ Altair =	$19^u43'59''$,9
verl. middelb. tijd =	$0^u10'10''$	Verschil =	$3^u13'50''$,5 = *BPA'*

10′ verl. middelb. tijd =	10′ 1″,64	sterretijd
10″ „ „ „ =	10″,03	„
10′10″ verl. middelb. tijd =	10′11″,67	sterretijd . . . . = 10′11″,7 = *A'PA*
	Hoek *APB* =	$3^u24'$ 2″,2.

Wenscht men voor de oplossing van de formule gebruik te maken, dan bezige men daartoe formule (II) dewijl A het eerst is waargenomen.

Men heeft dan, dewijl Δ Æ $A = 0$ is,

$$m = \text{verschil Æ.} = 3^u13'50'',5$$
$$t = \text{verl. sterretijd} = 10'11'',7$$
$$\text{Hoek } APB = 3^u24'\ 2'',2.$$

Voorbeeld. Den 11[den] Junij 18 . ., des voormiddags naar aanwijzing van een tijdmeter te $11^u10'30''$, is waargenomen de hoogte van de zon, en te $1^u4'30''$ die van de maan. Als die tijdmeter $1^u1'30''$ na is op den tijd te Greenwich, vraagt men den hoek APB.

11 Junij te 0^u Greenw. ⊙ Æ.	$= 5^u18'31'',8$	in 1^u verand. =	$10'',37$
„ „ „ „ Tijdvereff.	$= 0^u\ 0'41'',9$	„ „ =	$-\ 0'',51$
	Bijtellen bij den middelb. tijd.		
„ „ „ „ ☾ Æ.	$= 7^u46'22'',9$		
„ „ 3^u „ „	$= 7^u53'\ 3'',8.$		

Duiden wij de rigting van de dagelijksche beweging des hemels aan door den pijl, fig. 186, dan zal, wanneer de zon te $11^u10'30''$ ergens in PB is waargenomen, de maan op dat oogenblik meer Oostelijk, en b. v. ergens in PA' staan, dewijl hare regte-opklimming die van de zon overtreft. Stellen wij nu dat de maan, tijdens hare waarneming te $1^u4'30''$, zich ergens in PA bevindt, dan is:

$$APB = BPA' - APA'$$
$$= \text{verschil Æ te } 11^u10' - \text{verl. maanstijd.}$$

Men zou ook aldus kunnen redeneren: Staat de maan tijdens hare waarneming ergens in PA, dan zal de zon op dat oogenblik ergens in PB' staan. Dewijl de zon echter vroeger is waargenomen, moet zij zich toen meer Oostelijk en b. v. in PB hebben bevonden, en wij hebben alzoo:

$$APB = APB' - B'PB$$
$$= \text{verschil Æ. te } 1^u4' - \text{verl. waren tijd.}$$

Men behoeft aldus handelende niet bevreesd te zijn, om door het eventueel verkeerd plaatsen van A of B in de figuur, vergissingen te begaan. Gesteld namelijk dat de verloopen tijd grooter ware dan het verschil der regte-opklimmingen, dan zou, indien men nogtans fig. 186 bezigde, de voorstelling onjuist zijn, dewijl de maan dan te 1^u een punt A, fig. 187, zou innemen ten Westen van het punt, alwaar B te $11^u10'$ heeft gestaan. Hierdoor zouden wij hebben:

$$APB = APA' - BPA'$$
$$= \text{verl. maanstijd} - \text{verschil Æ. te } 11^u10'$$

Het eenige gevolg van eene dergelijke fout, zou dus daarin bestaan, dat men APB negatief vond, en dit is geen bezwaar, dewijl APB natuurlijk altijd positief wordt genomen.

De bewerking is verder als volgt:

1e aanw. tijdmeter = $11^u10'30''$
Tijdmeter na = $1^u\ 1'30''$
Tijd Greenw. bij de zonshoogte = $0^u12'\ 0''$

2e aanw. tijdm. = $1^u4'30''$
Tijdmeter na = $1^u1'30''$
Tijd Greenw. bij de maansh. = $2^u6'\ 0''$.

te 0^u ⊙ Æ. = $5^u18'31'',8$
in 12′ verand. = $2'',1$
te $11^u10'$ aanw. tijdm. ⊙ Æ. = $5^u18'33'',9$

te 0^u ⊙ Æ. = $5^u18'31'',8$
in $2^u6'$ verand. = $21'',8$
te $1^u4'$ aanw. tijdm. ⊙ Æ. = $5^u18'53'',6$.

te 3^u Greenw. ☾ Æ. = $7^u53'\ 3'',8$
„ 0^u „ „ = $7^u46'22'',9$
in 3^u verand. = $6'40'',9$
„ 1^u „ = $2'13'',63 = 133'',63$.

te 0^u ☾ Æ. = $7^u46'22'',9$ . . . .
in 12′ verand. = $26'',7$
te $11^u10'$ aanw. tijdm. ☾ Æ. = $7^u46'49'',6$
„ „ „ „ ⊙ Æ. = $5^u18'33'',9$
Verschil in Æ. = $2^u28'15'',7$

te 3^u ☾ Æ. = $7^u53'\ 3'',8$
in — 54′ verand. = $2'\ 0'',3$
te $1^u4'$ aanw. tijdm. ☾ Æ. = $7^u51'\ 3'',5$
„ „ „ „ ⊙ Æ. = $5^u18'53'',6$
Verschil in Æ. = $2^u32'\ 9'',9$

Uurverand. tijdvereff. = — $0'',51$
Verl. middelb. tijd = $1,9$
(M — M′) uurver. tijdvereff. = $0'',97$
Verl. middelb. tijd = $1^u54'\ 0''$
Verloopen ware tijd = $1^u53'59'',0$
te $1^u4'$ verschil in Æ. = $2^u32'\ 9'',9$
Hoek *APB* = $0^u38'10'',9$

Uurbew. ☾ Æ. = $133'',63$
Uurbew. middelb. ⊙ = $9'',86$
Verschil in uurbew. = $123'',77$
Verl. middelb. tijd = $1,9$
(M—M′) versch. uurbew. = $0^u\ 3'55'',2$
Verl. middelb. tijd. = $1^u54'\ 0''$
Verloopen maanstijd = $1^u50'\ 4'',8$
te $11^u10'$ verschil in Æ. = $2^u28'15'',7$
Hoek *APB* = $0^u38'10'',9$.

Bezigt men formule (I), dan is de bewerking aldus:

2e waarn. te $1^u\ 4'30''$
1e „ „ $11^u10'30''$
Verl. tijd = $1^u54'\ 0''$
in sterretijd = $1^u54'18'',7$ . . . .

te $11^u10'$ Æ. ☾ = $7^u46'49'',6$
„ $1^u\ 4'$ „ = $7^u50'\ 3'',5$
△ Æ. ☾ = $0^u\ 4'13'',9$

Te $11^u10'$ aanw. tijdm. . . . ☾ Æ. = $7^u46'49'',6$
„ ⊙ Æ. = $5^u18'33'',9$
verschil = m = $2^u28'15'',7$
t = $1^u54'18'',7$
$m - t$ = $0^u33'57'',0$
Verand. ☾ Æ. in $1^u54'$ = △ Æ. = $0^u\ 4'13'',9$
Hoek *APB* = $0^u38'10'',9$.

Heeft men den hoek *APB* bepaald, dan is de verdere oplossing van het vraagstuk, om de Breedte te vinden, niet moeijelijk.

Voorbeeld. Den 20sten Junij 18 . . zijn de navolgende waarnemingen verrigt:

aanw. tijdm.	geg. tijd	waarneming
$5^u59'16'',0$	9^u des avonds	hoogte ♃ $21°11'10''$
$7^u27'47'',5$	$10^u45'$ „	„ ☾ = $11°53'40''$.

Indien beide hemellichten bezuiden het toppunt door den meridiaan gaan, de kimduiking 3′33″ bedraagt, en de tijdmeter $2^{u}52'37'',2$ na is op den tijd te Greenwich, vraagt men de Breedte en den tijd.

In den almanak vindt men:

20 Junij te 0^{u} Greenw.	⊙ Æ.	$= 5^{u}57'\ 4'',8$		Tijdvereff.	$= 1'17'',05$(aftr.)
„ „ „ „ „	☾ ½ midd.	$= 16'18'',5$		☾ e. h. verschilz.	$= 59'45'',0$
„ „ „ 12^{u} „	„	$= 16'21'',7$		„	$= 59'56'',8$
„ „ „ 9^{u} „	☾ Æ.	$= 18^{u}51'\ 9'',70$	. .	☾ Z. declin.	$= 18^{\circ}43'50'',7$
„ „ „ 6^{u} „	„	$= 18^{u}43'32'',69$		in 10′ verand.	$= -\ 53'',0$
„ „ „ 0^{u} „	♃ Æ.	$= 15^{u}\ 5'48'',84$		♃ Z. declin.	$= 16^{\circ}21'20'',4$
21 „ „ „ „	„	$= 15^{u}\ 5'31'',83$		„	$= 16^{\circ}20'25'',0$

♃ E. h. verschilz. = 1″,9.

Dewijl de planeet Jupiter het meest Westelijke hemellicht is, duiden wij haar aan door B, en maken gebruik van formule (I) om den hoek APB te vinden, dewijl Jupiter het eerst is waargenomen.

1e aanw. tijdmeter $= 5^{u}59'16''$
Tijdmeter na $= 2^{u}52'37'',2$
1e tijd Greenw. $= 8^{u}51'53'',2$

2e aanw. tijdmeter $= 7^{u}27'45'',5$
Tijdmeter na $= 2^{u}52'37'',2$
2e tijd Greenw. $= 10^{u}20'22'',7$

te 9^{u} ☾ Æ. $= 18^{u}51'\ 9'',70$
in 8′7″ verand. $= 20'',80$
te $8^{u}51'$ Greenw. ☾ Æ. $= 18^{u}50'48'',9$

te 9^{u} ☾ Z. declin. $= 18^{\circ}43'50'',7$
in $1^{u}20'23''$ verand. $= 7'\ 6'',0$
te $10^{u}20'$ Greenw. ☾ Z. declin. $= 18^{\circ}36'44'',7$
$\triangle = 108^{\circ}36'45''$

te 0^{u} ♃ Æ. $= 15^{u}5'48'',84$
in $8^{u}51'$ verand. $= 6'',2$
te $8^{u}51'$ ♃ Æ. $= 15^{u}5'42'',6$

te 0^{u} ♃ Z. declin. $= 16^{\circ}21'20'',4$
in $8^{u}51'$ verand. $= 20'',4$
te $8^{u}51'$ ♃ Z. declin. $= 16^{\circ}21'\ 0''$
$\triangle' = 106^{\circ}21'\ 0''$

te 0^{u} ☾ ½ midd. $= 16'18'',5$
in $10^{u}20'$ verand. $= 2'',8$
☾ ½ midd. $= 16'21''$

te 0^{u} ☾ e. h. verschilz. $= 59'45'',0$
in $10^{u}20'$ verand. $= 9'',9$
☾ e. h. verschilz. $= 59'55''$

te 0^{u} ⊙ Æ $= 5^{u}57'\ 4'',8$
„ tijdvereff. $= 1'17'',05$
te 0^{u} middelb. ⊙ Æ. $= 5^{u}55'47'',75$
in $8^{u}51'$ verand. $= 1'27'',41$
Middelb. ⊙ Æ. $= 5^{u}57'15'',2$.

Gemeten hoogte ♃ $= 21^{\circ}11'10''$
Kimd. $= 3'33''$
Schijnb. loc. hoogte ♃ $= 21^{\circ}\ 7'37''$
Straalb. $= 2'30''$
Ware loc. hoogte ♃ $= 21^{\circ}\ 5'\ 7''$
Verschilz. $= 2''$
Ware hoogte ♃ $= 21^{\circ}\ 5'\ 9'' = h'$

Gemeten ☾ hoogte $= 11^{\circ}53'40''$
Kimd. $= 3'33''$
Schijnb. ☾ hoogte $= 11^{\circ}50'\ 7''$
Tafel XX $= 54'\ 9''$
Ware ☾ hoogte $= 12^{\circ}44'16''$
½ midd. $= 16'21''$
Ware ☾ hoogte $= 13^{\circ}\ 0'37'' = h$

2e waarn. te $7^u 27' 47'',5$ te $8^u 51'$ Greenw. ☾ Æ. $= 18^u 50' 48'',9$
1e „ „ $5^u 59' 16''$ „ ♃ „ $= 15^u\ 5' 42'',6$
Verl. tijd $= 1^u 28' 31'',5$ Verschil $= m = 3^u 45'\ 6'',3$
in sterretijd $= 1^u 28' 46'',0$ . . . . $t = 1^u 28' 46'',0$
$m - t = 2^u 16' 20'',3$
verand. ☾ Æ. $=$ △ Æ. $= 3' 43'',6$
$W =$ hoek $APB = 2^u 20\ 3'',9$

$W = 2^u 20' 3'',9$ cos $= 9,913278$
$\triangle = 108°36'45''$ tang $= 0,472654$ (—) cos $= 9,504017$ (—)
tang $\varphi = 0,385932$
$\varphi = -\ 67°38'49''$ sec $= 0,419859$
$\triangle' = 106°21'\ 0''$
$\triangle' - \varphi = 173°59'49''$ cos $= 9,997612$ (—) tang $= 9,021843$ (—)
cos $a = 9,921488$ (+)
$a = 33°25'26''$ cotg $= 0,180471$
cos $B = 9,202314$ (—)
$B = 99°10'6''$

$h = 13°\ 0'37''$
$h' = 21°\ 5'\ 9''$ sec $= 0,030098$
$a = 33°25'26''$ cosec $= 0,258984$
$2\Sigma = 67°31'12''$
$\Sigma = 33°45'36''$ cos $= 9,919796$
$\Sigma - h = 20°44'59''$ sin $= 9,549354$
$2 \sin \frac{1}{2} B' = 9,758232$
$\sin \frac{1}{2} B' = 9,879116$
$\frac{1}{2} B' = 49°12'13''$
$B' = 98°24'26''$

$B = 99°10'\ 6''$
$B' = 98°24'26''$
$B_0 = 0°45'40''$

$B_0 = 0°45'40''$ cos $= 9,999962$
$h' = 21°\ 5'\ 9''$ cotg $= 0,413882$ sin $= 9,556020$
tang $\varphi' = 0,413844$
$\varphi' = 68°54'45''$ sec $= 0,443947$
$\triangle' = 106°21'\ 0''$
$\triangle' - \varphi' = 37°26'15''$ cos $= 9,899830$ tang $= 9,883999$
sin $b = 9,899797$
N. Breedte $= 52°33'25''$ tang $= 0,115913$
cos $P = 9,999912$
Westelijke uurh. ♃ $= P = 0^u 4' 37'',0$

Westelijke uurh. ♃ $= 0^u\ 4' 37'',0$
Æ. „ $= 15^u\ 5' 42'',6$
Æ. meridiaan $= 15^u 10' 19'',6$
Æ. middelb. ⊙ $= 5^u 57' 15'',2$
Middelb. tijd a/b $= 9^u 13'\ 4'',4$.

Plaatsverandering van het schip.

Wanneer men de aangewezen methode aan boord van een schip,

in zee, wil toepassen, dan moet de plaatsverandering, die het schip tusschen de waarneming der hoogten ondergaat, in rekening gebragt worden, dewijl men anders onzeker is voor welk punt op aarde de gevonden Breedte geldt. De eenvoudigste manier om dienaangaande zekerheid te hebben bestaat hierin, dat men eene der hoogten herleidt tot hetgeen zij zoude geweest zijn, bijaldien zij op het gegeven oogenblik op de plaats van de andere ware gemeten. Voor dat punt geldt dan de Breedte, die men door de berekening vindt, terwijl ook de berekende tijd, tijd van die plaats zal zijn.

Dewijl het in de meeste gevallen er voornamelijk op aankomt, dat men de plaats kent, waar men zich het laatst bevond, zoo kunnen wij als regel vast stellen, dat men in zee, tijdens de eerste hoogte, het waargenomen hemellicht peilt, ten einde die hoogte volgens het medegedeelde op bladz. 39, IIe Deel, tot het zenith van de laatste hoogte te herleiden.

Is de eerste hoogte herleid, dan zal de hoek *APB* onafhankelijk zijn van de plaatsverandering van het schip, omdat de verloopen tijd daardoor niet wordt aangedaan, mits men dien tijd opmake uit het verschil van de aanwijzingen eens uurwerks, dat in het algemeen naar middelbaren tijd geregeld is. De verandering in Lengte zou dan op den verloopen tijd moeten worden toegepast, als het uurwerk bij de eerste hoogte middelbaren tijd van de eerste plaats, doch bij de tweede hoogte, tijd van de tweede plaats aanwees.

Herleidt men de hoogten niet, dan moet hoek *APB* voor de Lengteverandering van het schip verbeterd worden. Bij Oostelijke of Westelijke koersen, is het zelfs verkieslijk de hoogten onveranderd te laten en op *APB*, bij een Oostelijken koers, de veranderde Lengte, in tijd uitgedrukt, op te tellen; doch bij een Westelijken koers haar daarvan af te trekken. In de volgende afdeeling zullen wij een voorbeeld geven van den aard der bewerking, om de Breedte uit twee hoogten af te leiden, als het schip tusschen de waarnemingen van plaats verandert.

c. DE WAARNEMING VAN TWEE HOOGTEN VAN HETZELFDE HEMELLICHT EENIGEN TIJD NA ELKANDER.

1°. Regtstreeksche methode.

De regtstreeksche oplossing van dit vraagstuk, uitsluitend buitenmiddags-Breedte genoemd, biedt zeer veel overeenkomst aan met die van de Breedtebepaling uit de gelijktijdige waarneming der hoogten van twee verschillende hemellichten.

Stellen wij namelijk, dat zeker hemellicht eerst in *A*, fig. 188, en vervolgens in *B* is waargenomen, dan worden er weder drie bolvormige

driehoeken gevormd, uit welker verbinding de Breedte en de tijd kunnen worden afgeleid, met behulp van de formulen van bladz. 139, II[e] Deel, indien wij daarin eene geringe wijziging brengen. De hoek *APB* toch, die daar het verschil is van de regte-opklimmingen der beide hemellichten, is hier de verandering in uurhoek van het hemellicht tusschen de waarnemingen, terwijl *AP* en *BP* hier de poolsafstanden van het hemellicht tijdens de waarneming der hoogten voorstellen.

De oplossing van het vraagstuk wordt bekort, als wij de declinatie van het hemellicht gedurende den tijd, die er tusschen de waarnemingen verloopt, standvastig stellen, en het vraagstuk berekenen met de declinatie voor het oogenblik, dat midden tusschen de waarnemingen ligt. De fout, die men hierdoor begaat, is bij de zon, die men bij voorkeur voor deze waarnemingen bezigt, van gering belang. Mogt men verlangen die fout in rekening te brengen, dan kan men, zooals wij later zien zullen, de berekende Breedte daarvoor verbeteren. Alleen bij de maan zal de bedoelde fout van meer belang zijn.

Door de genoemde vereenvoudiging, wordt driehoek *APB* gelijkbeenig en de boog *PD*, dien wij uit *P* op het midden van *AB* laten vallen, zal loodregt op *AB* staan en den hoek *APB* middendoor deelen. Noemen wij de declinatie midden tusschen de waarnemingen d, de poolsafstanden *PA* en *PB*, $\triangle = 90° \pm d$, den hoek $BPD = DPA$ of den halfverloopen tijd V, de zijde *AB*, a, de hoeken *DBP* en *DBT*, B en B', de hoogten *BR* en *AS*, h' en h, en den hoek *TPB*, U, dan hebben wij het navolgende stel formulen, om de Breedte en den uurhoek van het hemellicht tijdens de laatste hoogte te vinden:

$$\sin BD = \sin \tfrac{1}{2} AB = \sin BPD \sin BP$$

$$\text{(I)} \quad \ldots\ldots \quad \sin \tfrac{1}{2} a = \sin V \sin \triangle = \sin V \cos d.$$

$$\operatorname{cotg} DBP = \cos BP \operatorname{tang} BPD$$

$$\text{(II)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \operatorname{cotg} B = \operatorname{tang} V \sin d.$$

$$\sin \tfrac{1}{2} TBA = \pm \sqrt{\left\{\frac{\cos \tfrac{1}{2}(h + h' + a) \sin \tfrac{1}{2}(h' + a - h)}{\sin a \cos h'}\right\}}$$

$$\text{(III)} \quad \ldots \quad \sin \tfrac{1}{2} B' = \pm \sqrt{\left\{\frac{\cos \Sigma \sin(\Sigma - h)}{\sin a \cos h'}\right\}}.$$

$$\operatorname{tang} BZ = \operatorname{tang} BT \cos TBZ$$

$$\text{(IV)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \operatorname{tang} \varphi' = \operatorname{cotg} h' \cos(B' - B).$$

$$\cos TP = \frac{\cos ZP}{\cos BZ} \cos TB$$

$$\text{(V)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \sin b = \frac{\cos(\triangle - \varphi')}{\cos \varphi'} \sin h'.$$

$$\cos TPB = \operatorname{tang} ZP \operatorname{cotg} PT$$

$$\text{(VI)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \cos U = \operatorname{tang}(\triangle - \varphi') \operatorname{tang} b.$$

Vergelijkt men deze formulen met die, welke wij op bladz. 139, II[e] Deel, gevonden hebben, dan ontwaart men, dat alleen de formulen (I) en (II) eene verandering hebben ondergaan. De overige formulen

zijn onveranderd gebleven, en omtrent haar blijft van toepassing hetgeen daar is aangewezen.

Omtrent formule (I) valt op te merken, dat de halfverloopen tijd V in de praktijk altijd kleiner is dan 6^u, weshalve voor $\frac{1}{2}a$ immer de scherpe waarde moet worden genomen. Is, zooals meestal plaats heeft, de halfverloopen tijd in middelbaren tijd uitgedrukt, dan moet hij tot tijd van het waargenomen hemellicht herleid worden. Voor deze herleiding, hebben wij bij de vorige methode de noodige voorschriften gegeven. Bij zonswaarnemingen kan men den halfverloopen middelbaren tijd voor de berekening bezigen, ofschoon men streng genomen dien tijd in waren tijd behoorde uit te drukken. De fout, die men hierdoor begaat, is echter gering en mag in de praktijk verwaarloosd worden. Heeft het uurwerk, dat den verloopen tijd aanwijst, een gang, d. i. vertraagt of versnelt het, dan moet die gang voor het tijdsverloop in rekening worden gebragt.

Uit formule (II) blijkt, dat B scherp of stomp kan zijn. B is stomp als d negatief is. Stelt men de benaming der Breedte positief, dan wordt d negatief, als Breedte en declinatie ongelijknamig zijn. Teekent men eene figuur, in overeenstemming met de gegevens van het vraagstuk, dan vallen de verschillende bijzonderheden van zelf in het oog.

Voorbeeld. Den 3[den] April 18.., op Z. Breedte, is waargenomen, met het oog 17 Rijnl. voet boven water, des voormiddags,

Aanw. tijdm. $= 4^u15'40''$ . . . . $\underline{\odot}$ hoogte $= 30°\ 2'40''$
„ „ $= 6^u20'14''$ . . . . „ „ $= 50°41'20''$.

Indien de tijdmeter $5^u\ 11'16''$ na is op den middelbaren tijd te Greenwich, vraagt men de Breedte en den middelbaren tijd aan boord, tijdens de grootste hoogte.

Men vindt in den almanak:

3 April te 0^u Greenw. $\odot$ N. declin. $= 5°24'58''3$ in 1^u verand. $= +\ 57'',46$
„ „ „ Tijdvereff. $= 3'17''5$ „ „ $= -\ 0'',749$
(aftrekken)

2^e waarn. te	$6^u20'14''$
1^e „ „	$4^u15'40''$
Verl. tijd $=$	$2^u\ 4'34''$
$V =$	$1^u\ 2'17''$
Som der aanw. $=$	$10^u35'54''$
Gemiddelde „ $=$	$5^u17'57''$
Tijdmeter na $=$	$5^u11'16''$
3 April gemidd. tijd Greenw. des voormiddags $=$	$10^u29'13''$
Tijd Greenw. tijdens de 2^e hoogte $=$	$11^u31'30''$

te 0^u $\odot$N. declin. $=$	$5°24'58'',3$
in $1^u30'47''$ verand. $=$	$1'26'',9$
$\odot$ N. declin. $=$	$5°23'31'',4$
$\triangle$ $=$	$95°23'31''$.
te 0^u Tijdvereff. $=$	$3'17'',5$
in $0^u29'30''$ verand. $=$	$0'',4$
Tijdvereff. $=$	$3'17'',9$.

Gemeten ⊙ hoogte =	30° 2′40″	....	50°41′20″
Kimd. =	4′ 6″	....	4′ 6″
Schijnb loc. ⊙ hoogte =	29°58′34″	....	50°37′14″
Straalb. =	1′41″	....	0′48″
Ware loc. ⊙ hoogte =	29°56′53″	....	50°36′26″
½ midd. =	16′ 1″	....	16′ 1″
Verschilz. =	7″	....	6″
Ware ⊖ hoogte =	30°13′ 1″ = h	.....	50°52′33″ = h'.

Wij stellen in de verdere oplossing Zuid positief, dewijl men zich in het Zuidelijk halfrond bevindt.

$V = 1^u\ 2'17''$ sin = 9,428830 tang = 9,445069
$d = 5°23'31''$ cos = 9,998074 sin = 8,972981 (—)
sin $\frac{1}{2}a$ = 9,426904 cotg B = 8,418050 (—)
$\frac{1}{2}a$ = 15°30′ 1″ B = 91°30′0″
a = 31° 0′ 2″ cosec = 0,288154
h = 30°13′ 1″
h' = 50°52′33″ sec = 0,199969
2Σ = 112° 5′36″
Σ = 56° 2′48″ cos = 9,747037
$\Sigma - h$ = 25°49′47″ sin = 9,639186
2 sin $\frac{1}{2}B'$ = 9,874346
sin $\frac{1}{2}B'$ = 9,937173
$\frac{1}{2}B'$ = 59°55′ 6″
B' = 119°50′12″.

B' = 119°50′12″
B = 91°30′ 0″
$B' - B$ = 28°20′12″ cos = 9,944568
h' = 50°52′33″ cotg = 9,910293 sin = 9,889739
tang φ' = 9,854861
φ' = 35°35′58″ sec = 0,089853
$\triangle$ = 95°23′31″
$\triangle - \varphi'$ = 59°47′33″ cos = 9,701683 tang = 0,234936
sin b = 9,681275
Z. Breedte = 28°41′16″ tang = 9,738151
cos U = 9,973087
Oostelijke uurh. ⊙ = U = 1ᵘ19′51″,2
Ware tijd a/b = 10ᵘ40′ 8″,8
Tijdvereff. = 3′17″,9
Middelb. tijd a/b tijdens de grootste hoogte = 10ᵘ43′26″,7
des voormiddags.

De uurhoek van de zon is Oostelijk, dewijl B' grooter is dan B.

2°. Methode van LOBATTO en HAZEWINKEL.

De medegedeelde oplossing van het vraagstuk, ofschoon streng wiskunstig juist, is voor het dagelijksch gebruik aan boord eenigzins om-

slagtig, en het heeft dan ook niet aan pogingen ontbroken om eene oplossingswijze te vinden, die voor den zeeman meer geschikt en toch naauwkeurig zou wezen.

Onder de verschillende regtstreeksche oplossingen verdient die van LOBATTO en HAZEWINKEL de voorkeur. Zij berust op de volgende beschouwingen.

Laat weder A en B, fig. 189, de punten zijn, waarin het hemellicht zich tijdens de waarnemingen bevindt. Stellen wij de declinatie standvastig en gelijk aan hetgeen deze bedraagt op het oogenblik midden tusschen de waarnemingen, dan is driehoek APB gelijkbeenig en de boog PD, die den hoek APB middendoor deelt, loodregt op het midden van AB. Brengen wij door T en D een grooten cirkel en laten wij uit T een boog TR loodregt op DP vallen, dan komt de oplossing van het vraagstuk neder op de bepaling van de hypothenusa $TP = 90° - b$ en van den hoek $TPR = M$ van den regthoekigen driehoek TPR. Is de hoek M, die blijkbaar den uurhoek van het hemellicht voorstelt midden tusschen de waarnemingen, bekend, dan kunnen wij gemakkelijk met behulp van den hoek $BPR = APR = V$ of den halfverloopen tijd, den uurhoek van het hemellicht tijdens eene der hoogten bepalen.

Stellen wij, ter bekorting, de hoogten $BB' = h'$ en $AA' = h$, den hoek TPB of den uurhoek tijdens de laatste hoogte $= U$, den poolsafstand $AP = BP = 90° \mp d$, de zijden $AD = BD = A$, $PD = N$, $DR = R$ en $TR = Q$, dan is $PR = DP - DR = N - R$. In den regthoekigen driehoek PDB is

$$\sin BD = \sin BP \sin BPD$$

$$(a) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sin A = \cos d \sin V$$

en

$$\cos PD = \frac{\cos BP}{\cos BD}$$

$$(b) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \cos N = \frac{\sin d}{\cos A}.$$

In de bolvormige driehoeken BDT en ADT hebben wij:

$$\cos BT = \cos BD \cos DT + \cos BDT \sin BD \sin DT$$
$$\cos AT = \cos AD \cos DT + \cos ADT \sin AD \sin DT$$

en dewijl $ADT = 180° - BDT$, $AD = BD$, $BT = 90° - h'$ en $AT = 90° - h$ is, zoo kunnen wij die vergelijkingen ook aldus schrijven:

$$\sin h' = \cos A \cos DT + \cos BDT \sin A \sin DT$$
$$\sin h = \cos A \cos DT - \cos BDT \sin A \sin DT.$$

Trekken wij deze vergelijkingen van elkander af en tellen wij die bij elkander, dan komt:

$$(c) \quad \ldots\ldots \quad \sin h' - \sin h = 2 \cos BDT \sin A \sin DT$$
$$(d) \quad \ldots\ldots \quad \sin h' + \sin h = 2 \cos A \cos DT.$$

In den driehoek RTD is

$$\sin TR = \sin TD \sin TDR$$

of, omdat $TDR = 90° - TDB$ is,

$$\sin TR = \sin Q = \sin TD \cos TDB.$$

Deze waarde in (c) gesubstitueerd, geeft:

$$\sin h' - \sin h = 2 \sin A \sin Q$$

en dus

$$(e) \quad . \quad . \quad . \quad \sin Q = \frac{\sin h' - \sin h}{2 \sin A} = \frac{\cos \frac{1}{2}(h' + h) \sin \frac{1}{2}(h' - h)}{\sin A}.$$

In denzelfden driehoek is ook

$$\cos TD = \cos DR \cos TR$$

of

$$\cos TD = \cos R \cos Q.$$

Substitueren wij deze waarde in (d), dan komt:

$$\sin h' + \sin h = 2 \cos A \cos R \cos Q$$

waaruit

$$(f) \quad . \quad . \quad . \quad \cos R = \frac{\sin h' + \sin h}{2 \cos A \cos Q} = \frac{\sin \frac{1}{2}(h' + h) \cos \frac{1}{2}(h' - h)}{\cos A \cos Q}$$

Ten slotte is in driehoek TRP

$$\cos TP = \cos TR \cos PR$$

of

$$(g) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \sin \text{Breedte} = \cos Q \cos (N - R)$$

en

$$\sin TPR = \frac{\sin TR}{\sin TP}$$

of

$$(h) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \sin M = \frac{\sin Q}{\cos b}.$$

Wij hebben dus, tot de volledige oplossing van het vraagstuk, het volgende stel vergelijkingen:

$$(1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \sin A = \cos d \sin V$$

$$(2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \cos N = \frac{\sin d}{\cos A}$$

$$(3) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \sin Q = \frac{\cos \frac{1}{2}(h' + h) \sin \frac{1}{2}(h' - h)}{\sin A}$$

$$(4) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \cos R = \frac{\sin \frac{1}{2}(h' + h) \cos \frac{1}{2}(h' - h)}{\cos A \cos Q}$$

$$(5) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \sin b = \cos Q \cos (N - R)$$

$$(6) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \sin M = \frac{\sin Q}{\cos b}$$

$$(7) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad U = M - V.$$

Ten einde bij de toepassing van de gevonden formulen geene vergissingen te begaan, is het zaak, dat men zich van den aard der verschillende hulpbogen een goed denkbeeld vorme. Construeren wij met de gegevens van het vraagstuk eene figuur, dan zal de beschouwing daarvan, vereenigd met die van de formulen, ons ter bereiking van het genoemde doel genoegzaam in staat stellen.

Bij deze constructie gaan wij te werk, even als bij die, welke wij voor de Breedtebepaling uit de gelijktijdige waarneming van twee verschillende hemellichten op bladz. 136, II[e] Deel, volbragt hebben. Stellen wij namelijk dat A en B, fig. 190, de plaatsen zijn van het hemellicht tijdens de waarneming der hoogten, dan zullen T en T' de toppunten der plaatsen op aarde zijn, alwaar de topsafstanden $AT = AT' = 90° - h$ en $BT = BT' = 90° - h'$ zijn waargenomen, en er zullen mitsdien ook bij dit vraagstuk twee antwoorden worden verkregen, die beide aan de opgaaf voldoen. Het hemellicht wordt verondersteld Zuider-declinatie te hebben, terwijl volgens het principe van de oplossing, de poolsafstanden AP en BP aan elkander gelijk zijn.

Trekken wij den declinatie-cirkel PDP' loodregt door het midden van AB, de bogen TR en $T'R'$ uit T en T' loodregt op PDP', en vereenigen wij T en T' met D, dan zullen wij eene aanschouwelijke voorstelling hebben verkregen van de hulpbogen, zooals die bij de aangenomen onderstelling kunnen voorkomen. Wij zien daaruit, dat de driehoeken TAB en $T'AB$ symetriek zijn; dat voor beide Breedten $TR = T'R' = Q$ is; dat $PD = N$ het supplement is van $P'D$ of van N voor de plaats, die op Zuider-Breedte ligt; dat $DR = DR' = R$ voor beide plaatsen dezelfde waarde heeft, doch in teeken verschilt; en eindelijk, dat de uurhoek, tijdens de laatste hoogte voor de plaats op Noorder-Breedte, wordt voorgesteld door den hoek TPB, terwijl die uurhoek op de andere plaats voorgesteld wordt door den hoek $T'PB$.

Houden wij nu bij de verdere beschouwing de orde in het oog, waarin de formulen gegeven zijn, dan merken wij de volgende bijzonderheden op:

1°. A heeft in de praktijk altijd eene scherpe, positieve waarde. Immers zal, dewijl in formule (I) cos d voorkomt en deze altijd positief is, ook A positief zijn, en dewijl in de praktijk V steeds kleiner is dan 6^u, zoo zal ook A altijd soherp zijn. Is V daarentegen grooter dan 6^u, zooals in sommige vraagstukken, die tot oefening gegeven worden, kan gesteld zijn, dan zal men voor A de stompe waarde behooren te nemen. In de figuur is $APD = BPD = AP'D = BP'D = V$ de halfverloopen tijd, en wordt A door $AD = DB$ voorgesteld.

2°. Uit formule (2) blijkt, dat N eene scherpe of eene stompe waarde zal hebben, naar gelang dat sin d positief of negatief is. Dit hangt geheel af van het teeken, dat men bij den aanvang der berekening

aan Noord of Zuid heeft toegekend. Duiden wij Noord door het teeken (+) aan, dan zal de sinus van de Zuider-declinatie negatief en mitsdien *PD* grooter dan 90° wezen voor de plaats op N. Breedte gelegen. Voor de plaats op Z. Breedte daarentegen, vinden wij voor *P'D* eene scherpe waarde. Ook de beschouwing der figuur toont ons dit ten duidelijkste. In den regthoekigen driehoek *PAD* is namelijk $AP = 90 + d$, en de hoek *PAD* zal bijgevolg stomp zijn, terwijl ook *PD* grooter zal zijn dan 90°. In driehoek *P'AD* is daarentegen $AP' = 90° - d$ en *P'D* scherp.

3°. Voor beide plaatsen zijn in de gelijke driehoeken *TRD* en *T'R'D*, de hypothenusa's *TD* of *T'D* en de hoeken *TDR* of *T'DR'* altijd kleiner dan 90°, en men moet dus voor $RT = R'T' = Q$ steeds de scherpe waarde nemen.

4°. De boog *R*, die volgens formule (4) door een cosinus gevonden wordt, heeft twee waarden, die gelijk zijn, doch in teeken verschillen. Daarom moet formule (5), zal zij voor alle mogelijke gevallen doorgaan, aldus worden geschreven:

$$\sin b = \cos Q \cos (N \mp R)$$

waaruit men ontwaart, dat er bij de oplossing van dit vraagstuk twee Breedten verkregen worden, zooals reeds door de constructie der figuur was aangegeven.

In de figuur is voor

T, op N. Breedte	*T'*, op Z. Breedte
$PD = N$	$P'D = N$
$RD = R$	$R'D = R$
$PD - RD = N - R = PR$	$P'D - R'D = N - R = P'R'$
$PD + RD = N + R = PR'$	$P'D + R'D = N + R = P'R.$

Heeft men nu bij den aanvang der berekening Noord (+) gesteld, dan zal men vinden $PD = N$ grooter dan 90°, en uithoofde van het dubbele teeken van *R*, zal men, met $PR = N - R$ en $PR' = N + R = 180° - R'P'$ de berekening voortzettende, verkrijgen $PT = 90°$ — N. Breedte en $P'T' = 90°$ — Z. Breedte, of naar formule (5):

sin N. Breedte $= \cos Q \cos (N - R)$, dewijl $\cos (N - R)$ positief is,
sin Z. Breedte $= \cos Q \cos (N + R)$ „ $\cos (N + R)$ negatief is.

Had men daarentegen Zuid (+) genomen, dan zoude men verkrijgen $P'D = N$ kleiner dan 90°. Vervolgt men met deze waarde van *N* de berekening, dan vindt men met $P'R' = N - R$, $P'T' = 90°$ — Z. Breedte, en met $P'R = N + R = 180° - PR$, $PT = 90°$ — N. Breedte, of

sin Z. Breedte $= \cos Q. \cos (N - R)$, dewijl $\cos (N - R)$ positief is,
sin N. Breedte $= \cos Q. \cos (N + R)$, „ $\cos (N + R)$ negatief is,

en wij zien dus, dat men, mits acht gevende op de scherpe of stompe waarde van N, door $(N \mp R)$ te nemen, beide Breedten verkrijgt, waarvan de benaming bepaald wordt door het teeken van cos $(N \mp R)$.

Het verdient de aandacht, dat wanneer eene der Breedten kleiner is dan de daarmede gelijknamige declinatie van het hemellicht, beide Breedten dezelfde benaming dragen. Is namelijk, fig. 191, de topsafstand van het hemellicht tijdens de tweede waarneming zeer klein, dan kan de cirkel bb' den cirkel aa' zoodanig snijden, dat de punten T_1 en T_2 beide aan denzelfden kant van den equator vallen, waardoor dan twee Zuider-Breedten gevonden worden, die aan de opgaaf voldoen. Ook bij de berekening van $(N \mp R)$ ontdekt men dit dadelijk, dewijl men Noord (+) stellende, alsdan $(N \mp R)$ grooter dan 90°, en Zuid (+) nemende, $(N \mp R)$ kleiner dan 90° zou vinden. In beide gevallen vindt men alzoo voor de uitkomst twee Z. Breedten.

De oplossing van het vraagstuk heeft echter tot dus verre nog altijd iets onbepaalds. Het schip kan zich namelijk slechts op ééne Breedte bevinden, en wij moeten dus uit de beide antwoorden eene keuze doen, of liever, wij moeten bij het antwoord, dat de berekening ons geeft, onmiddellijk de bepaalde Breedte vinden uitgedrukt. Beschouwen wij daartoe fig. 190, dan bespeuren wij, dat het hemellicht voor de plaats op Noorder-Breedte gelegen Zuidwaarts van top, en daarentegen voor de plaats op Zuider-Breedte, Noordwaarts van top door den meridiaan zal gaan. Dit zal altijd plaats hebben, als de declinatie ongelijknamig is met de Breedte, en ingeval van gelijknamigheid, zoolang de declinatie niet grooter is dan de Breedte, en men zal zich dus bij de grootste hoogte hebben te overtuigen aan welke zijde van den eersten vertikaal het hemellicht staat, om naar aanleiding van het opgemerkte tot de benaming der Breedte te kunnen besluiten. Stelt men bij de berekening die benaming positief, dan wordt daardoor de waarde van N bepaald, en men vindt, door $(N - R)$ te nemen, de bedoelde Breedte.

Is echter de declinatie van het hemellicht grooter dan de gelijknamige Breedte, dan gaat het tusschen de pool en het toppunt door den meridiaan, fig, 191 en 192, en klaarblijkelijk moet in dat geval $P'R = N + R$ genomen worden.

Gaat het hemellicht digt bij het toppunt door den meridiaan, dan bestaat er altijd eenige onzekerheid of men $(N - R)$ dan wel $(N + R)$ moet nemen. Het eenige wat dan daaromtrent kan beslissen is het azimuth van het hemellicht tijdens de beide hoogten. Zijn namelijk de waarnemingen aan denzelfden kant van den meridiaan verrigt, dan moet $(N + R)$ genomen worden, als het azimuth bij de kleinste hoogte grooter is dan dat bij de grootste. Is zulks niet het geval, dan neme men $(N - R)$. Zijn de hoogten ter wederzijde van den meri-

diaan gemeten, dan moet $(N+R)$ genomen worden, als de som der azimuths kleiner is dan 180°. Blijft er na de inachtneming van het gemelde nog onzekerheid bestaan, dan berekent men het vraagstuk met de beide waarden $(N-R)$ en $(N+R)$ en neemt die Breedte, welke het naast met de gegiste overeenkomt. Er bestaat geen twijfel in dat geval, indien 2 R grooter is dan de misgissing, die men in Breedte zou kunnen hebben. Komt echter 2 R binnen die grens, dan blijft er onzekerheid bestaan, en men moet andere waarnemingen afwachten.

Uit de beschouwing van fig. 191 blijkt nog, dat de oplossing van het vraagstuk, wat de berekening aangaat, onder zeer ongunstige omstandigheden verkeert, als de gelijknamige Breedte weinig van de declinatie verschilt. Voegt men daarbij de onzekerheid, die de waarnemingen zelve aanbieden, dan zal men tot het besluit komen, dat een hemellicht onder die omstandigheden ongeschikt is ook voor deze Breedtebepaling.

5°. Omtrent formule (6) valt op te merken, dat in de praktijk M of de uurhoek van het hemellicht midden tusschen de waarnemingen altijd scherp is. M zou in theorie grooter kunnen zijn dan 90°, doch dan zou de omstandigheid voor de Breedtebepaling ongunstig zijn. Nog valt op te merken, dat M Oostelijk en Westelijk kan wezen, en wij hebben alzoo, met betrekking tot formule (7), nog een en ander in aanmerking te nemen, hetgeen met behulp van fig. 193, 194, 195 en 196 ligtelijk kan worden opgehelderd.

1°. Als beide waarnemingen aan dezelfde zijde van den meridiaan hebben plaats gehad.

Klaarblijkelijk is dan $TPD = M$ grooter dan $APD = BPD = V$, fig. 193 en 194, en dus

Uurhoek tijdens de grootste hoogte.

Voor den doorgang:	Na den doorgang:
$TPB = TPD - BPD$	$TPA = TPD - APD$
$U = \quad M - V.$	$U = \quad M - V.$

Uurhoek tijdens de laatste hoogte.

Voor den doorgang:	Na den doorgang:
$TPB = TPD - BPD$	$TPB = TPD + DPB$
$U = \quad M - V.$	$U = \quad M + V.$

2°. Als het hemellicht aan beide zijden van den meridiaan is waargenomen.

Hierbij is $TPD = M$ kleiner dan $APD = BPD = V$, fig. 195 en 196. Men heeft

Uurhoek tijdens de laatste hoogte.

Grootste hoogte:	Kleinste hoogte:
$TPB = BPD - TPD$	$TPB = BPD + TPD$
$U = \quad V - M.$	$U = \quad V + M.$

Vindt men dus door de berekening, dat M grooter is dan V, dan

is het hemellicht aan denzelfden kant van den meridiaan waargenomen; vindt men M kleiner dan V, dan heeft de waarneming aan verschillende zijden daarvan plaats gehad. Nog zal men ligtelijk inzien, dat U, wanneer in het eerste geval de tweede hoogte de grootste is, Oostelijk is. Is zij daarentegen de kleinste, dan valt U Westelijk. In het tweede geval vindt men U, of den uurhoek van het hemellicht tijdens de laatste hoogte, altijd Westelijk. Zooals duidelijk is, vindt men den uurhoek uitgedrukt in tijd van het waargenomen hemellicht. Hij wordt op de gebruikelijke wijze tot middelbaren tijd herleid.

a. De plaatsverandering van het schip.

Ook bij deze methode moet uit den aard der zaak de plaatsverandering van het schip in rekening worden gebragt, als de waarneming der hoogten in zee heeft plaats gehad, en hetgeen vroeger op bladz. 156, IIe Deel, dienaangaande is medegedeeld, is ook hier van toepassing. Daarbij zij nog opgemerkt, dat wanneer men de eerste hoogte tot de plaats van de tweede herleidt, ook de tijd, dien wij met behulp van U vinden, voor die plaats zal gelden. Wij vinden dus het oogenblik van de eerste waarneming ook in tijd van de laatste plaats uitgedrukt, en wanneer men dat oogenblik in tijd van de eerste plaats verlangt te kennen, dan behoort de Lengteverandering tusschen de waarnemingen in aanmerking te worden genomen.

b. De verandering in declinatie van het hemellicht.

Zooals wij gezien hebben, geschiedt de berekening der buiten-middags-Breedte met de declinatie van het hemellicht, voor het oogenblik, dat midden tusschen de waarnemingen ligt. Gaan wij thans na, welke fout daardoor in de Breedte ontstaat.

Onderstellen wij dat beide hoogten na den doorgang zijn gemeten, en noemen wij weder den uurhoek van het hemellicht midden tusschen de waarnemingen M en den halfverloopen tijd V, dan geven ons de waarnemingen de volgende formulen, als wij de declinatie d standvastig stellen:

$$\sin h' = \sin b \sin d + \cos (M - V) \cos b \cos d$$
$$\sin h = \sin b \sin d + \cos (M + V) \cos b \cos d.$$

Ten einde den invloed te vinden, dien eene fout in de declinatie op de Breedte uitoefent, als deze met behulp van twee hoogten bepaald wordt, differentiëren wij beide vergelijkingen voor b, d en M veranderlijk, dewijl ook M door de declinatieverandering zal worden aangedaan. Verrigt men die bewerking, in acht nemende, dat δd voor de eene hoogte negatief is, als zij positief gesteld wordt voor de andere, dan komt:

$$\text{(I)} \quad . \quad 0 = -\sin(M-V)\cos b\cos d\,\delta M - (\cos(M-V)\sin b\cos d - \cos b\sin d)\,\delta b + {} + (\cos(M-V)\cos b\sin d - \sin b\cos d)\,\delta d.$$

$$\text{(II)} \quad . \quad 0 = -\sin(M+V)\cos b\cos d\,\delta M - (\cos(M+V)\sin b\cos d - \cos b\sin d)\,\delta b - {} - (\cos(M+V)\cos b\sin d - \sin b\cos d)\,\delta d.$$

Vermenigvuldigen wij (I) met sin $(M + V)$, (II) daarentegen met sin $(M - V)$ en trekken wij vervolgens die producten van elkander af, dan wordt δM geëlimineerd en wij vinden, in acht nemende dat

$$\sin(M+V)\cos(M-V) - \cos(M+V)\sin(M-V) = \sin 2\,V$$
$$\sin(M+V)\cos(M-V) + \cos(M+V)\sin(M-V) = \sin 2\,M$$
$$\sin(M+V) - \sin(M-V) = 2\cos M\sin V$$
$$\sin(M+V) + \sin(M-V) = 2\sin M\cos V$$

is:

$$\delta b\,(\sin 2\,V\sin b\cos d - 2\cos M\sin V\cos b\sin d) = \delta d\,\{\sin 2\,M\cos b\sin d - {} - 2\sin M\cos V\sin b\cos d\}.$$

Schrijven wij in deze uitdrukking voor sin $2V$, 2 sin V cos V, en voor sin 2 M, 2 sin M cos M, dan komt, na deeling door 2,

$$\sin V\,\delta b\,\{\cos V\sin b\cos d - \cos M\cos b\sin d\} = \sin M\,\delta d\,\{\cos M\cos b\sin d - {} - \cos V\sin b\cos d\}$$

en vervolgens, wanneer wij deelen door den gemeenschappelijken factor cos V sin b cos d — cos M cos b sin d,

$$\sin V\,\delta b = -\sin M\,\delta d$$

waaruit

$$\delta b = -\delta d\,\frac{\sin M}{\sin V}.$$

Blijkbaar is voor ons geval δd de declinatieverandering in den halfverloopen tijd V, of de helft van de verandering in declinatie gedurende den tijd, die er tusschen de waarnemingen verloopt. Is dan v de verandering der declinatie in 1^u, dan hebben wij om δd in v uit te drukken, de evenredigheid:

$$1^u : V^u = v : \delta d$$

waaruit

$$\delta d = V v$$

en dus, na substitutie in de vorige uitdrukking,

$$\delta b = -v V\frac{\sin M}{\sin V}.$$

In deze formule behoort V in uren en decimalen van uren te zijn uitgedrukt.

Voor het gemak hebben wij den factor $\dfrac{V\sin M}{\sin V}$ in de hierbij gevoegde Tafel gebragt. De argumenten van die Tafel zijn M en V. Wenscht men de verbetering van de Breedte voor de verandering der declinatie te kennen, dan zoekt men met de genoemde gegevens het overeenkom-

stige getal in de Tafel en vermenigvuldigt dit met de uurverandering der declinatie. Het product zal de begeerde verbetering der Breedte zijn.

Omtrent het teeken der grootheden *v* en *M* valt op te merken:

1°. dat *v* positief is, als het hemellicht de pool nadert, die boven den horizon is;

2°. dat *v* negatief is, als het hemellicht zich daarvan verwijdert;

3°. dat *M*, en dus ook het getal in de Tafel positief is, als de middeltijd na den doorgang valt, doch negatief als het omgekeerde plaats heeft. *M* is alzoo positief als de kleinste hoogte het laatst is waargenomen, doch negatief als de eerste hoogte de kleinste is.

Voorbeeld van de berekening der Tafel.

Men vraagt den factor als M 2^u en de halfverloopen tijd $2^u30'$ bedraagt.

$$M = 2^u \ldots \log \sin = 9{,}698970$$
$$V = 2^u30' \quad \log \operatorname{cosec} = 0{,}215553$$
$$,, = 2{,}5 \ldots \log = 0{,}397940$$
$$\log \text{factor} = 0{,}312463$$
$$\text{factor} = 2{,}05$$

zooals in de Tafel gevonden wordt.

Halfverl. tijd. V.	M.								
	$0^u15'$	$0^u30'$	$0^u45'$	1^u	$1^u15'$	$1^u30'$	$1^u45'$	2^u	$2^u15'$
$0^u15'$	0,25	0,50	0,74	0,99	1,22	1,46	1,68	1,91	2,12
0 30	0,25	0,50	0,75	0,99	1,23	1,47	1,69	1,92	2,13
1 0	0,25	0,51	0,75	1,00	1,24	1,48	1,70	1,93	2,14
1 30	0,26	0,51	0,76	1,01	1,25	1,50	1,73	1,96	2,18
2 0	0,26	0,52	0,78	1,04	1,28	1,53	1,76	2,00	2,22
2 30	0,27	0,54	0,80	1,06	1,31	1,57	1,81	2,05	2,28
3 0	0,28	0,55	0,82	1,10	1,36	1,62	1,87	2,12	2,35
3 30	0,29	0,58	0,86	1,14	1,41	1,69	1,95	2,21	2,45
4 0	0,30	0,60	0,90	1,20	1,48	1,77	2,04	2,31	2,56

Halfverl. tijd. V.	M.								
	$2^u15'$	$2^u30'$	$2^u45'$	3^u	$3^u15'$	$3^u30'$	$3^u45'$	4^u	$4^u15'$
$0^u15'$	2,12	2,33	2,51	2,70	2,86	3,03	3,17	3,31	3,43
0 30	2,13	2,33	2,52	2,71	2,87	3,04	3,18	3,31	3,44
1 0	2,14	2,35	2,54	2,73	2,90	3,07	3,21	3,35	3,47
1 30	2,18	2,39	2,58	2,77	2,94	3,11	3,25	3,39	3,52
2 0	2,22	2,44	2,61	2,83	3,00	3,17	3,31	3,46	3,59
2 30	2,28	2,50	2,70	2,90	3,08	3,26	3,41	3,56	3,68
3 0	2,35	2,58	2,79	3,00	3,18	3,37	3,52	3,67	3,81
3 30	2,45	2,69	2,90	3,12	3,31	3,50	3,66	3,82	3,96
4 0	2,56	2,81	3,04	3,27	3,46	3,66	3,88	4,00	4,14

De volgende voorbeelden mogen dienen tot toelichting van het behandelde.

Voorbeeld. De gegevens zijn die van het vraagstuk op bladz. 159, IIe Deel. Men vraagt de oplossing volgens de methode van LOBATTO en HAZEWINKEL.

Op de genoemde bladz. vindt men:

$$\begin{aligned} \odot\text{ N. declin.} &= 5^\circ 23' 31'' \\ \text{Tijdvereff.} &= 3' 17'',9 \\ \text{Halfverl. tijd.} &= 1^u\ 2' 17'' \\ 1^e\text{ hoogte} &= 30^\circ 13'\ 1'' \\ 2^e\ \ ,, &= 50^\circ 52' 33''. \end{aligned}$$

De bewerking komt dan aldus te staan, als wij Zuid positief stellen:

$$\begin{aligned} V &= 1^u\ 2'17'' \quad \sin = 9{,}428830 \\ d &= 5^\circ 23' 31'' \quad \cos = 9{,}998074 \quad \sin = 8{,}972981\,(-) \\ \sin A &= 9{,}426904 \\ A &= 15^\circ 30' 1'' \quad \sec = 0{,}016090 \\ \cos N &= 8{,}989071\,(-) \\ N &= 95^\circ 35' 46'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h' &= 50^\circ 52' 33'' \\ h &= 30^\circ 13'\ 1'' \\ h' - h &= 20^\circ 39' 32'' \quad \tfrac{1}{2}(h' - h) = 10^\circ 19' 46'' \quad \sin = 9{,}253598 \quad \cos = 9{,}992904 \\ h' + h &= 81^\circ\ 5' 34'' \quad \tfrac{1}{2}(h' + h) = 40^\circ 32' 47'' \quad \cos = 9{,}880745 \quad \sin = 9{,}812956 \\ A &= 15^\circ 30'\ 1' \quad \operatorname{cosec} = 0{,}573096 \quad \sec = 0{,}016090 \\ \sin Q &= 9{,}707439 \\ Q &= 30^\circ 39' 13'' \quad \sec = 0{,}065367 \\ \cos R &= 9{,}887317 \\ R &= 39^\circ 30' 52''. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= 95^\circ 35' 46'' \\ R &= 39^\circ 30' 52'' \\ N - R &= 56^\circ\ 4' 54'' \quad \cos = 9{,}746643\ (+) \\ Q &= 30^\circ 39' 13'' \quad \cos = 9{,}934633 \qquad \sin = 9{,}707439 \\ \sin b &= 9{,}681276\ (+) \\ \text{Z. Breedte} &= 28^\circ 41' 16'' \qquad \sec = 0{,}056877 \\ \sin M &= 9{,}764316 \\ M &= 2^u 22'\ 8'',2 \\ V &= 1^u\ 2' 17'',0 \\ \text{Oostelijke uurh. } \odot = M - V &= 1^u 19' 51'',2 \\ \text{Ware tijd a/b} &= 10^u 40'\ 8'',8 \\ \text{Tijdvereff.} &= 3' 17'',9 \\ \text{Middelb. tijd a/b tijdens de grootste hoogte} &= 10^u 43' 26'',7. \end{aligned}$$

Dewijl men volgens het gegiste bestek weet, dat men zich op Z. Breedte bevindt, en Zuid door het teeken (+) aanwijst, zoo bezigt men in de berekening ($N - R$). Stelt men echter Noord positief,

dan moet $(N + R)$ gebezigd worden, en de bewerking komt aldus te staan:

$$\begin{array}{llll}
V = 1^u\,2'17'' & \sin = 9{,}428830 & & \\
d = 5°23'31'' & \cos = 9{,}998074 & \sin = 8{,}972981\ (+) & \\
& \sin A = 9{,}426904 & & \\
& A = 15°30'1'' & \sec = 0{,}016090 & \\
& & \cos N = 8{,}989071\ (+) & \\
& & N = 84°24'14''. &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
h' = 50°52'33'' & & \\
h = 30°13'\,1'' & & \\
h' - h = 20°39'32'' & \tfrac{1}{2}(h' - h) = 10°19'46'' & \text{waaruit } Q = 30°39'13'' \\
h' + h = 81°\,5'34'' & \tfrac{1}{2}(h' + h) = 40°32'47'' & R = 39°30'52'' \\
& A = 15°30'\,1'' & \text{als in de vorige berekening.}
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
N = & 84°24'14'' & & \\
R = & 39°30'52'' & & \\
N + R = & 123°55'\,6'' & \cos = 9{,}746643\ (-) & \\
Q = & 30°39'13'' & \cos = 9{,}934633 & \sin = 9{,}707439 \\
& & \sin b = 9{,}681276\ (-) & \\
& \text{Z. Breedte} = 28°41'16'' & & \sec = 0{,}056877 \\
& & & \sin M = 9{,}764316 \\
& & & M = 2^u22'8'',2
\end{array}$$

als te voren. Dewijl de waarde van M grooter is dan die van V, zoo zijn beide hoogten aan denzelfden kant van den meridiaan waargenomen, en omdat de tweede hoogte de grootste is, zoo moet de uurhoek van de zon, tijdens de grootste hoogte, Oostelijk zijn.

Voorbeeld. Den 5[den] April 18.., is waargenomen des avonds

te $7^u12'30''$ aanw. tijdm. . . . . ☾ hoogte $= 40°\,3'20''$
$10^u\,2'20''$ „ „ „ $= 50°10'30''$.

Indien de tijdmeter $1^u0'10''$ vóór is op den tijd te Greenwich en de hoogte van het oog 16 Rijnl. voet bedraagt, vraagt men de Breedte en den tijd bij de grootste hoogte, met inachtneming van de verandering in declinatie.

5 April te 0^u Greenw. ☉ Æ.	$= 0^u57'38'',98$	. .	Tijdvereff. $=$	$2'42'',95$ (aftr.)
„ „ „ „ ☾ ½ midd.	$= 15'\,6'',4$	.	☾e.h. verschilz. $=$	$55'18'',6$
„ „ 12^u „ „	$= 15'\,2'',7$		„ $=$	$55'\,5'',1$
„ „ 6^u „ ☾ Æ.	$= 10^u33'36'',35$	. .	☾N. declin. $=$	$11°59'\,5'',5$
„ „ 9^u „ „	$= 10^u39'14'',31$		in 10′ verand. $=$	$-\ 137'',3$.
„ „ 12^u „ „	$= 10^u44'50'',07$			

2e Aanw. tijdm. $=$	$10^u\,2'20''$	te 0^u . . ☉ Æ. $=$	$0^u57'38'',98$
1e „ „ $=$	$7^u12'30''$	Tijdvereff. $=$	$2'42'',95$
Gemiddelde aanw. $=$	$8^u37'25''$	Middelb. ☉ Æ. $=$	$0^u54'56'',03$
Tijdm. vóór $=$	$1^u\,0'10''$	in $9^u2'$ verand. $=$	$1'29'',07$
5 April tijd Greenw. $=$	$7^u37'15''$	Middelb. ☉ Æ. $=$	$0^u56'25'',10$.
Tijd Greenw. $=$	$9^u\,2'10''$ tijdens de grootste hoogte.		

te 0^u ☾ ½ midd. = 15′6″,4
in $7^u37'$ verand. = 2″,3
☾ ½ midd. = 15′4″,1

te 0^u ☾ e. h. verschilz. = 55′18″,6
in $7^u37'$ verand. = 8″,6
☾ e. h. verschilz. = 55′10″,0

te 9^u ☾ Æ. = $10^u39'14''$,31
in 2′10″ verand. = 4″,04
☾ Æ. = $10^u39'18''$,35

te 6^u ☾ N. declin. = 11°59′ 5″,5
in $1^u37'$,3 verand. = 22′15″,2
☾ N. declin. = 11°36′50″,3

Gemeten ☾ hoogte =	40° 3′20″	.... =	50°10′30″
Kimd. =	3′58″	.... =	3′58″
Schijnb. ☾ loc.hoogte =	39°59′22″	.... =	50° 6′32″
Term Tafel XX =	41′ 8″	.... =	34′35″
Ware ☾ hoogte =	40°40′30″	.... =	50°41′ 7″
½ midd. =	15′ 4″	.... =	15′ 4″
Ware ☾ hoogte =	40°25′26″ = h	..... =	50°26′ 3″ = h'

te 9^u ☾ Æ. = $10^u39'14''$,31
„ 6^u „ = $10^u33'36''$,35
in 3^u verand. = 0^u 5′37″,96
Uurbew. ☾ = 112″,65
Uurbew. middelb. ☉ = 9″,86
Verschil = 102″,79
Halfverl. middelb. tijd = 1,415
Product = 0^u 2′25″,4
Halfverl. middelb. tijd = $1^u24'55''$
V = $1^u22'29''$,6 sin = 9,546817
d = 11°36′50″ cos = 9,991016 sin = 9,303877
sin A = 9,537833
A = 20°10′57″ sec = 0,027520
cos N = 9,331397
N = 77°36′53″

2e aanw. tijdm. = 10^u 2′20″
1e „ „ = $7^u12'30''$
Verl. middelb. tijd = $2^u49'50''$
Halfverl. middelb. tijd = $1^u24'55''$
= 1,415

h' = 50 26′ 3″
h = 40°25′26″
$h' - h$ = 10° 0′37″ ½ $(h' - h)$ = 5° 0′19″ sin = 8,940753 cos = 9,998341
$h' + h$ = 90°51′29″ ½ $(h' + h)$ = 45°25′45″ cos = 9,846208 sin = 9,852714
A = 20°10′57″ cosec = 0,462167 sec = 0,027520
sin Q = 9,249128
Q = 10°13′21″ sec = 0,006950
cos R = 9,885525
R = 39°47′58″.

N = 77°36′53″
R = 39°47′58″
$N - R$ = 37°48′55″ cos = 9,897622
Q = 10°13′21″ cos = 9,993050 sin = 9,249128
sin b = 9,890672
N. Breedte = 51°1′40″ sec = 0,201388
sin M = 9,450516
M = $1^u5'33''$,6

$N = 77°36'53''$
$R = 39°47'58''$
$N + R = 117°24'51''$ cos = 9,663153 (—)
$Q = 10°13'21''$ cos = 9,993050 sin = 9,249128
sin b = 9,656203
Z. Breedte = 26°56'36'' sec = 0,049900
sin M = 9,299028
$M = 0^u45'56'',0$.

Declinatieverandering in 10' = — 137'',3 dus in $1^u = v =$ 823'',8 (—)
De Tafel geeft voor $M = 1^u5'$ en $V = 1^u22'$ . . . . . factor = 1,09 (—)
Verbetering = 14'58'' (+)
Bevonden N. Breedte = 51° 1'40''
Verbeterde N. Breedte = 50°46'42''.

v = 823,8 (+)
De Tafel geeft voor $M = 0^u46'$ en $V = 1^u22'$ . . . . factor = 0,77 (—)
Verbetering = 10'34'' (—)
Berekende Z. Breedte = 26°56'36''
Verbeterde Z. Breedte = 27° 7'10''.

De verbetering, die de Breedten hebben ondergaan, maakt, dat wij de berekening van M moeten herhalen om den tijd te vinden, terwijl wij voorts in het oog houden, dat U of de uurhoek tijdens de grootste hoogte Westelijk is, dewijl de waarnemingen aan beide zijden van den meridiaan geschied zijn en de grootste hoogte het laatst is gemeten. De bewerking is verder als volgt:

Q = 10°13'21'' sin = 9,249128 sin = 9,249128
N. Breedte = 50°46'42'' sec = 0,199062
Z. Breedte = 27° 7'10'' . . . . sec = 0,050582
sin M = 9,448190 sin M = 9,299710
$M = 1^u\ 5'12''$ $M = 0^u46'\ 0'',4$
$V = 1^u22'29'',6$ $V = 1^u22'29'',6$
Westelijke uurh. ☾ = $0^u17'17'',6$ . . . = $0^u36'29'',2$
Æ. ☾ = $10^u39'18'',4$ . . . = $10^u39'18'',4$
Æ. meridiaan = $10^u56'36'',0$ . . . = $11^u15'47'',6$
Æ. middelb. ⊙ = $0^u56'25'',1$ . . . = $0^u56'25'',1$
Middelb. tijd a/b = $10^u\ 0'10'',9$ . . . = $10^u19'22'',5$ op Z. Breedte.
op N. Breedte

Wij hebben het bovenstaande voorbeeld uitgewerkt om te doen zien, op welke wijze men bij de maan zou moeten handelen. De declinatieverandering is echter bij dat hemellicht zoo groot, dat de onderhavige methode tot geen naauwkeurig resultaat leidt. Verkieslijker is het voor de oplossing van dit vraagstuk, om de formulen van bladz. 139, IIe Deel, te bezigen. Hierdoor zal men vinden:

N. Breedte = 50°45'40'' West. uurh. ☾ = $0^u13'22''$
Z. „ = 27° 7'15'' „ „ „ = $0^u39'\ 7''$.

Voorbeeld. Den 10den November 18.., op 124° gegiste O. Lengte, wordt waargenomen, des namiddags ongeveer te $0^u28'$ en te $2^u30'$ middelbaren tijd aan boord, met het oog 23 Rijnl. voet boven water:

Aanw. tijdm. = $1^u24'30''$ . . . . . ⊙ hoogte = 47°15′10″
„ „ = $3^u29'28''$ „ = 33°24′40″.

Indien de tijdmeter $3^u3'19''$ na is op den middelbaren tijd te Greenwich, en de zon bij de eerste waarneming gepeild wordt ZtO½O, vraagt men de Breedte en den tijd op de plaats, alwaar de tweede hoogte is waargenomen. De koers en verheid van het schip is NWtW 10 mijl per wacht.

Men vindt in den almanak:

10 November te 0^u Greenw. ⊙ Z. declin. = 18°34′57″,8 in 1^u verand. = + 38″,6
„ „ „ Tijdvereff. = 15′12″,0 „ „ = — 0″,425
(Bijtellen bij den middelb. tijd).

Aanw. tijdm. = $3^u29'28''$
„ „ = $1^u24'30''$
Verl. tijd = $2^u\ 4'58''$
Halfverl. tijd = $1^u\ 2'29'' = V$
Som aanw. = $4^u53'58''$
Halve som = $2^u26'59''$
Tijdmeter na = $3^u\ 3'19''$
9 Nov. tijd Greenw. = $17^u30'18''$
10 „ „ „ = — $6^u,495$.

O. Lengte = 124°
In tijd = $8^u16'0''$
10 Nov. geg. tijd a/b = $1^u30'$
9 Nov. geg. tijd Greenw. = $17^u14'$

Blijkens den gegisten tijd te Greenwich, moet de aanwijzing van den tijdmeter met 12^u vermeerderd worden.

te 0^u ⊙ Z. declin. = 18°34′57″,8
in $6^u,495$ verand. = 4′10″,7
⊙ Z. declin. = 18°30′47″

te 0^u Tijdvereff. = 15′12″,0
in $6^u,495$ verand. = 2″,8
Tijdvereff. = 15′14″,8

Gemeten ⊙ hoogte = 47°15′10″ . . . . . 33°24′40″
Kimd. = 4′46″ . . . . 4′46″
Schijnb. ⊙ loc. hoogte = 47°10′24″ . . . . . 33°19′54″
Straalb. = 0′54″ . . . . 1′28″
Ware ⊙ loc. hoogte = 47° 9′30″ . . . . . 33°18′26″
½ midd. = 16′12″ . . . . . . 16′12″
Verschilz. = 6″ . . . . 7″
Ware ⊖ hoogte = 47°25′48″ . . . . . 33°34′45″ = h.
Herleiding = — 16′ 6″
Herl. ware hoogte = 47° 9′42″ = h'.

Hoek gevormd door den koers en de peiling = φ = 12½ streek.
Vaart van het schip in 4^u = 40′
Verheid in $2^u4'58''$ = m = 20′,8
In 3½ streek geeft 20′,8 verh. . . 16′,1 $\triangle\, b$ = herleiding der hoogte.

Stellen wij Noord in de berekening positief.

$V = 1^u\ 2'29''$ $\sin = 9{,}430188$
$d = 18°30'47''$ $\cos = 9{,}976923$ $\sin = 9{,}501771\ (-)$
$\sin A = 9{,}407111$
$A = 14°47'36''$ $\sec = 0{,}014639$
$\cos N = 9{,}516410\ (-)$
$N = 109°10'19''.$

$h' = 47\ \ 9'42''$
$h = 33°34'45$
$h' - h = 13°34'57''$ $\frac{1}{2}(h' - h) = 6°47'29''$ $\sin = 9{,}072818$ $\cos = 9{,}996942$
$h' + h = 80°44'27''$ $\frac{1}{2}(h' + h) = 40°22'14''$ $\cos = 9{,}881882$ $\sin = 9{,}811393$
$A = 14°47'36''$ $\text{cosec} = 0{,}592889$ $\sec = 0{,}014639$
$\sin Q = 9{,}547589$
$Q = 20°39'42''$ $\sec = 0{,}028872$
$\cos R = 9{,}851846$
$R = 44°41'13''.$

$N = 109°10'19''$
$R = 44°41'13''$
$N - R = 64°29'\ 6''$ $\cos = 9{,}634223$
$Q = 20°39'42''$ $\cos = 9{,}971128$ $\sin = 9{,}547589$
$\sin b = 9{,}605351$
N. Breedte $= 23°46'7''$ $\sec = 0{,}038494$
$\sin M = 9{,}586083$
$M = 1^u30'42'',7$
$V = 1^u\ 2'29'',0$
Ware tijd tijdens de 2[e] hoogte $= 2^u33'11'',7$
Tijdvereff. $= 15'14'',8$
Middelb. tijd a/b $= 2^u17'56'',9$

$N = 109°10'19''$
$R = 44°41'13$
$N + R = 153°51'32''$ $\cos = 9{,}953137\ (-)$
$Q = 20°39'42''$ $\cos = 9{,}971128$
$\sin b = 9{,}924265\ (-)$
Z. Breedte $= 57°8'14''$ onbestaanbaar.

De Zuider-Breedte is onbestaanbaar, dewijl de zon, blijkens de peiling, in het Zuiden door den meridiaan is gegaan en de declinatie kleiner is dan de Z. Breedte, die wij vinden.

Mogt men verlangen in dit vraagstuk de declinatieverandering van de zon in rekening te brengen, dan is de bewerking als volgt:

Uurverand. in declinatie $= v =$ $38'',6\ (-)$
Voor $M = 1^u30'$ en $V = 1^u2'$ . . . . . factor $=$ $1{,}48\ (+)$
Verbetering $=$ product $=$ $57'',1\ (-)$
Berekende N. Breedte $= 23°46'7''$
Verbeterde N. Breedte $= 23°47'4''.$

c. De gunstigste omstandigheden voor de buiten-middags-Breedte.

Ten einde de omstandigheden na te gaan, waaronder de buiten-middags-Breedte het naauwkeurigste resultaat geeft, hernemen wij de differentiaalformule (II)

$$\delta b = \frac{\delta h'' \sin T - \delta h \sin T'}{\sin (T - T')}$$

zie bladz. 146 van het II[e] Deel, waarin h'' de grootste en h de kleinste hoogte van het hemellicht is, T daarvan het grootste en T' het kleinste azimuth beteekent, gerekend van het Zuiden op N. Breedte, doch van het Noorden op Z. Breedte. Noemen wij het verschil der azimuths $(T - T')$, A, en nemen wij in aanmerking, dat wij niet weten welk teeken de fouten in de hoogten $\delta h''$ en δh hebben, dan zullen wij bovenstaande formule aldus kunnen schrijven:

$$\delta b = \delta h'' \frac{\sin T}{\sin A} \mp \delta h \frac{\sin T'}{\sin A}.$$

Of ook, wanneer wij het gemiddelde kiezen tusschen de even mogelijke gevallen van het positieve en het negatieve teeken:

$$\delta b = \pm \frac{1}{\sin A} \sqrt{\{\sin^2 T \delta h''^2 + \sin^2 T' \delta h^2\}}$$
$$= \pm \frac{\sin T \sin T'}{\sin A} \sqrt{\left\{\left(\frac{\delta h''}{\sin T'}\right)^2 + \left(\frac{\delta h}{\sin T}\right)^2\right\}}$$

of wel, als er geene reden is om δh grooter of kleiner aan te nemen dan $\delta h''$:

$$\delta b = \pm \frac{\delta h}{\sin A} \sqrt{\{\sin^2 T + \sin^2 T'\}}.$$

Uit deze formule blijkt, dat de omstandigheden voor de buiten-middags-Breedte het gunstigst zullen zijn, als $\frac{1}{\sin A}\sqrt{\left\{\sin^2 T + \sin^2 T'\right\}}$ de kleinste waarde heeft.

Stellen wij bij onze verdere beschouwing:

1°. dat het hemellicht aan denzelfden kant van den meridiaan is waargenomen;

2°. dat de hoogten aan weerszijden van den meridiaan zijn gemeten.

In het eerste geval is $T = T' + A$. De bedoelde factor gaat dus over in:

$$\frac{1}{\sin A} \sqrt{(\sin^2 (T' + A) + \sin^2 T')}$$

en men ontwaart, dat hij gelijk aan de eenheid zal worden als $T' = 0$ is, d. i. als de grootste hoogte de meridiaanshoogte is. De kleinste hoogte blijft dan zonder invloed op de Breedte, en de fout in de hoogte gaat niet vergroot op de Breedte over, dewijl wij hebben:

$$\delta b = \pm \delta h.$$

Die factor wordt ook gelijk aan de eenheid als $A = 90°$ is, onverschillig welke de waarde van T' moge zijn. Bedraagt dus het verschil in azimuth van de beide hoogten 90° of 8 streken, dan is de fout, die men in de Breedte te wachten heeft, niet grooter dan de fout in eene enkele hoogte, of in de meridiaanshoogte, wel te verstaan, als beide hoogten aan denzelfden kant van den meridiaan vallen.

In alle andere gevallen is de factor grooter dan de eenheid, en dus de fout in de Breedte grooter dan die van eene enkele hoogte.

Ten einde een overzigt te hebben van de fouten, die men in verschillende omstandigheden te vreezen heeft, voegen wij hierbij eene Tafel, waarin de waarde van den factor der fout van eene enkele hoogte staat opgegeven. De Tafel wijst alzoo de vermoedelijke verhouding aan tusschen eene fout in de Breedte, als deze gevonden wordt door twee hoogten van hetzelfde hemellicht, aan denzelfden kant van den meridiaan, en die van de Breedte uit eene enkele hoogte.

Dewijl over het algemeen de fout in de hoogte grooter is bij groote dan bij kleine hoogten, zoo moet het bedrag van de fout der grootste hoogte, als de eenheid der te vreezen fout worden aangenomen.

A	T'									
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
10°	1,0	2,2	3,5	4,7	5,8	6,7	7,3	7,8	8,1	8,1
20	1,0	1,6	2,1	2,7	3,2	3,6	3,8	4,0	4,1	4,0
30	1,0	1,8	1,7	2,0	2,3	2,5	2,6	2,7	2,7	2,6
40	1,0	1,2	1,4	1,7	1,8	2,0	2,0	2,1	2,0	2,0
50	1,0	1,2	1,3	1,4	1,6	1,6	1,7	1,7	1,6	1,6
60	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,8
70	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,1
80	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
90	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Uit deze Tafel blijkt, in overeenstemming met hetgeen dienaangaande is gezegd, dat de buiten-middags-Breedte, als zij door waarnemingen aan dezelfde zijde van den meridiaan bepaald wordt, onder alle omstandigheden, uitgenomen wanneer $A = 90°$ is, minder naauwkeurig moet zijn, dan de Breedte, die met behulp van eene enkele hoogte wordt gevonden, d. i. dan de meridiaans-Breedte.

Stelt men dus als grens, dat de factor der fout niet grooter mag zijn, dan 1,2 à 1,3, dan vindt men met behulp van de Tafel, welke omstandigheden voor de buiten-middags-Breedte nog als voldoende moeten aangemerkt worden, terwijl men als regel kan aannemen, dat de grootste hoogte zoo digt mogelijk bij den meridiaan moet vallen en het verloop

in azimuth, tusschen de waarnemingen, zoo na mogelijk 90° moet zijn.

Het zij hierbij opgemerkt, dat het onverschillig is, van welk punt, het Noorden of het Zuiden, het azimuth geteld wordt. Deze opmerking kan te pas komen op hooge Breedte, als de zon niet of slechts even ondergaat. T' is dan niet het azimuth van de grootste, maar van de kleinste hoogte, die in dat geval het naast bij den meridiaan ligt.

Het tweede geval, waarbij de hoogten aan beide zijden van den meridiaan zijn gemeten, is veel gunstiger dan het eerste, en men kan zelfs in den regel de Breedte daardoor naauwkeuriger vinden, dan met behulp van de meridiaanshoogte. Thans is $T + T' = A$ en bijgevolg

$$\text{factor} = \frac{1}{\sin A} \sqrt{\{\sin^2(A - T') + \sin^2 T'\}}$$

waarbij $T' = \frac{1}{2} A$ de grootste waarde is, die T' kan hebben, dewijl wij daardoor het azimuth van de grootste hoogte hebben aangeduid. Even als in het vorige geval, is de factor gelijk aan de eenheid, als $T' = 0$ of $A = 90°$ is. In alle andere gevallen is de waarde van den factor kleiner dan de eenheid, indien namelijk A kleiner is dan 90°. Hij heeft de kleinste waarde als $T' = \frac{1}{2} A$ is. De gunstigste omstandigheid zal dus die zijn, wanneer men twee gelijke of ongeveer gelijke hoogten heeft gemeten, aan beide zijden van den meridiaan. Stelt men $T' = \frac{1}{2} A$, dan wordt

$$\text{factor} = \frac{1}{\sin A} \sqrt{2 \sin^2 \tfrac{1}{2} A} = \frac{\sin \frac{1}{2} A}{2 \sin \frac{1}{2} A \cos \frac{1}{2} A} \sqrt{2}$$
$$= \frac{1}{\cos \frac{1}{2} A} \sqrt{\tfrac{1}{2}} = 0{,}7071 \sec \tfrac{1}{2} A.$$

Voor de kleinste waarde vindt men dan, als

$A =$	10°,	20°,	30°,	40°,	50°,	60°,	70°,	80°,	90°,	100°,	110°,	120° is,
factor =	0,71,	0,72,	0,73,	0,75,	0,78,	0,82,	0,86,	0,92,	1,0,	1,11,	1,22,	1,41.

Is dus het verloop in azimuth van het hemellicht, tusschen de waarnemingen, kleiner dan 90°, dan zullen de onvermijdelijke waarnemingsfouten minder invloed uitoefenen op de Breedte, die met behulp van twee hoogten wordt bepaald, dan op de meridiaans-Breedte, en de buiten-middags-Breedte zal dus nog een weinig meer vertrouwen verdienen, dan de laatstgenoemde, indien slechts de waarnemingen aan weerszijden van den meridiaan en onder de opgenoemde voorwaarde zijn geschied. Bij eenig nadenken zal men inzien, dat de oorzaak van die bijzonderheid daarin ligt, dat het aantal hoogtemetingen, bij de buiten-middags-Breedte, het dubbel bedraagt van dat bij de meridiaans-Breedte, terwijl de fouten van elke meting niet vergroot op de berekende Breedte overgaan.

3°. De benaderingsmethode van DOUWES.

De benaderingsmethode van DOUWES voor de oplossing van het vraagstuk der buiten-middags-Breedte, het eerst door hem bekend gemaakt in de Verhandelingen, uitgegeven door de Hollandsche maatschappij der wetenschappen te Haarlem, I[ste] Deel, 1754, ofschoon thans minder algemeen in gebruik dan vroeger, verdient onze aandacht, zoowel wegens de groote diensten, welke zij aan de zeevaart sedert dat tijdstip heeft bewezen, als wegens de juistheid, waarmede DOUWES de omstandigheden heeft beoordeeld, waaronder zijne methode al dan niet moet worden toegepast.

Het beginsel van die oplossing is als volgt. DOUWES stelt, terwijl hij zich bepaalt tot de waarneming der zon, dat de Breedte der waarnemingsplaats bij benadering bekend is, en neemt daarvoor de gegiste Breedte. Met deze Breedte en door de verbinding der beide hoogten, berekent hij den uurhoek van de zon, midden tusschen de waarnemingen, bepaalt door middel van dien uurhoek, door hem middeltijd geheeten, en van den halfverloopen tijd tusschen de waarnemingen, den uurhoek van de zon tijdens de grootste hoogte, en vervolgens, met behulp van deze hoogte en den laatstgenoemden uurhoek, eene verbeterde Breedte.

Bestaat er dan tusschen de gegiste en de verbeterde Breedte een aanmerkelijk verschil, dan herhaalt hij de berekening van den middeltijd met de verbeterde Breedte, vindt daarvoor, en dus ook voor den uurhoek tijdens de grootste hoogte eene meer naauwkeurige waarde, en tracht zoodoende benaderenderwijze tot de ware Breedte der plaats te geraken.

Noemen wij de grootste en de kleinste hoogte h' en h, de daarbij behoorende uurhoeken P' en P, en de declinatie voor het oogenblik midden tusschen de waarnemingen d, dan hebben wij:

$$\sin h' = \sin b \sin d + \cos P' \cos b \cos d$$
$$\sin h = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d.$$

Trekken wij deze vergelijkingen van elkander af, dan komt

$$\sin h' - \sin h = (\cos P' - \cos P) \cos b \cos d$$
$$= 2 \sin \tfrac{1}{2}(P + P') \sin \tfrac{1}{2}(P - P') \cos b \cos d.$$

Blijkbaar is, fig. 189,

$\tfrac{1}{2}(P + P') = TPD = M$, de uurhoek midden tusschen de waarnemingen,
$\tfrac{1}{2}(P - P') = BPD = APD = V$, de halfverloopen tijd,

en wij hebben dus ook:

$$\sin h' - \sin h = 2 \sin M \sin V \cos b \cos d$$

waaruit

$$2 \sin M = \frac{\sin h' - \sin h}{\sin V \cos b \cos d}.$$

Dewijl hoek $TPD = M$ door deze formule bekend is, zoo vindt men den uurhoek tijdens de grootste hoogte gemakkelijk. Wij hebben namelijk

$$TPB = P' = TPD - BPD$$

en dus

$$P' = M - V.$$

Met dezen uurhoek en de grootste hoogte h' kunnen wij vervolgens de Breedte vinden, met behulp der formule:

$$\sin h' = \sin b \sin d + \cos P' \cos b \cos d.$$

Schrijven wij daartoe in deze formule, voor $\cos P'$, $1 - \text{sin vers.}\, P'$, dan gaat zij over in:

$$\sin h' = \sin b \sin d + (1 - \text{sin vers.}\, P') \cos b \cos d$$
$$\sin h' = \cos (b - d) - \text{sin vers.}\, P' \cos b \cos d$$

waaruit

$$\cos (b - d) = \sin h' + \text{sin vers.}\, P' \cos b \cos d.$$

$(b - d)$ is de meridiaan-topsafstand van de zon, als de declinatie niet verandert, en wij vinden alzoo de Breedte, door den gevonden topsafstand met de declinatie te vermeerderen of te verminderen, naar gelang dat de Breedte daarmede gelijk- of ongelijknamig is, zoodat men in het algemeen zal hebben, mits achtgevende op het teeken van d,

$$b = (b - d) + d.$$

Is de Breedte kleiner dan de gelijknamige declinatie, dan wordt

$$b = d - (d - b)$$

De uitkomst geeft blijkbaar twee Breedten, als men niet weet, aan welke zijde van het toppunt, de zon door den meridiaan gaat.

Zijn de hoogten van de zon aan beide zijden van den meridiaan gemeten, dan is de eene uurhoek negatief ten opzigte van den anderen. In dit geval wordt

$\frac{1}{2}(P - P')$ de uurhoek midden tusschen de waarnemingen,
$\frac{1}{2}(P + P')$ de halfverloopen tijd,

zoodat wij in het algemeen, bij de oplossingswijze van DOUWES, het volgende stel vergelijkingen hebben:

(I) . . . . $$2 \sin \tfrac{1}{2}(P \pm P') = \frac{\sin h' - \sin h}{\sin \frac{1}{2}(P \mp P') \cos b \cos d}$$

(II) . . . . $$P' = \tfrac{1}{2}(P \pm P') - \tfrac{1}{2}(P \mp P')$$

(III) . . . . $$\cos (d - b) = \sin h' + \text{sin vers.}\, P' \cos b \cos d$$

waarvan het bovenste teekent geldt, als de hoogten aan denzelfden kant van den meridiaan, doch het onderste teeken, als zij aan beide zijden daarvan zijn waargenomen. Klaarblijkelijk is in het eerste geval

M grooter, doch in het tweede kleiner dan V, en men heeft dus voor de genoemde gevallen:

$$P' = M - V$$

en

$$P' = V - M.$$

De positieve of negatieve waarde van P' maakt in formule (III) niets uit, dewijl de sinus-versus steeds positief is.

Men kan even goed de Breedte met behulp van de kleinste hoogte en den daarbij behoorenden uurhoek berekenen. In dat geval wordt

$$TPA = P = M + V$$

en de formulen zijn:

$$2 \sin \tfrac{1}{2}(P \pm P') = \frac{\sin h' - \sin h}{\sin \tfrac{1}{2}(P \mp P') \cos b \cos d}$$
$$P = \tfrac{1}{2}(P \pm P') + (P \mp P')$$
$$\cos (b - d) = \sin h + \text{sin vers. } P \cos b \cos d.$$

Bij deze methode heeft DOUWES Tafelen gegeven, die op eene eigenaardige wijze ingerigt, in de meeste zeevaartkundige werken voorkomen. Wij hebben echter die Tafelen in onze sterre- en zeevaartkundige Tafelen niet opgenomen, hoofdzakelijk omdat de aanleiding tot die bijzondere inrigting thans niet meer bestaat. Ten tijde van DOUWES toch, was het gebruik der decimale breuken verre van algemeen. Wilde men formule (I) en (III) met behulp van logarithmen berekenen, dan moesten de natuurlijke sinussen, die voor een straal = 100000 waren opgegeven, tot den straal = 1 herleid worden, omdat de logarithmen van cos b en cos d voor dien straal in de Tafels waren opgenomen. Behield men echter sin h' en sin h voor een straal = 100000, dan behoorden de formulen (I) en (III) aldus geschreven te worden:

$$2 \sin \tfrac{1}{2}(P + P') = \frac{\sin h' - \sin h}{\sin \tfrac{1}{2}(P - P') \cos b \cos d \times 10^5}$$
$$\cos (b - d) = \sin h' + \text{sin vers. } P' \cos b \cos d \times 10^5$$

waardoor dan cos $(b - d)$ voor dezelfde waarde van den straal gevonden werd.

DOUWES schreef de bedoelde formulen, om de genoemde reden, aldus:

$$2 \sin \tfrac{1}{2}(P + P') \times 10^5 = (\sin h' - \sin h) \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2}(P - P') \sec b \sec d$$
$$\cos (b - d) = \sin h' + \text{sin vers. } P' \times 10^5 \cos b \cos d$$

en in zijne Tafels vindt men dan:

$$\log \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2}(P - P') = \text{C.} \log \sin \tfrac{1}{2}(P - P') \qquad = \log \text{ halfverl. tijd}$$
$$\log (2 \sin \tfrac{1}{2}(P + P') \times 10^5) = \log 2 + \log \sin \tfrac{1}{2}(P + P') + 5 = \log \text{ middeltijd}$$
$$\log (\text{sin vers. } P' \times 10^5) = \log \text{sin vers. } P' + 5 \qquad = \log \text{ rijzingtijd.}$$

Het bovengenoemde bezwaar bestaat in den tegenwoordigen tijd niet meer. Integendeel is men geneigd den natuurlijken sinus als eene

decimale breuk te schrijven, ook dan, wanneer hij voor een straal grooter dan 1 is opgegeven, en wel verre dat de inrigting van DOUWES thans gemak zoude aanbrengen, vereischt zij eene bijzondere oplettendheid, omdat zij afwijkt van het gebruik, dat bij alle andere rekenwijzen gevolgd wordt.

Met het oog hierop, hebben wij voor hen, die van de methode van DOUWES gebruik willen maken, aan de Tafelen, welke men gewoon is daarbij te bezigen, zijnde Tafel XXIX A, B en C, eene inrigting gegeven, waardoor het gebruik, dat men in de andere rekenwijzen volgt, behouden blijft.

Naar onze inrigting, bevat

Tafel XXIX A, voor den straal = 1, den log cosec $\frac{1}{2}(P \mp P')$
„ XXIX B, „ „ „ „ log 2 sin $\frac{1}{2}(P \pm P')$
„ XXIX C, „ „ „ „ log sin vers. P of P'

en bij de berekening worden dus de natuurlijke sinussen en cosinussen voor den straal = 1 gezocht en het vraagstuk verder als met gewone logarithmen opgelost.

Voorbeeld van de berekening der Tafels.

De gegeven tijd zij $3^u5'30''$; men vraagt de termen van Tafel XXIX A, B en C.

$$\log \operatorname{cosec} 3^u5'30'' = 0{,}140339.$$

In Tafel XXIX A vindt men:

$$\log \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2}(P \mp P'),\ \text{als}\ \tfrac{1}{2}(P \mp P') = 3^u5'30''\ \text{is, als boven} = 0{,}14034.$$

$$\begin{aligned} \log \sin 3^u5'30'' &= 9{,}859661 - 10 \\ \log\ 2 &= 0{,}301030 \\ \log 2 \sin \tfrac{1}{2}(P \pm P') = \log 2 \sin 3^u5'30'' &= 0{,}160691 \\ \text{Tafel XXIX B geeft}\ & 0{,}16069. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \text{sinus versus}\ 3^u5'30'' &= \log 2 \sin^2 \tfrac{1}{2}\ (3^u5'30'') \\ &= \log 2 \sin^2 1^u32'45'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \sin\ 1^u32'45'' &= 9{,}595211 - 10 \\ \log \sin^2 1^u32'45'' &= 9{,}190422 - 10 \\ \log\ 2 &= 0{,}301030 \\ \log \sin \text{vers.}\ (P\ \text{of}\ P') = \log \sin \text{vers.}\ 3^u5'30'' &= 9{,}491452 - 10 \\ \text{Tafel XXIX C geeft}\ & 9{,}49145 - 10 \end{aligned}$$

In de Tafelen van DOUWES zal men daarentegen vinden:

$$\begin{aligned} \log \sin 3^u5'30'' &= 9{,}859661 - 10 \\ \log\ \text{halfverl. tijd} &= 0{,}14034. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \sin 3^u5'30'' &= 9{,}859661 - 10 \\ \log\ 2 &= 0{,}301030 \\ \log\ 10^5 &= 5{,}000000 \\ \log\ \text{middeltijd} &= 5{,}16069 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\log \sin \tfrac{1}{2}\,(3^u 5' 30'') &= 9{,}595211 - 10 \\
\log \sin^2 \tfrac{1}{2}\,(3^u 5' 30'') &= 9{,}190422 - 10 \\
\log\ 2 &= 0{,}301030 \\
\log\ 10^5 &= 5{,}000000 \\
\hline
\log \text{ rijzingtijd} &= 4{,}49145.
\end{aligned}$$

Nadere beschouwing van de methode van DOUWES.

Zooals wij hebben gezien, geschiedt de oplossing van formule (I) met behulp van eene gegiste Breedte. Hierdoor zal M en dus ook P', die uit M wordt afgeleid, onzeker zijn, en zal de Breedte, die door de oplossing van formule (III) wordt gevonden, waarin andermaal de gegiste Breedte voorkomt, meestal van de ware eenigzins afwijken.

Verschillen de gevonden en de gegiste Breedte aanmerkelijk van elkander, en verlangt men eenige zekerheid aangaande de uitkomst, dan moet de berekening met de gevonden Breedte herhaald worden, tot dat het bedoelde verschil niet meer noemenswaard is.

Deze omstandigheid ontneemt aan de methode van DOUWES, in vele gevallen, haar grootste voordeel, namelijk dat van beknoptheid, en zij moet dus achterstaan bij de methode van LOBATTO en HAZEWINKEL, waardoor men met al de naauwkeurigheid, die de waarnemingen toelaten, de Breedte en den tijd onmiddellijk vindt. Wel kan men volgens eene methode, door BRINKLEY aan de hand gegeven, uit het verschil tusschen de gegiste en de bekomen Breedte eene verbetering afleiden, die op de berekende Breedte toegepast, de ware verschaft, doch daardoor wordt ook het werk vermeerderd en zal de berekening minstens evenveel tijd kosten, als die volgens LOBATTO en HAZEWINKEL. De beschouwing van de methode van BRINKLEY laten wij uit dien hoofde achterwege.

Verdient de regtstreeksche methode in het algemeen de voorkeur, zoo kan toch de methode van DOUWES, mits naar zijne voorschriften toegepast, voor het gebruik op zee, en wanneer men geene groote naauwkeurigheid verlangt, in vele gevallen bruikbare resultaten opleveren. Men onderscheide slechts de geschikte van de ongeschikte gevallen en make dus van de methode geen gebruik, wanneer de omstandigheden een slecht resultaat moeten medebrengen. Beschouwen wij dit punt eenigzins meer van nabij en gaan wij daartoe na, onder welke omstandigheden, door het herhalen der berekening, al dan niet benaderd wordt.

Schrijven wij daartoe formule (I), waarin wij $\tfrac{1}{2}(P + P')$, M noemen, aldus:

$$\sin M \cos b = \frac{\sin h' - \sin h}{2 \sin \tfrac{1}{2}(P - P') \cos d}$$

dan komt, als wij haar, voor M en b veranderlijk, differentiëren, dewijl het tweede lid standvastig is:

$$\delta M \cos M \cos b = \delta b \sin M \sin b\,.$$

waaruit

$$\delta M = \delta b \operatorname{tang} M \operatorname{tang} b$$

voor de fout, die in den *middeltijd* ontstaat, als δb het verschil is tusschen de *ware* en de *gegiste* Breedte.

Noemen wij de Breedte, die uit formule (III) opgelost, als eene benaderde Breedte beschouwd moet worden b', dan is, volgens die formule,

$$\text{(IV)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \cos(b' - d) = \sin h' + \sin \text{vers.}\, P' \cos b \cos d$$

en wij zullen dus de betrekking hebben te zoeken tusschen de fout in $(b' - d)$ en die in b, om den invloed te kennen, dien eene fout in de gegiste Breedte op de berekende uitoefent. Differentiëren wij daartoe formule (IV) voor P', $(b' - d)$ en b veranderlijk, en nemen wij daarbij in-acht, dat dewijl $P' = M - V$ is, als V den halfverloopen tijd beteekent, $\delta P' = \delta M$ is, dan komt, na voor sin vers P', $1 - \cos P'$ te hebben geschreven:

$$-\sin(b'-d)\,\delta(b'-d) = -\delta b \sin b \cos d + \sin b \cos d \cos P'\,\delta b + \cos b \cos d \sin P'\,\delta P'$$

$$-\sin(b'-d)\,\delta(b'-d) = -\delta b \{\sin b \cos d - \sin b \cos d \cos P' - \cos b \cos d \sin P' \operatorname{tang} b \operatorname{tang} M\}$$

$$= -\delta b \left\{\sin b \cos d - \sin b \cos d \cos P' - \sin b \cos d \sin P' \frac{\sin M}{\cos M}\right\}$$

$$= -\delta b \left\{\frac{\sin b \cos d \cos M - \sin b \cos d \cos P' \cos M - \sin b \cos d \sin P' \sin M}{\cos M}\right\}$$

$$= -\delta b \left\{\frac{\sin b \cos d (\cos M - \{\cos P' \cos M + \sin P' \sin M\})}{\cos M}\right\}$$

$$= -\delta b \left\{\frac{\sin b \cos d (\cos M - (\cos M - P'))}{\cos M}\right\}.$$

Schrijven wij hierin weder voor M, $\frac{1}{2}(P + P')$, dan verkrijgen wij:

$$-\sin(b'-d)\,\delta(b'-d) = -\delta b \left\{\frac{\sin b \cos d (\cos \frac{1}{2}(P+P') - \cos \frac{1}{2}(P-P'))}{\cos \frac{1}{2}(P+P')}\right\}$$

$$= \delta b \frac{2 \sin b \cos d \sin \frac{1}{2} P \sin \frac{1}{2} P'}{\cos \frac{1}{2}(P+P')}$$

en ten slotte

$$\delta(b' - d) = -\delta b \frac{2 \sin \frac{1}{2} P \sin \frac{1}{2} P' \sin b \cos d}{\sin(b' - d) \cos \frac{1}{2}(P + P')}.$$

Uit deze formule blijkt:

1°. Dat de fout in de berekende Breedte *in denzelfden zin* valt als die der gegiste, indien de Breedte grooter is dan de declinatie

en de hoogten aan weerszijden van den meridiaan zijn waargenomen. Het omgekeerde heeft plaats, als zij aan dezelfde zijde van den meridiaan zijn gemeten. In het eerste geval toch wordt de sinus van een der uurhoeken negatief; in het tweede daarentegen is het product van de beide sinussen altijd positief. Is de Breedte kleiner dan de gelijknamige declinatie, dan heeft juist het omgekeerde plaats, dewijl dan $\delta(b' - d)$ negatief wordt.

2°. Dat de fout in de berekende Breedte kleiner is, wanneer de hoogten aan weerszijden van den meridiaan zijn gemeten, dan wanneer zij aan dezelfde zijde daarvan vallen. In het eerste geval wordt P of P' negatief, en dus $\cos \frac{1}{2}(P + P')$, die in den noemer voorkomt, grooter dan in het tweede geval.

3°. Dat de fout in de berekende Breedte nul is, als $\frac{1}{2}P$ of $\frac{1}{2}P'$ nul is, d. i. als het hemellicht tijdens het meten van eene der hoogten in den meridiaan staat. Hieruit volgt, dat eene der hoogten zoo digt mogelijk bij den meridiaan moet gemeten worden.

4°. Dat de fout in $(b' - d)$ grooter wordt, naar gelang dat $\sin(b' - d)$, die in den noemer staat, kleiner wordt. Hoe digter het hemellicht dus bij het toppunt door den meridiaan gaat, des te ongunstiger zal de omstandigheid worden.

5°. Dat wanneer de declinatie ongeveer gelijk is aan de gelijknamige Breedte, of wanneer de hoogten zeer kort na elkander zijn gemeten en de uurhoeken daarbij weinig verschillen van 6^u, dan zal de coëfficient van δb zoo groot worden, dat $\delta(b' - d)$, δb overtreft of daaraan gelijk wordt en er zal dan bijgevolg geene benadering plaats hebben.

In het algemeen kan men aannemen, dat de gunstigste omstandigheden, die wij voor de methode van LOBATTO en HAZEWINKEL leerden kennen, ook gelden voor die van DOUWES, doch de grenzen, waarbinnen zij liggen, zijn bij de laatstgenoemde meer beperkt. Al deze voorschriften zijn door DOUWES zelf in zijne verhandeling gegeven, en zijn door FLORIJN o. a. in zijne verklaring van de zeemanstafelen van C. DOUWES, uitgegeven in het jaar 1820, overgenomen.

Ook de plaatsverandering van het schip, tusschen de waarnemingen, wordt door DOUWES in aanmerking genomen. Hij schrijft dienaangaande voor, om den verloopen tijd te verbeteren voor de verandering in Lengte, die het schip tusschen de waarnemingen ondergaat, en wel, door de veranderde Lengte, tot tijd gebragt, daarbij te tellen, als zij Oostelijk is; doch daarvan af te trekken, als het schip om de West is gegaan. Verandert men dan tot den middag niet van koers, dan zal de gevonden Breedte, de Breedte zijn voor de plaats, alwaar het schip zich bevindt op den middag aan boord, zelfs al heeft de waarneming van de grootste hoogte 30′ voor of na den middag plaats gehad.

Deze stelling van DOUWES is alleen dan juist, wanneer de hoogten, aan

beide zijden van den meridiaan gemeten, nagenoeg gelijk zijn, zooals gemakkelijk kan, aangetoond worden. Vallen de hoogten aan dezelfde zijde van den meridiaan, dan gaat die stelling niet volkomen door. De fout, die men echter daardoor zou begaan, is niet groot.

Over de verandering in declinatie wordt door DOUWES niet gesproken. Hij past de methode uitsluitend toe op de zon, waarbij die verandering veilig kon worden verwaarloosd, dewijl de fout, welke daaruit in de Breedte ontstond, klein was te noemen in vergelijking met de andere fouten, die een gevolg waren van de gebrekkige hulpmiddelen, waarvan men zich te zijnen tijde moest bedienen.

Ook bij vaste sterren kan de methode worden toegepast. Voor de maan is zij geheel ongeschikt. Men zij echter bij vaste sterren er op indachtig om den halfverloopen tijd in sterretijd uit te drukken.

Wil men de methode van DOUWES bezigen, dan houde men nog het navolgende in het oog, ten einde eene uitkomst te verkrijgen, die zoo naauwkeurig is, als de methode en de omstandigheden zulks toelaten.

1°. Wanneer het schip tusschen de waarnemingen van plaats verandert, dan herleide men beide hoogten tot hetzelfde toppunt. Voor die plaats geldt dan de Breedte, welke men door de berekening van formule (III) vindt.

2°. Vallen de hoogten aan dezelfde zijde van den meridiaan, dan bezige men de declinatie tijdens de grootste hoogte voor de berekening van het vraagstuk.

3°. Zijn de hoogten aan beide zijden van den meridiaan gemeten, dan neme men de declinatie voor het oogenblik midden tusschen de waarnemingen.

De laatstgenoemde bijzonderheden laten zich gemakkelijk aantoonen, als men de formulen, voor b, d en M veranderlijk, differentiëert, en alzoo de betrekking bepaalt tusschen de gelijktijdige veranderingen in declinatie en in Breedte.

Voorbeeld. Op zekeren dag, des morgens te $10^u0'$ waren tijd aan boord, zijnde op 20° N. Breedte, heeft men gevonden voor de ware middelpuntshoogte van de zon 47°54′20″ en te $11^u30'0''$, 59°19′0″. Als het schip op den voormiddag om de ZO koerste met 10 mijls vaart per wacht, de peiling van de zon des morgens te 10^u, N. 132°43′ O., en de Z. declinatie 10° was, vraagt men de Breedte.

Zoeken wij de ware Breedte op den middag, door middel van de koers- en verheidsrekening, ten einde daaraan de andere uitkomsten te toetsen.

Verheid van 10^u tot 12^u = 5 mijl = 20′
In 4 streken geeft 20′ verh. . . . 14′6″ verand. Br.

Afgev. N. Breedte =	20° 0′ 0″
Verand. Zuid =	14′ 6″
Bek. middags-Breedte =	19°45′54″.

Lossen wij eerst het vraagstuk op, volgens het voorschrift van DOUWES. Wij herleiden dan den verloopen tijd voor de verandering in Lengte, en nemen eene gegiste Breedte aan van 21°.

2^e waarn. te $11^u30'\ 0''$
1^e „ „ $10^u\ 0'\ 0''$
Verloopen tijd = $1^u30'\ 0''$
Halfverl. tijd = $0^u45'\ 0''$
Verand. Oost = $0^u\ 0'22'',5$
Herl. halfverl. tijd = $0^u45'22'',5 = V$

Verh. in $0^u45' = 7',5$
In 4 str. geeft 7',5 verh. 5',3 afw.
Op 20° Br. 5,3 afw. = $5'38''\ \triangle\ l$.
In tijd $= 0^u0'22'',5$

$h' = 59°19'\ 0''$ nat. sin = 0,86000 $b = 21°0'$ sec = 0,02985 cos = 9,97015
$h = 47°54'20''$ „ „ = 0,74204 $d = 10°$ „ = 0,00665 „ = 9,99335
Verschil = 0,11796 . . . . . . log = 9,07174
$V = 0^u45'22'',5$ . . . . cosec = 0,70621
$M = 1^u16'\ 8'',5$ log 2 sin M = 9,81445
$P' = 0^u30'46''$ . . . . sin vers. = 7,95409
log getal = 7,91759
Getal = 0,00827
Nat. sin h' = 0,86000
Nat. cos $(b - d)$ = 0,86827
$b - d = 29°44'30''$
$d = 10°$
Te 12^u . . . N. Breedte = $b = 19°44'30''$

welke uitkomst slechts 1'24" met de ware Breedte verschilt. Dewijl wij echter de ware Breedte onbekend stellen, zoo herhalen wij de bewerking met de gevonden uitkomst.

$h' = 59°19'\ 0''$ nat. sin = 0,86000 $b' = 19°44'30''$ sec = 0,02631 cos = 9,97369
$h = 47°54'20''$ „ „ = 0,74204 $d = 10°\ 0'\ 0''$ sec = 0,00665 „ = 9,99335
Verschil = 0,11796 . . . . log = 9,07174
$V = 0^u45'22'',5$ . . . . . . cosec = 0,70621
$M = 1^u15'30'',0$ . . . log 2 sin M = 9,81091
$P' = 0^u30'\ 7'',5$ . . . . sin vers. = 7,93583
log getal = 7,90287
getal = 0,00800
Nat. sin h' = 0,86000
Nat. cos $(b - d)$ = 0,86800
$b - d = 29°46'23''$
$d = 10°\ 0'\ 0''$
Verb. N. Breedte = $b = 19°46'23''$.

Berekenen wij thans het vraagstuk, volgens de andere manier. Wij herleiden dan de eerste hoogte tot de plaats van de tweede en laten den halfverloopen tijd onveranderd. Hierdoor komt, dewijl $\varphi = 135° - 132°43' = 2°17'$ is en de verheid in $1^u30'$, 15' bedraagt:

x = verbetering = $15'\ 0''$
1^e hoogte = $47°54'20''$
Herleide hoogte = $48°\ 9'20''$.

$h' = 59°19'\ 0''$ nat. sin = 0,86000 $b = 21°0'0''$ sec = 0,02985 cos = 9,97015
$h = 48°\ 9'20''$ „ „ = 0,74496 $d = 10°0'0''$ „ = 0,00665 „ = 9,99335
Verschil = 0,11504 . . . . log = 9,06085
$V = 0^u45'\ 0''$ . . . . . . cosec = 0,70976
$M = 1^u14'49''$ . . log 2 sin M = 9,80711
$P' = 0^u29'49''$ . . . . sin vers. = 7,92690
log getal = 7,89040
Getal = 0,00777
Nat. sin h' = 0,86000
Nat. cos $(b-d)$ = 0,86777
$b - d = 29°47'58''$
$d = 10°\ 0'\ 0''$
N. Breedte = $b = 19°47'58''$.

Herhalen wij de berekening, dan komt:

$h' = 59°19'\ 0''$ nat. sin = 0,86000 $b = 19°47'58''$ sec = 0,02646 cos = 9,97354
$h = 48°\ 9'20''$ „ „ = 0,74496 $d = 10°\ 0'\ 0''$ „ = 0,00665 „ = 9,99335
Verschil = 0,11504 . . . . log = 9,06085
$V = 0^u45'\ 0''$ . . . . . . cosec = 0,70976
$M = 1^u14'13''$ . . . log 2 sin M = 9,80372
$P' = 0^u29'13''$ . . . . sin vers. = 7,90925
log getal = 7,87614
Getal = 0,00752
Nat. sin h' = 0,86000
Nat. cos $(b-d)$ = 0,86752
$b - d = 29°49'42''$
$d = 10°\ 0'\ 0''$
Verb. N. Breedte = $b = 19°49'42''$.

Deze uitkomst geldt voor de plaats, alwaar de grootste hoogte is gemeten. Herleiden wij haar tot den middag, dan vinden wij

in 30′ . . . . verh. = 5′, dus verand. Zuid = 3′30″
te $11^u30'$ berekende N. Breedte = 19°49′42″
te 12^u bekomen N. Breedte = 19°46′12″.

Voorbeeld. Den 14[den] Julij 18.., naar aanwijzing van een tijdmeter des voormiddags te $9^u50'6''$, is gevonden de ware hoogte van de zon 49°30′30″ en te $0^u29'10''$ de ware hoogte van hetzelfde hemellicht 66°30′10″. Als de tijdmeter $12^u7'40''$ na is op den middelbaren tijd te Greenwich, de gegiste N. Breedte 45° bedraagt en de zon tijdens de eerste hoogte regt dwars is gepeild, vraagt men de Breedte.

In den almanak vindt men:

15 Julij te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 21°31′13″ in 1^u verand. = — 23″,34

2e aanw. tijdm. = $12^u29'10''$
1e „ „ = $9^u50'\ 6''$
Verloopen tijd = $2^u39'\ 4''$
Halfverl. tijd = $1^u19'32'' = V$
Som der aanw. = $22^u19'16''$
Halve som = $11^u\ 9'38''$
Tijdmeter na = $12^u\ 7'40''$
14 Julij tijd Greenw. = $23^u17'18''$
15 „ „ „ = $-0^u42'42''$

15 Julij te 0^u ⊙ N. declin. = $21°31'13''$
in $0^u,71$ verand. = $17''$
⊙ N. declin. = $21°31'30''$

$h' = 66°30'10''$ nat. sin = 0,91708 $b = 45°\ 0'\ 0''$ sec = 0,15052 cos = 9,84948
$h = 49°30'30''$ „ „ = 0,76050 $d = 21°31'30''$ sec = 0,03140 cos = 9,96860
Verschil = 0,15658 . . . . log = 9,19474
$V = 1^u19'32''$ . . . . . . cosec = 0,46839
$M = 1^u21'56'',5$ . . log 2 sin M = 9,84505
$P' = 0^u\ 2'24'',5$ . . . . sin vers. = 5,74198
log getal = 5,56006
Getal = 0,000036
Nat. sin h' = 0,91708
cos $(b - d)$ = 0,91712
$b - d = 23°29'29''$
$d = 21°31'30''$
N. Breedte = $b = 45°\ 0'59''$.

Wij achten de bovenstaande voorbeelden voldoende om den loop der bewerking te doen kennen. Bezit men eenige oefening, dan geschiedt de berekening van het vraagstuk, volgens de methode van LOBATTO en HAZEWINKEL nagenoeg even spoedig als volgens die van DOUWES, en wij geven dus aan de eerstgenoemde de voorkeur boven de laatstgenoemde.

VI. VRAAGSTUKKEN TOT OEFENING.

1. Den 16den Februarij 18.., op 26°10′ W. L., wordt de onderrandshoogte van de zon waargenomen 28°10′30″ boven het Zuiden. Indien de hoogte van het oog 16 voet bedraagt, vraagt men de Breedte.

16 Febr. te 0^u Greenw. ⊙ Z. declin. = 12°14′28″,9 in 1^u verand. = — 52″,41
„ „ „ „ Tijdvereff. = 14′19″,9 „ „ = — 0″,185
(Aftrekken van den middelb. tijd).

Antw. N. Breedte = 49°26′12″.

2. Op welke Breedte bevindt zich de waarnemer, als de gegevens dezelfde zijn als die in het vorige vraagstuk, doch de hoogte boven het Noorden is waargenomen?

Antw. Op 73°51′41″ Z. Breedte.

3. Den 23sten Maart 18.., op 60°3′ O. L., heeft men, met het oog 15 voet boven water, de onderrandshoogte der zon gemeten 64°18′46″ boven het Noorden. Men vraagt de Breedte.

23 Maart te 0u Greenw. ⊙ N. declin. = 1°7′19″,4 in 1u verand. = + 59″,13
„ „ „ „ Tijdvereff. = 6′40″,04
(Aftrekken van den middelb. tijd).

Antw. Z. Breedte = 24°25′55″.

4. Indien de hoogte in het voorgaande vraagstuk boven het Zuiden was waargenomen, vraagt men de Breedte.

Antw. N. Breedte = 26°32′59″.

5. Den 15den September 18.., op 43°34′ O. L., heeft men waargenomen de onderrandshoogte van de zon 45°10′20″ boven het Zuiden, met het oog 17 voet boven water. Men vraagt de Breedte.

15 Sept. te 0u Greenw. ⊙ N. declin. = 2°57′20″,2 in 1u verand. = — 57″,84
„ „ „ „ Tijdvereff. = 4′55″.
(Bijtellen bij den middelb. tijd).

Antw. N. Breedte = 47°38′54″.

6. Den 4den April 18.., op 120° O. L., wordt de bovenrandshoogte van de maan, tijdens haren doorgang boven het Zuiden, waargenomen 50°7′20″. De hoogte van het oog is 18 voet boven water. Men vraagt de Breedte.

4 April doorg. te 9u 0′,5 . . . . . te 0u Greenw. ☾ N. declin. = 18u26′36″,6
3 „ „ „ 8u13′,4 in 10′ verand. = — 121″,1
4 April te 0u Greenw. ☾ ½ midd. = 15′14″,9 ☾ e. h. verschilz. = 55′49″,7
„ 12u „ „ = 15′10″,4 „ = 55′33″,4

Antw. N. Breedte = 57°54′46″.

7. Den 9den October 18.., heeft men des morgens, met het oog 20 voet boven water, op 60° W. L., waargenomen de bovenrandshoogte der maan, tijdens haren doorgang, 8°25′30″ boven het Noorden. Men vraagt de Breedte.

8 Oct. doorg. te 16u59′,8 . . . . te 21u Greenw. ☾ N. declin. = 28°34′55″
9 „ „ „ 18u 1′,1 in 10′ verand. = — 20″,3
8 Oct. te 12u Greenw. ☾ ½ midd. = 16′11″,3 ☾ e. h. verschilz. = 59′16″,3
9 „ „ 0u „ „ = 16′ 5″,8 „ „ = 58′56″,2.

Antw. Z. Breedte = 52°28′32″.

8. Den 25sten September 18.., is waargenomen de bovenrandshoogte der maan boven het Noorden 60°10′20″, terwijl men zich bevindt op

15°30′ W. L. Indien de hoogte van het oog 19 voet bedraagt, vraagt men de Breedte.

25 Sept. doorg. te $5^u20',9$	te 6^u Greenw. ☾ Z declin.	=	28°39′59″
26 „ „ „ $6^u55',9$	in 10′ verand.	=	+ 8″,8
25 „ te 0^u Greenw. ☾ ½ midd. = 14′52″,6	☾ e. h. verschilz.	=	54′28″,2
„ „ „ 12^u „ „ 14′55″,8	„ „	=	54′39″,9

Antw. Z. Breedte = 58°22′40″

9. Den 15^{den} November 18.., op 115°20′ O. L., heeft men waargenomen de meridiaanshoogte van Jupiter boven het Noorden 36°21′40″, met het oog 21 voet boven water. Welke is de Breedte?

14 Nov. doorg. te $10^u53',7$	15 Nov. te 0^u Greenw. ♃ N. declin.	= 13°18′38″
15 „ „ „ $10^u49',3$	16 „ „ „ „ „	= 13°16′22″
	♃ e. h. verschilz. = 2″,1.	

Antw. Z. Breedte = 40°25′51″.

10. Den 6^{den} December 18.., burgerlijken tijd, op 53°10′ O. L. is waargenomen de meridiaanshoogte van Saturnus 60°8′40″ boven het Zuiden, terwijl het oog des waarnemers 16 voet boven water was. Op welke Breedte heeft het schip zich toen bevonden?

4 Dec. doorg. te $15^u\ 4',0$	5 Dec. te 0^u Greenw. ♄ N. declin.	= 20°40′16″
5 „ „ „ $14^u59',9$	6 „ „ „ „ „	= 20°40′56″
6 „ „ „ $14^u55',7$	♄ e. h. verschilz.	= 1″.

Antw. N. Breedte = 50°36′26″.

11. Den 31sten Januarij 18.., wordt de meridiaanshoogte van Wega waargenomen boven het Zuiden 67°10′30″. Men vraagt de Breedte, als de hoogte van het oog 17 Rijnl. voet bedraagt.

31 Jan. ✱ N. declin. = 38°38′51.

Antw. N. Breedte = 61°32′52″.

12. Den 6^{den} Februarij 18.., vraagt men de schijnbare meridiaanshoogte van Sirius voor den tijdbal aan het Nieuwediep, benevens het oogenblik van doorgang aldaar.

6 Febr. te 0^u Greenw. ⊙ Æ. = $21^u20'39'',4$	Tijdvereff.	=	14′23″,5 (aftrekken)
„ ✱ Æ. = $6^u38'52''$	✱ Z. declin.	=	16°31′25″.

Antw. Schijnbare hoogte = 20°33′10″.
Doorgang te $9^u31'5'',6$ middelb. tijd des avonds.

13. Men vraagt den 16^{den} November 18.., op 25°30′ W. L. hoe laat Altair, Deneb, Markab, α in Andromeda, α in den Ram, Aldebaran, Capella en Betelgeuze door den meridiaan zullen gaan.

16 Nov. te 0u Greenw. ⊙ Æ. = 15u27′0″,2 Tijdvereff. = 15′0″,9 (bijtellen)

Æ. Altair = 19u43′50″,2 Æ. α in den Ram = 1u59′11″,2
„ Deneb = 20 36 34 ,3 „ Aldebaran = 4 27 47 ,5
„ Markab = 22 57 41 ,3 „ Capella = 5 6 13 ,5
„ α Andromeda = 0 1 3 ,4 „ Betelgeuze = 5 47 29 ,9.

Antw. Altair te 4u 0′52″,6 midd.tijd α in den Ram te 10u15′12″,2 m.t.
Deneb „ 4 53 28 ,2 „ „ Aldebaran „ 12 43 24 ,2 „
Markab „ 7 14 12 ,1 „ „ Capella „ 13 21 43 ,9 „
α Andromeda „ 8 17 23 ,8 „ „ Betelgeuze „ 14 2 53 ,5 „

14. Den 23sten October 18.., zijnde op 40°21′,7 gegiste N. Br. en 25°10′ W. L., wijst een tijdmeter des morgens te 8u40′16″ middelbaren tijd aan boord, 6u10′15″. Naar aanwijzing van denzelfden tijdmeter te 9u26′35″, meet men de onderrandshoogte der zon omstreeks het Zuiden 38°3′50″, terwijl het oog zich 18 voet boven water bevindt. Indien het schip om de ZWtW met 7 mijls vaart per wacht koerst en de tijdmeter 10″,3 per dag versnelt, vraagt men de Breedte.

23 Oct. te 0u Greenw. ⊙ Z. declin. = 11°29′57″ in 1u verand. = + 52″,39
„ „ „ „ Tijdvereff. = 15′34″,98 „ „ = + 0″,315
(Bijtellen bij den middelb. tijd).

Antw. N. Breedte = 40°10′43″.

15. Den 7den September 18.., zijnde op 37°25′,1 gegiste Z. Br. en 65°20′ O. L., des morgens te 7u45′16″ middelbaren tijd aan boord, heeft men bevonden dat een tijdmeter 3u20′30″ op dien tijd vóór is. Indien men vervolgens naar aanwijzing van denzelfden tijdmeter te 3u19′46″ de onderrandshoogte der zon waarneemt 46°9′50″ omstreeks het Noorden, de hoogte van het oog 17 voet is, en het schip om de OZO koerst, met 6 mijls vaart per wacht, vraagt men de Breedte.

7 Sept. te 0u Greenw. ⊙ N. declin = 6°0′14″,4 in 1u verand. = — 56″,14
„ „ „ Tijdvereff. = 2′ 8″,3 „ „ = + 0″,842
(Bijtellen bij den middelb. tijd).

Antw. Z. Breedte = 37°34′23″.

16. Den 6den Mei 18.., op 37° gegiste N. Br. en 71°15′ W. L. met het oog 19 voet boven water, heeft men, naar aanwijzing van een tijdmeter te 11u45′20″, de onderrandshoogte van de zon gemeten 68°58′6″ nabij het Zuiden, en te 11u49′7″ de onderrandshoogte der zon andermaal waargenomen 69°2′30″. Men vraagt de Breedte.

6 Mei te 0u Greenw. ⊙ N. declin. = 16°36′10″,4 in 1u verand. = + 41″,59
„ „ „ Tijdvereff. = 3′34″,2 (bijtellen).

Antw. N. Breedte = 37°22′57″.

17. Den 12den Mei 18.., op 26°27′,6 gegiste Z. Br. en 33°20′ O. L., wijst een tijdmeter des morgens te 7u40′10″ middelbaren tijd

aan boord $5^u10'12''$. Naar aanwijzing van denzelfden tijdmeter heeft men te $9^u25'40''$, met het oog 20 voet boven water, de onderrandshoogte van de zon gemeten 45°0′ omstreeks het Noorden.

Indien het schip om de OZO ¼ O met 4 mijls vaart koerst, en de tijdmeter 4″,3 per dag vertraagt, vraagt men de Breedte.

12 Mei te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 18°11′42″ in 1^u verand. = + 37″,98
„ „ „ Tijdvereff. = 3′52″,7 (bijtellen).

Antw. Z. Breedte = 26°39′12″.

18. Den 15[den] Julij 18.., zijnde op 52°45′ gegiste N. Br. en 5°32′ O. L., heeft men de onderstaande hoogten van den onderrand der zon gemeten, kort voor en na den doorgang, ongeveer boven het Zuiden:

Aanw. uurw.	= $6^u56'36''$,5	⊙ hoogte	= 58°41′ 0″	..... (1)
„	= 6 57 44 ,0	„	= 58 41 25	..... (2)
„	= 6 58 33 ,0	„	= 58 42 10	..... (3)
„	= 7 2 11 ,5	„	= 58 42 40	..... (4)
„	= 7 7 2 ,0	„	= 58 43 5	..... (5)
„	= 7 8 24 ,0	„	= 58 42 50	..... (6)
„	= 7 9 31 ,5	„	= 58 42 10	..... (7)
„	= 7 10 37 ,5	„	= 58 41 45	..... (8)

Indien de index-correctie van het meetwerktuig — 2′20″, en de waargenomen kimduiking 4′30″ bedraagt, vraagt men de gemiddelde Breedte uit de verbinding van (1) en (8), (2) en (7), (3) en (6), en (4) en (5) af te leiden.

15 Julij te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 21°35′ 8″,6 in 1^u verand. = — 22″,47
Tijdvereff. = 5′35″ (bijtellen).

Antw. De verbinding van (1) met (8) geeft: 52°43′46″ N. Breedte.
„ „ „ (2) „ (7) „ 52 43 51 „
„ „ „ (3) „ (6) „ 52 43 31 „
„ „ „ (4) „ (5) „ 52 43 47 „
Gemiddeld = 52°43′44″ N. Breedte.

19. Den 13[den] Maart 1862, zijnde op 20°16′ W. L., heeft men, des avonds te $10^u14'40''$ middelbaren tijd aan boord, met het oog 21 voet boven water, de hoogte van de Poolster gemeten 40°10′30″. Men vraagt de Breedte.

13 Maart te 0^u Greenw. ⊙ Æ. = $23^u33'52''$,6
Tijdvereff. = 9′37″,3 (aftrekken)

Antw. N. Breedte = 40°58′.

20. Den 24[sten] October 1862, zijnde op 32°14′20″ W. L., heeft men, des morgens te $3^u8'14''$ waren tijd aan boord, met het oog 19 voet boven water, de hoogte van de Poolster gemeten 50°28′20″. Men vraagt de Breedte.

24 Oct. te 0ᵘ Greenw. ⊙ Æ. = $13^u 55' 37'',9$ in 1^u verand. = $9'',54$.

Antw. N. Breedte = 49°39′.

21. Men vraagt de Breedte op den 10den Augustus 1865, des avonds te $11^u 20' 25''$ middelbaren tijd aan boord, als de hoogte van de Poolster op dat oogenblik is waargenomen 21°15′30″, de O. Lengte 120°40′, en de hoogte van het oog 18 voet bedraagt.

10 Aug. te 0ᵘ Greenw. ⊙ Æ. = $9^u 20' 59'',3$ Tijdvereff. = 5′4″,8 (aftrekken).

Antw. N. Breedte = 20°37′47″.

22. Den 6den Januarij 18.., des avonds ongeveer te $10^u 30'$ middelbaren tijd aan boord, op 14°6′ W. L., met het oog 17 voeten boven water, heeft men gelijktijdig gemeten de onderrandshoogte van de maan 50°10′0″ en de hoogte van α Tauri 68°21′30″. Men vraagt de Breedte der waarnemingsplaats benevens den middelbaren tijd aan boord, indien de genoemde hemellichten in het Zuidelijk deel van den hemel staan.

6 Jan. te 0ᵘ Greenw.	⊙ Æ. =	$18^u 59' 14'',02$	Tijdvereff. =	5′ 7″,10 (aftr.)
„ „ „ „	☾ ½ midd. =	14′45″,3	☾ e. h. verschilz. =	54′ 2″,7
„ „ 12^u „	„ =	14′44″,8	„ „ =	54′ 0″,7
„ „ 9^u „	☾ Æ. =	$8^u 16' 1'',84$	☾ N. declin. =	24°23′ 6″
„ „ 12^u „	„ =	$8^u 22' 24'',43$	in 10′ verand. =	— 59″,0
„	✱ Æ. =	$4^u 27' 36'',5$	✱ N. declin. =	16°12′54″
„	☾ doorg. te	$13^u 29'$.		

Antw. 33°30′ 6″ N. Breedte;
$10^u 29' 57''$ middelb. tijd des avonds van den 6den.

23. Den 2den Februarij 18.., heeft men waargenomen, met het oog 20 voet boven water, de hoogte van Regulus 15°51′30″ en te gelijkertijd die van Aldebaran 51°14′40″. Op welke Breedte heeft de waarnemer zich bevonden?

2 Febr. Regulus Æ. = $10^u\ 0' 46'',7$ . . . N. declin. = 12°39′48″
„ Aldebaran „ = $4^u 27' 43'',9$ „ = 16°13′13″.

Antw. Op 55°0′29″ N. Breedte of op 19°36′2″ Z. Breedte.

24. Den 14den Maart 18.., zijnde naar gissing op 24° N. Br. en 15°40′ W. L. des voormiddags ongeveer te $8^u 27'$ middelbaren tijd aan boord, naar aanwijzing van een tijdmeter te $8^u 10' 15''$, met het oog 19 voet boven water, heeft men de onderrandshoogte van de zon gemeten 29°6′30″ en die van de maan 39°39′10″. Indien die tijdmeter den 1sten Maart van hetzelfde jaar $1^u 19' 40''$ na was op den middelbaren middag te Greenwich en dagelijks 6″,3 versnelt, vraagt men de Breedte en Lengte van het schip.

14 Maart te 0^u Greenw. ⊙ Æ. = $23^u35'38'',52$ . . in 1^u verand. = $9'',16$
„ „ „ „ „ ⊙ Z. declin. = $2°38'10'',1$ „ „ = — $59'',09$
„ „ „ „ „ Tijdvereff. = $9'29'',25$ „ „ = — $0'',694$
(Aftrekken van den middelb. tijd).
13 „ „ 12^u „ ☾ ½ midd. = $16'23'',2$. ☾ e. h. verschilz. = $60'\ 0'',9$
14 „ „ 0^u „ „ = $16'27'',3$ „ „ = $60'16'',0$
13 „ „ 21^u „ ☾ Æ. = $20^u13'58'',07$ . . ☾ Z. declin. = $24°58'50'',4$
14 „ „ 0^u „ „ = $20^u21'51'',03$ in 10′ verand. = — $75'',5$
13 „ ☾ doorg. te $20^u47',8$.

Antw. $24°6'50''$ N. Breedte en $15°53'30''$ W. Lengte.

25. Den 7[den] Januarij 18 . ., naar aanwijzing van een tijdmeter te $8^u30'15''$, wordt waargenomen de hoogte van Pollux $31°7'10''$ en te $8^u40'20''$, naar aanwijzing van denzelfden tijdmeter, de hoogte van Jupiter $57°22'0''$. Indien de gegiste tijd des avonds aan boord bij de 2[de] waarneming 8^u is, Pollux beoosten het Zuiden, doch Jupiter nabij het Zuiden gepeild wordt, de hoogte van het oog 17 voet, en de gegiste W. L. 10° bedraagt, vraagt men de Breedte en Lengte van het schip, in de vooronderstelling dat het tusschen de waarneming der hoogten niet van plaats is veranderd.

Stand van den tijdmeter den 1[sten] Januarij te 0^u Greenw. — $2'36''$. De tijdmeter vertraagt per dag $2'',5$.

7 Jan. te 0^u Greenw. ⊙ Æ. = $19^u\ 3'36'',57$
„ „ „ „ Tijdvereff. = $6'34'',36$ (aftrekken)
„ „ „ „ ♃ Æ. = $2^u16'31'',85$ . . . . ♃ N. declin. = $12°29'29'',5$
8 „ „ „ „ = $2^u16'37'',61$ „ = $12°30'18'',3$
✱ Æ. = $7^u36'39'',12$ . . . . ✱ N. declin. = $28°21'59''$.

Antw. N. Breedte = $44°10'6''$; W. Lengte = $10°26'18''$.

26. Den 15[den] April 18 . ., op 45° gegiste Z. Br. en $32°50'$ W. L. zijn waargenomen, naar aanwijzing van een tijdmeter te $10^u4'51''$, de hoogte van Antares $23°3'12''$ en te $10^u22'42''$ de hoogte van β Centauri $61°29'25''$. Indien Antares tijdens de waarneming der hoogte ZO gepeild werd, de koers van het schip NOtO ¼ O 9 mijl per wacht, en de gegiste tijd aan boord bij de laatste waarneming $9^u30'$ des avonds was, vraagt men de Breedte en de Lengte van het schip. De hoogte van het oog bedraagt 17 voet. Den 8[sten] April van hetzelfde jaar was de stand van den tijdmeter tot den middelbaren middag te Greenwich + $1^u19'49''$, en zijn dagelijksche gang — $6''$.

15 April te 0^u Greenw. ⊙ Æ. = $1^u34'20'',07$. Tijdvereff. = $0'\ 1'',31$ (bijtell.)
Antares Æ. = $16^u20'40'',5$ . . Z. declin. = $26°\ 6'50''$
β Centauri „ = $13^u53'48'',8$ „ = $59°41'\ 2''$.

Antw. Z. Breedte = $45°14'35''$. W. Lengte = $32°49'21''$.

27. Den 9[den] Augustus 18 . ., op 135° W. L. met het oog 24 Rijnl. voet boven water, te $0^u12'20''$ gegisten middelbaren tijd aan boord,

heeft men waargenomen de onderrandshoogte van de zon 64°49′30″ nagenoeg in het Zuiden, en te $1^u40'10''$ de bovenrandshoogte van de maan 44°9′20″. Men vraagt de Breedte en den waren tijd voor het oogenblik van de laatste waarneming.

9 Aug. te 0^u Greenw.	⊙ Æ. =	$9^u17'\ 4'',30$ . . .	in 1^u verand. =	9″,499
„ „ „ „	⊙ N. declin. =	15°48′35″,0	„ „ =	— 43″,75
„ „ „ „	☾ ½ midd. =	16′15″,4 . .	☾ e. h. verschilz. =	59′31″,4
„ „ 12^u „	„ =	16′16″,4	„ „ =	59′35″,2
„ „ 9^u „	☾ Æ. =	$11^u56'45'',98$	☾ Z. declin. =	5°11′ 4″,4
„ „ 12^u „	„ =	$12^u\ 3'19'',88$ . . .	in 10′ verand. =	+ 149″,1
			Tijdvereff. (aftr.) „ 1^u verand. =	— 0″,357.

Antw. N. Breedte = 39°11′10″. Ware tijd = $2^u6'56'',1$.

28. Den 22sten Februarij 18.., zijnde naar gissing op 48° Z. Br. en 7° W. L., heeft men naar aanwijzing van den tijdmeter te $3^u44'2''$ waargenomen de hoogte van Aldebaran 23°18′30″, en te $5^u14'42''$ die van Canopus 75°45′22″. Indien de gegiste tijd aan boord bij de eerste waarneming was $6^u0'$ des avonds, de hoogte van het oog 17 Rijnl. voet bedroeg en Aldebaran tijdens de waarneming regt dwars werd gepeild, terwijl de koers tusschen de beide waarnemingen geene verandering heeft ondergaan, vraagt men de Breedte en Lengte van het schip voor het oogenblik der tweede waarneming.

Den 1sten Januarij is de tijdmeter na op den middelbaren middag te Greenwich $2^u0'4''$. Dagelijksche versnelling = 3″,8.

22 Febr. te 0^u Greenw. ⊙ Æ. =	$22^u23'\ 4'',35$	Tijdvereff. =	13′43″,58 (aftr.)
Aldebaran „ =	$4^u27'43'',5$	N. declin. =	16°13′13″
Canopus „ =	$6^u20'48'',0$	Z. „ =	52°37′16″.

Antw. Z. Breedte = 48°57′23″; W. Lengte = 7°17′45″.

29. Den 8sten Augustus 18.., naar aanwijzing van een tijdmeter te $13^u49'40''$ en te $14^u50'10''$ zijn waargenomen de bovenrandshoogten van de maan 67°10′10″ en 70°30′40″. Als de hoogte van het oog 22 Rijnl. voet bedraagt en de tijdmeter $2^u40'5''$ na is op den middelbaren tijd te Greenwich, vraagt men de Breedte en den tijd aan boord, voor het oogenblik der grootste hoogte, wanneer men alleen de verandering der regte-opklimming in aanmerking wenscht te nemen.

8 Aug. te 0^u Greenw.	⊙ Æ. =	$9^u13'\ 7'',45$ . .	Tijdvereff. =	5′21″,76 (aftr.)
8 „ „ 12^u „	☾ ½ midd. =	16′ 2″,3	☾ e.h.verschilz. =	58′43″,4
„ „ 0^u „	„ =	16′ 4″,8	„ „ =	58′52″,5
„ „ 15^u „	☾ Æ. =	$23^u56'\ 5'',87$		
„ „ 18^u „	„ =	$0^u\ 2'14'',33$.	☾ N. declin. =	0°32′23″,1
			in 10′ verand. =	+ 167″,6.

Antw. N. Breedte = 19°37′59″. Middelb. tijd = $3^u0'5'',6$ des nachts.
Z. Breedte = 19° 6′34″ „ „ = $3^u0'9'',4$ „ „

30. Den 7[den] Februarij 18.., des avonds naar aanwijzing van een tijdmeter te 7ᵘ27′40″,7 en te 9ᵘ27′31″ zijn waargenomen de hoogten van Aldebaran 65°6′20″ en 74°23′0″. Als de hoogte van het oog 22 Rijnl. voet bedraagt en de tijdmeter 0ᵘ20′40″ vóór is op den middelbaren tijd te Greenwich, vraagt men de Breedte benevens den middelbaren tijd aan boord tijdens de grootste hoogte.

7 Febr. te 0ᵘ Greenw. ☉ Æ. = 21ᵘ24′39″,05 Tijdvereff. = 14′26″,61 (aftr.)
„ ✱ Æ. = 4ᵘ27′43″,8 N. declin. = 16°13′13″.

Antw. N. Breedte = 30°20′33″. Middelb. tijd. = 7ᵘ46′1″,1 des avonds.
N. Breedte = 2°56′50″ „ „ = 7ᵘ50′7″,5 „

31. Den 9[den] Maart 18.., met het oog 17 Rijnl. voet boven water, naar aanwijzing van den tijdmeter te 8ᵘ2′30″ en te 11ᵘ42′20″, worden waargenomen de onderrandshoogten van de zon 21°23′50″ en 39°3′40″. Indien de zon bij de eerste waarneming NO¼N wordt gepeild, het schip om de OtN koerst met 4 mijls vaart per wacht en de tijdmeter 0ᵘ7′35″ na is op den middelbaren tijd te Greenwich, vraagt men de Breedte van de tweede waarnemingsplaats, met inachtneming van de verandering in declinatie.

9 Maart te 0ᵘ Greenw. ☉ Z. declin. = 4°23′46″,2 in 1ᵘ verand. = − 58″,7

Antw. Z. Breedte = 54°55′32″.

32. Den 15[den] Junij 18.., neemt men waar, met het oog 17 Rijnl. voet boven water:

aanw. tijdmeter = 3ᵘ 7′40″ . . . . ☉ hoogte = 73°42′20″
„ „ = 6ᵘ37′40″ . . . . „ „ = 53°39′40″.

Bij de eerste waarneming wordt de zon gepeild NOtO. De koers van het schip is NW¾N 6 mijl per wacht, en de stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich — 1ᵘ2′5″. Men vraagt de Breedte der tweede waarnemingsplaats.

15 Junij te 0ᵘ Greenw. ☉ N. declin. = 23°20′7″,6 in 1ᵘ verand. = + 6″,74.

Antw. N. Breedte = 15°30′14″.

33. Den 14[den] Julij 18.., des voormiddags, wordt waargenomen met een sextant, die + 4′10″ index-correctie heeft:

aanw. tijdmeter = 7ᵘ23′3″,5 . . . . ☉ hoogte = 54°48′40″
„ „ = 8ᵘ24′8″,5 „ „ = 58°30′ 0″.

Indien de zon bij de eerste waarneming, die ongeveer te 10ᵘ30′ plaats had, ZZO wordt gepeild en het schip om de NW koerst met 3,5 mijls vaart per wacht, vraagt men de Breedte en de Lengte van de tweede waarnemingsplaats. De gegiste O. Lengte bedraagt 5° en de kimduiking 3′33″.

Den 14[den] Julij te 0^u Greenwich, is de stand van den tijdmeter + $2^u56'17'',46$ en de dagelijksche gang + $9'',32$.

14 Julij te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 21°37'19",5 in 1^u verand. = — 22",23
„ „ „ Tijdvereff. = 5'34",29 „ „ = + 0",267
(Aftrekken van den middelb. tijd).

Antw. N. Breedte = 52°30'36". O. Lengte = 5°11'22".

34. Den 15[den] Augustus 18.., op 153°45' W. L., met het oog 13 Rijnl. voet boven water, naar gissing des morgens te $10^u57'45''$ en des namiddags te $2^u32'45''$ middelbaren tijd aan boord, heeft men de onderrandshoogten van de zon gemeten 60°4'10" en 46°33'30". Indien het schip tusschen de waarnemingen om de NW koerst met 8 mijls vaart per wacht en de zon bij de eerste waarneming OZO gepeild wordt, vraagt men de Breedte der tweede waarnemingsplaats benevens den middelbaren tijd aldaar, onder het in acht nemen van de verandering der declinatie en der tijdvereffening.

15 Aug. te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 14°0'47",4 . . . in 1^u verand. = — 47",27
„ „ „ „ Tijdvereff. = 4'13",59 „ „ = — 0",494
(Aftrekken van den middelb. tijd).

Antw. N. Breedte = 41°4'26". Middelb. tijd = $2^u39'7''$.

35. Den 22[sten] Junij 18.., zijn des voormiddags de volgende waarnemingen verrigt met een sextant, die + 4'30" index-correctie heeft:

aanw. tijdmeter = $7^u23'24''$ . . . . ⊙ hoogte = 56°32'40"
„ „ = $8^u28'45''$ „ „ = 60°24'20".

Indien de tijdmeter den 16[den] Junij $2^u51'56'',5$ na is op den middelbaren tijd te Greenwich, op den middag aldaar, en 9",32 per dag vertraagt, vraagt men de Breedte en de Lengte van de waarnemingsplaats. De gegiste O. Lengte bedraagt 5°26' en de kimduiking 4'.

22 Junij te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 23°26'57",3 in 1^u verand. = — 0",31
„ „ „ Tijdvereff. = 1'42",79 „ „ = + 0",54
(Aftrekken van den middelb. tijd).

Antw. N. Breedte = 52°34'18". O. Lengte = 5°26'19".

VIERDE HOOFDSTUK.

TIJDMETERS.

Tijdmeters of chronometers zijn uurwerken, die met de meeste zorg bearbeid, dagen en maanden achtereen den tijd van eene bepaalde plaats met juistheid moeten aanwijzen, of liever, die ten allen tijde den gebruiker in de gelegenheid moeten stellen, om dien tijd met juistheid uit hunne aanwijzing te kunnen afleiden. Tot dat einde bezitten zij eene eigenaardige inrigting, welke eenigzins afwijkt van die der gewone uurwerken en waardoor zij o. a. slechts in geringe mate door afwisseling van temperatuur worden aangedaan. Tijdmeters worden, even als gewone zakuurwerken, gedreven door eene veer, die zich ontspant, en bestuurd door eene onrust, welke laatste bij tijdmeters den naam van balans draagt.

I. DE INRIGTING VAN TIJDMETERS.

Het werk van een tijdmeter is besloten tusschen twee platen *AA* en *BB*, fig. 197, de stellingen of platinen genoemd, die op den behoorlijken afstand van elkander worden gehouden door de pilaren of pooten *CC*. De veer, die, zooals gezegd is, het uurwerk drijft, bestaat uit een platten reep staal van zekere lengte, die tot eene spiraal is bewerkt. Zij is gewoonlijk met acht omgangen besloten in eene trommel *T* en aan de binnenzijde daarvan met het buitenuiteinde bevestigd, terwijl het binnenuiteinde of de krul van de veer verbonden is met eene as *Z*, de arbre genoemd, die in de stelling *AA*, door middel van het palrad *Y* en den pal *X* vast staat. Draait men dus de trommel in zekere rigting om de as *Z*, dan zal de veer gespannen worden,

terwijl de laatstgenoemde de trommel denzelfden weg terugvoert, als men deze daarna aan zich zelve overlaat.

Het spannen van de veer geschiedt door middel van den snek *D*. Deze is een kegelvormig, om zijne as *W* beweegbaar ligchaam, dat door een uit vele geledingen zamengestelden, stalen ketting met de trommel der veer verbonden is. Genoemde ketting is daartoe met het eene einde in eene opening van de trommel gehaakt, vervolgens eenige malen daarom gelegd en met het andere uiteinde aan den snek bevestigd. Draait men den snek volgens de rigting van den pijl *M* met behulp van een sleutel, die over het vierkante uiteinde van de as *W* gestoken wordt, dan zal de ketting op den snek gewonden, de trommel omgedraaid en mitsdien de veer gespannen worden. Omgekeerd zal nu ook de ontspanning der veer den snek denzelfden weg terugvoeren en het snekrad *V*, dat met den snek door eene bijzondere inrigting verbonden is, in beweging brengen, welk rad op zijne beurt, die beweging aan het geheele werk mededeelt.

In fig. 198 is het werk van een tijdmeter in doorsnede afgebeeld. De snek *D* werkt door het snekrad *V* op het rondsel *K* en brengt daardoor de spil *S* en het minuutrad *L* in beweging. Het rad *L* werkt door het rondsel *M* op het rad *N*, dat op zijne beurt door het rondsel *O* het secunderad *P* in beweging brengt. Eindelijk brengt het rad *P* door het rondsel *Q* de beweging over op het rad *R*, het schakel- of echappementsrad genoemd.

De secundewijzer *E* sluit met een busje om de spil, waaraan het rondsel *O* en het rad *P* zijn bevestigd.

De overige raderen dienen om den minuut- en den uurwijzer in beweging te brengen. Om zich van de werking dier raderen een denkbeeld te vormen, denke men zich de spil *S* tot in *f* verlengd. Om het bovengedeelte van die spil sluit met eenige wrijving eene bus, de minuutpijp genoemd, waaraan het rondsel *a* is bevestigd. Over het vierkante uiteinde van de minuutpijp steekt men den minuutwijzer *G*. Werkt de snek, dan doet *V* de spil *S* draaijen, welke beweging zich ten gevolge van de wrijving aan de minuutpijp en den minuutwijzer mededeelt. Draait men echter den minuutwijzer met de hand door middel van een sleutel, dien men over het vierkante uiteinde van de minuutpijp steekt, dan draait alleen de laatstgenoemde, dewijl zij alleen met wrijving om hare spil *f* sluit en dus beweegbaar is.

De uurwijzer *H* sluit om het boveneinde van een hollen cilinder *e*, de uurbus genoemd, die met eenige speling de minuutpijp omvat. De uurbus rust aan den onderkant met het uurrad *d* op het rondsel *a* van de minuutpijp. Door middel van het wisselrad *b* en het rondsel *c* deelt *a* zijne beweging aan *d* en dus ook aan den uurwijzer mede.

Ofschoon het uurwerk, bij het gebruik van den snek, waarvan wij

de inrigting nader zullen leeren kennen, op zeer weinig na, door eene gelijkmatige kracht gedreven wordt, zoo is het er echter verre af, dat de wijzers zich met eene eenparige snelheid bewegen, dewijl, zooals men weet, eene voortdurend werkende kracht, zooals die van de veer, nimmer eene gelijkmatige snelheid kan geven. Deze beweging nu wordt verkregen door een afzonderlijk slingerend stuk, dat den naam van balans draagt. De balans *o*, fig. 197, en *C*, fig. 198, gedreven door eene afzonderlijke veer, de spiraalveer *E*, fig. 197, en *I*, fig. 198, breekt namelijk met eenparige snelheid de beweging van het raderwerk af en maakt, dat de wijzers zich met kleine sprongen verplaatsen, welke sprongen echter steeds in denzelfden tijd geschieden. De balans werkt echter niet onmiddellijk op het laatste of schakelrad, maar wordt daarmede in verband gebragt door middel van het echappement, dat wij hierna zullen beschouwen.

Het geheele werk van den tijdmeter is besloten in eene koperen doos en gedekt door een stevig glas, dat in een koperen rand gevat, waterdigt op de doos geschroefd moet worden. De doos is verder, naar de wijze van CARDANUS, opgehangen in beugels, in eene houten kist, zoodanig, dat de wijzerplaat boven is. Door deze inrigting zal de balans, bij eene stampende of slingerende beweging van het schip, horizontaal blijven, hetgeen voor eene goede werking van het uurwerk een hoofdvereischte is.

Elke tijdmeter ontvangt van den maker een nummer, dat met diens naam op de wijzerplaat wordt gevonden. Onderling worden de tijdmeters door die nummers en namen van elkander onderscheiden, terwijl die van de Koninklijke Nederlandsche Marine bovendien een doorloopend marine-nummer hebben, waarmede zij meestal worden aangeduid.

Gaan wij thans over tot eene nadere beschouwing van de voornaamste deelen, waaruit het werk van een tijdmeter bestaat.

a. DE SNEK.

De ronde, kegelvormige oppervlakte van den snek is min of meer ingebogen en voorzien van eene spiraalsgewijze oploopende groef, ten einde bij het opwinden van het uurwerk den ketting te ontvangen. Door die kegelvormige gedaante wordt de ongelijkmatige werking der veer gewijzigd en het rad *V* met eene nagenoeg standvastige kracht rondgevoerd. De kracht, die de veer uitoefent, hangt namelijk af van hare spanning, en is dus het grootst als de veer geheel is opgewonden. Bij de ontspanning der veer moet dus ook de kracht, die zij uitoefent, afnemen, en zal het rad *V* in den aanvang meer snelheid erlangen dan later. Is echter de ketting geheel op den snek gewonden en de spanning der veer alzoo het grootst, dan werkt de ketting bij het afloopen

der veer op het dunste gedeelte van den snek en wordt de werking op het rad *V* met een betrekkelijk kleinen hefboomsarm overgebragt. Allengs groeit onder het afloopen de hefboomsarm aan, en naar mate de werking der veer afneemt, wordt de uitwerking op het rad *V* grooter. Denkt men zich nu de afmetingen van den snek zoodanig gekozen, dat het verlies aan de eene zijde, opweegt tegen de winst aan de andere, dan zullen ook de tanden van het rad *V*, steeds met dezelfde kracht, de overige raderen van het uurwerk drijven.

Het rad *V* is niet onmiddellijk aan den snek bevestigd, maar door eene bijzondere inrigting daarmede verbonden, dewijl anders het omdraaijen van den snek, bij het opwinden, den stilstand en den teruggang van het geheele werk zoude veroorzaken. De inrigting is voorts zoodanig geregeld, dat het uurwerk, onder het opwinden, zonder de minste stoornis kan blijven doorloopen.

Om van een en ander eene duidelijke voorstelling te geven, is in fig. 199 de snek afzonderlijk afgebeeld. In die figuur is *K* het eigenlijke ligchaam van den snek. Het is verbonden met de as *W* en heeft aan den onderkant een getand rad *U*. Tot de verbinding van het rad *V* met *K*, dient een ander getand rad *S*. Dit rad is voorzien van twee pallen *bb*, welke pallen door veertjes *cc* worden opgehouden; ter hoogte van het punt *d* bevindt zich in het rad *S* eene opening. Schuiven wij nu de genoemde deelen op elkander, dan vatten de pallen *bb* in de tanden van het rad *U* en worden door de veertjes *cc* tegengehouden, terwijl verder de opening *d* de pen *a* van de veer *R* ontvangt, welke veer in het punt *Q* met het rad *V* verbonden is. Aldus op elkander geschoven, wordt de as *W* met een pennetje aan den onderkant van het rad *V* opgesloten. Deze opsluiting verhindert de werking der genoemde deelen niet, maar belet alleen dat zij van elkander wijken. De geheele toestel werkt nu op de volgende wijze.

De ontspanning der veer windt den ketting van den snek *K* af en doet dezen in de rigting van den pijl *P*, zie ook fig. 200, draaijen. Het rad *U* stuit tegen de pallen *bb* en voert ook het rad *S* mede; de pal *O* wordt opgeligt en belemmert dus de werking niet. Door het rondgaan van *S* wordt de veer *R* gespannen en bijgevolg ook het rad *V* rondgevoerd. Om het uurwerk op te winden, draait men de as *W*, zooals gezegd is, in de rigting van den pijl *M*. Hierdoor deelen *K* en het rad *U* in die beweging; doch de pallen *bb* wijken, en alleen het bovenste gedeelte van den snek zal dus gedraaid worden. Op hetzelfde oogenblik echter vat de pal *O*. Dewijl de veer *R* gespannen is, zoo wordt zij door den pal *O* in dien toestand gehouden en klaarblijkelijk zal, dewijl het vereenigingspunt *a* van *S* en *V* niet kan teruggaan, het vaste punt *Q* naar *a* getrokken worden, of, wat op hetzelfde neerkomt, *V* zal in den vorigen zin blijven draaijen. Voor dat de spanning van

de veer *R* is uitgeput, ondervindt de snek *K* weder de uitwerking van de inmiddels opgewonden groote veer. Het rad *U* wordt weder rondgevoerd, de pallen *bb* grijpen, *a* wordt weder als vroeger door *S* rondgetrokken en de veer *R* krijgt hare vroegere spanning terug.

Is de ketting nagenoeg op den snek gewonden, dan schuift hij langs een veerend armpje, waarop een stuk staal is bevestigd, dat den naam van stuiting draagt. Draait men den snek nu nog verder om, dan komt de genoemde stuiting weldra tegen het uitstekend gedeelte *o* van den bovenkant van den snek, en belet alzoo het verder omdraaijen daarvan. Daalt de ketting door het afloopen van de veer, dan zakt de stuiting, en de snek wordt weder vrij. Deze inrigting heeft ten doel om het breken of onklaar loopen van den ketting te voorkomen.

b. DE BALANS.

Over het algemeen bestaat de balans uit een metalen wieltje, dat om eene ligte as of spil, die door zijn middelpunt gaat, kan bewegen. In eene verdikking van die spil, de spiraalrol geheeten, is met eene pen het eene uiteinde van eene fijne stalen, soms ook gouden spiraalveer vastgeklemd, waarvan het andere uiteinde op dezelfde wijze is bevestigd aan een afzonderlijk stuk, dat met de stelling is verbonden, en waarin een der tappen van de spil komt te rusten.

Denkt men zich de balans in rust, dan zal de spiraalveer, wanneer het wieltje naar de eene of andere zijde om zijne spil wordt bewogen, meer in- of uitgedraaid worden en alzoo eene misvorming ondergaan, die de veer door hare veerkracht herstelt, zoodra de oorzaak van de beweging van het wieltje heeft opgehouden. Laat men dus het wieltje daarna aan zich zelf over, dan wordt het teruggevoerd, doch op het oogenblik, waarop de spiraalveer haren evenwigtsstand herneemt, heeft het wieltje eenige snelheid verkregen, en brengt door zijne traagheid de spiraalveer thans aan den anderen kant uit den evenwigtsstand. Weldra is echter de beweging van het wieltje uitgeput, dewijl de spiraalveer door hare veerkracht aan die beweging meer en meer tegenstand biedt. De veer tracht weder tot haren evenwigtsstand terug te keeren, voert het wieltje terug, en er bestaat op die wijze eene oscillerende beweging, die geen einde zoude nemen, indien de tegenstand van de lucht, de wrijving, enz. geene stoornis daarin te weeg bragten.

Zal de balans aan haar doel beantwoorden, dan moet hare beweging eenparig zijn. Deze voorwaarde behoort bij de inrigting van de balans wel in het oog te worden gehouden, en wij willen dus de storende invloeden nagaan, waaraan de balans van een tijdmeter bij hare werking is blootgesteld, en tevens doen zien, op welke wijze men getracht heeft die invloeden zoo onschadelijk mogelijk te maken.

Onder de bedoelde storende invloeden moeten gerekend worden:

1°. uitwendige schokken van den tijdmeter;

2°. wrijving van de spil in hare tappen;

3°. temperatuursverandering.

1°. Dewijl het wieltje van de balans bij tijdmeters een horizontalen stand heeft, zoo zullen alle schokken, die niet juist vertikaal worden aangebragt, in de beweging van het wieltje storing veroorzaken. Men tracht die storing tegen te gaan of althans zoo gering mogelijk te maken, door de balans minstens vier slingeringen per secunde te laten doen. Voor zakuurwerken, die aan grootere schokken dan de tijdmeters zijn blootgesteld, behoort de balans eene nog grootere snelheid te bezitten.

2°. De wrijving, die de spil der balans ondervindt in de tapgaten, waarin zij draait, hangt af van den vorm der tappen, van de zuiverheid der tapgaten en van de deugdelijkheid der olie, die tot het bevochtigen der tappen gebezigd wordt. De wrijving wordt verminderd:

a. door de middellijn der tappen zoo klein te maken als de stevigheid toelaat;

b. door de tappen goed te harden en zuiver te polijsten;

c. door de tapgaten in robijn of saphier te snijden;

d. door de uiteinden der spil op een goed vlak geslepen diamant te laten rusten;

e. door zeer deugdzame olie te bezigen, die door koude niet verdikt, noch door warmte te vloeibaar wordt;

f. door de spiraalveer zoodanig aan te hechten, dat de tappen zoo min mogelijk zijdelings tegen de tapgaten gedrukt worden.

Eene groote bewegingshoeveelheid der balans doet de wrijving ligter overwinnen, dan eene kleine.

3°. Zooals bekend is, zetten alle metalen door de warmte uit en krimpen zij daarentegen in, als de temperatuur afneemt. Ook de balans en de spiraalveer zullen bij temperatuursverandering eene wijziging in gedaante en de laatstgenoemde bovendien eene verandering in veerkracht ondergaan. Stijgt namelijk de temperatuur, dan wordt de eerstgenoemde vergroot en de laatstgenoemde verlengd, terwijl hare veerkracht vermindert, waarvan de gezamenlijke uitwerking zal wezen, dat de schommelingen der balans langzamer geschieden, en het uurwerk dus langzamer zal loopen.

Bij daling van de temperatuur daarentegen, wordt de balans korter en meer veerkrachtig. De schommelingen worden dus sneller, en het uurwerk zal harder loopen. De invloed, dien de temperatuursverandering op den gang van het uurwerk uitoefent, is niet gering te achten. Zoo bragt eene verandering in de temperatuur van 1° RÉAUMUR, bij een zeer goeden tijdmeter, die met voordacht van eene gewone balans was voorzien, eene verandering in den dagelijkschen gang te weeg van 14″,

en het spreekt dus wel van zelf, dat men reeds lang naar een middel heeft uitgezien, om den bedoelden invloed zoo mogelijk onschadelijk te maken. Vrij wel wordt dat doel bereikt door de balans te vervaardigen uit twee verschillende metalen, waarvan de uitzetting ongelijk is. Ziehier op welke wijze eene zoodanige balans is zamengesteld.

Zij in fig. 201 *bb* een holle stalen cilinder met stalen bodem. Denken wij ons dien cilinder sterk verhit en onder bijvoeging van een weinig borax omgeven door een koperen cilinder zonder bodem, dan zal het koper, zoodra het eenigzins vloeibaar wordt, zich aan het staal vasthechten, zoodat de beide cilinders, na bekoeld te zijn, als het ware aan elkander gesoldeerd, een geheel uitmaken. Vijlt men daarna de gearceerde segmenten *cc* en de stukken *aa* van den rand weg, dan zal men de compensatie-balans verkrijgen, zooals die in fig. 202 is afgebeeld. In deze figuur zijn nu *bb* bogen uit twee metalen zamengesteld, *ff* twee koperen blokjes, de compensatie-gewigten genoemd, die langs de bedoelde bogen kunnen worden verschoven en *ee* twee schroeven, die den gang van den tijdmeter regelen, onafhankelijk van de compensatie. Met behulp van de genoemde schroeven wordt namelijk het moment van traagheid der balans verminderd of vermeerderd, naar gelang dat zij meer in- of uitgeschroefd worden, en zal dus de balans in het eerste geval sneller, in het tweede minder snel schommelen. De compensatie werkt op de volgende wijze. Bij toeneming van temperatuur zal het buitenste metaal, het koper, zich meer uitzetten dan het staal, en de boogjes zullen eene sterkere kromming erlangen. Neemt daarentegen de temperatuur af, dan heeft het omgekeerde plaats, en de compensatie-gewigten *ff* zullen dus in het eerste geval digter bij het middelpunt der balans gebragt worden, in het tweede geval daarentegen zich daarvan verwijderen. De verhooging der temperatuur, die alzoo zou strekken, zooals wij vroeger zagen, om het uurwerk te doen vertragen, brengt de slingerpunten door het sterker krommen der bogen digter bij de as, waardoor de schommelingen der balans versneld zullen worden, en men zal zich de compensatie-gewigten zoodanig op de boogjes geplaatst kunnen denken, dat de stoornis, die de temperatuursverhooging in den gang van het uurwerk zou te weeg brengen, door de voornoemde werking der bogen wordt opgeheven, zoodat de slingertijd der balans onveranderd blijft.

Bij daling van de temperatuur zou de balans, zooals wij vroeger opmerkten, sneller schommelen, doch die daling is tevens oorzaak, dat de compensatie-gewigten zich van de as verwijderen, zoodat de snelheid der balans kleiner wordt. Wederom zal er door het verschuiven der genoemde blokjes langs de boogjes een punt kunnen worden aangetroffen, waarop het verlies aan de eene zijde tegen de winst aan de andere zijde opweegt, en dus de slingertijd der balans niet verandert.

In plaats van de compensatie-gewigten, gebruikt men tegenwoordig veelal schroefjes, die op verschillende plaatsen in daartoe bestemde gaatjes kunnen geschroefd worden. Deze gaatjes, ten getale van 10 à 20, zijn op onderling gelijken afstand over de boogjes verdeeld. Door middel van deze schroefjes kan de regeling der compensatie gemakkelijker geschieden, dan met behulp van de gewigten, en men geeft daarom thans aan het gebruik der schroefjes de voorkeur.

Het plaatsen van de gewigten of schroefjes, om de compensatie te regelen, geschiedt door proefnemingen, en meestal zorgt de chronometermaker, dat de balans bij zeer lage en zeer hooge temperaturen goed compenseert. Voor de tusschenliggende temperaturen compenseert de balans nooit volkomen. De pogingen, die men heeft aangewend, om deze zoogenaamde secundaire-compensatie op te heffen, hebben tot steeds nieuwe inrigtingen der balans geleid, zonder dat men echter daarin tot nu toe volkomen is geslaagd.

Dent geeft daartoe aan de balans nog twee boogjes van verschillende metalen, die kleiner en ligter zijn dan de vroeger genoemde en buiten deze worden aangebragt. De metalen van die hulpboogjes zijn juist omgekeerd genomen van de andere, zoodat hierbij het koper binnen en het staal buiten komt te liggen. Platina schroefjes regelen in deze boogjes de compensatie, terwijl twee gewigten op de groote boogjes zulks bewerkstelligen.

Zal de balans goed werken, dan moet haar zwaartepunt juist in hare as of spil vallen. De boogjes moeten dus volkomen concentriek zijn, hetzelfde gewigt en dezelfde dikte en lengte hebben; terwijl de compensatie-blokjes of schroefjes hetzelfde gewigt moeten bezitten, en juist diametraal over elkander behooren te staan.

De inrigting der balans, zooals die hier kortelijk is beschreven, is eene der eenvoudigste en meest gebruikelijke. Elke chronometermaker brengt echter daarin wijzigingen aan, die de eene meer, de andere minder aan het doel beantwoorden.

4°. De balans ondervindt bij hare beweging tegenstand van de lucht. Verandert de digtheid van de lucht, dan zal ook de weerstand, dien zij biedt, veranderen, en de schommelwijdten van de balans kunnen mitsdien onder alle omstandigheden niet even groot zijn. Zooals wij hierna zien zullen, behoort de spiraalveer zoodanig te zijn ingerigt, dat dit bezwaar grootendeels wordt opgeheven.

c. DE SPIRAALVEER.

De spiraalveer, waarvan de bestemming is, om de balans te drijven, is eene veer van zeer deugdzaam staal, die cilindervormig opgerold, over hare geheele lengte volkomen dezelfde dikte en hoogte heeft. Om eene

veer dien vorm te geven, wordt de reep staal om een cilinder in eene spiraalsgewijze oploopende groef gewonden, glashard gemaakt en daarna tot de blaauwe kleur ontlaten.

De spiraalveer is een zeer gewigtig deel van het uurwerk. Neemt men namelijk in aanmerking, dat de olie, waarmede de verschillende deelen van een tijdmeter bevochtigd worden, na verloop van tijd verdikt, dat hierdoor de wrijving toeneemt en mitsdien de schommelwijdte der balans kleiner wordt, naar gelang dat het uurwerk langer geloopen heeft, terwijl, zooals wij opmerkten, een veranderlijke tegenstand der lucht de schommelwijdte der balans wijzigt, dan moeten nogtans de schommelingen der balans, zij mogen groot of klein zijn, steeds in denzelfden tijd geschieden, opdat het uurwerk regelmatig loope. Men noemt dit het isochronismus van de schommelingen der balans.

Pierre le Roy ontdekte, dat wanneer de spiraalveer zeer kort is, kleine schommelingen meer tijd behoeven dan groote; en omgekeerd, dat bij eene zeer lange spiraalveer de kleine schommelingen minder tijd behoeven dan de groote. Binnen deze grenzen nu, zal men zich eene lengte der spiraalveer kunnen denken, waarbij de schommelingen der balans, zij mogen groot of klein zijn, steeds in denzelfden tijd geschieden, en om dus het verlangde isochronismus te verkrijgen, zal men slechts door proeven de lengte der spiraalveer hebben te bepalen, waarbij de genoemde overeenkomst plaats heeft. Vindt men bij voorbeeld, dat de groote schommelingen in minder tijd geschieden dan de kleine, dan moet de spiraalveer een weinig verkort worden en omgekeerd.

Deze proefnemingen kunnen dan alleen geschieden, als het geheele werk van den tijdmeter in elkander is gezet. Windt men het uurwerk op, dan kan men daarna met behulp van de as Z, fig. 197, de spanning van de groote veer wijzigen en men zal dus groote, gemiddelde en kleine schommelwijdten der balans kunnen verkrijgen, naar gelang dat men die veer meer of minder spant. Laat men dan het uurwerk in eene middelmatige, doch standvastige temperatuur loopen, dan moet de gang in hetzelfde tijdvak, voor die verschillende spanningen der groote veer dezelfde blijven, als de spiraalveer hare behoorlijke lengte heeft. Is zulks niet het geval, dan overtuigt men zich ligtelijk in welken zin de wijziging der drijfkracht invloed uitoefent, waardoor dan van zelf wordt aangewezen of de spiraalveer te lang dan wel te kort is.

De groote lengte, die de spiraalveer hierdoor behoort te hebben, maakt het verkieslijk haar den vorm van een cilinder te geven, omdat het zou kunnen gebeuren, als de omgangen der spiraal in een plat vlak lagen, zooals bij de gewone horologiën het geval is, dat zij elkander raakten, en daardoor stoornis in de behoorlijke werking der veer te weeg bragten.

Het isochronismus kan, behalve door de lengte der spiraalveer, ook nog door haren vorm worden verkregen. F. Berthoud ontdekte, dat

het isochronismus der schommelingen van de balans ook bereikt wordt, als men de spiraalveer verdunnend laat uitloopen en haar dus een vorm en fouet geeft. De vervaardiging van eene dergelijke veer is echter zoo moeijelijk, dat men aan de eerste methode ter bereiking van het isochronismus de voorkeur geeft.

Nog wordt het isochronismus bevorderd, door de balans zeer groote bogen te doen doorloopen. Door de inrigting van het vrije echappement, dat wij hierna zullen leeren kennen, is men in staat de balans 450° te laten doorloopen, waardoor zij eene groote bewegingshoeveelheid erlangt en tevens minder door uitwendige schokken in hare beweging wordt aangedaan.

Is de spiraalveer nieuw, dan openbaart zij het verschijnsel, dat zij door hare beweging in de lucht harder wordt. De chronometermakers hebben dan ook de gewoonte om de spiraalveer aanvankelijk niet de lengte te geven, waardoor het isochronismus volkomen bereikt wordt, maar haar een weinig langer te maken, opdat de groote schommelingen iets langzamer zouden geschieden.

d. HET ECHAPPEMENT.

De balans wordt in verband gebragt met de raderen en dus ook met de drijfkracht van het uurwerk, door middel van het echappement.

Het echappement telt het aantal schommelingen, die de balans maakt, en geeft haar de snelheid terug, die zij door de wrijving, den tegenstand der lucht, enz. verliest.

Bij tijdmeters wordt alleen gebezigd het zoogenaamde vrije echappement. De inrigting van dit deel van het werktuig, naar den uitvinder, die van EARNSHAW genoemd, is in fig. 203 afgebeeld. Daarin is A het laatste of schakelrad, ook wel echappements- of gangrad genoemd, B de as of spil der balans, C eene verdikking of schijf op die as en zijn b en D nokjes van agaat of robijn. Verder is EE eene zeer buigzame, dunne veer, de vangveer genoemd, in H aan de stelling van het uurwerk bevestigd, en voorzien in G van een steen e, waardoor de tanden van het schakelrad worden opgehouden. Op de vangveer EE bevindt zich eene andere, insgelijks zeer elastische veer F, die tegen het omgebogen uiteinde van EE rust, en den naam van uitligtingsveer draagt.

De werking van het echappement is eenvoudig. De groote veer drijft het schakelrad in de rigting van den pijl P, doch, dewijl de tand I den ruststeen e ontmoet, heeft er een stilstand in het werk plaats. Slingert nu op dat oogenblik de balans in de rigting van den pijl O, dan zal de uitligtingsveer F, als de steen b haar ontmoet, wijken en de balans zal hare schommeling vrij volbrengen, totdat de spiraalveer, die

beweging stuit en daarna omkeert. Keert de balans vervolgens denzelfden weg terug, dan ontmoet de steen *b* andermaal de veer *F*, doch deze kan nu niet wijken zonder de vangveer *EE* weg te drukken. Hierdoor wijkt de ruststeen *e*, en het schakelrad herneemt zijne beweging. Naauwelijks is echter de steen *b* de veer *F* voorbij, of *EE* en *F* hernemen hun stand en *EE* vangt den volgenden tand *N* weder op, zoodat er blijkbaar bij elke dubbele schommeling, die de balans maakt, een gedurig afbreken van de beweging van het uurwerk plaats heeft.

Te gelijker tijd met het ontsnappen van den tand *I*, raakt de tand *K* den grooten steen *D* even aan en geeft door zijne beweging aan de balans de snelheid terug, die zij door de wrijving, den tegenstand der lucht en dien der veertjes heeft verloren.

De veer *EE* kan zich vrij naar de linkerhand bewegen; doch herneemt zij haren stand, nadat de steen *b* haar heeft doen uitwijken, dan wordt zij daarin bepaald door den kop van de schroef *L*, zoodat de stand van den ruststeen *e* ten opzigte van het schakelrad, de rust genoemd, steeds dezelfde is. De schroef *L* behoort op zoodanige wijze de veer *EE* tegen te houden, dat er geene trillingen in die veer ontstaan, dewijl anders het opvangen van de tanden van het rad *A* soms zou kunnen mislukken.

De benaming van het vrije echappement wordt aan deze inrigting gegeven, dewijl de balans geheel vrij slingert, uitgenomen gedurende het zeer kleine oogenblik, waarop de tand van het schakelrad den steen *D* aanraakt.

e. HET RADERWERK.

Zal het uurwerk met juistheid den tijd meten, dan moet de drijfkracht en de inrigting, waardoor hare werking geregeld wordt, zoodanig bepaald zijn, dat de uurwijzer *H*, fig. 198, de wijzerplaat juist in 12 uren en de minuutwijzer *G* die in 1 uur doorloopt, terwijl de spil van den secundewijzer *E* juist in ééne minuut moet ronddraaijen. Bovendien is het wenschelijk, dat de balans 240 schommelingen in de minuut, of 14400 per uur maakt, en dat de tijdmeter 36 uren, zonder dat hij behoeft opgewonden te worden, kan doorloopen.

Met het oog op bovenstaande voorwaarden, kunnen de raderen en rondsels het navolgende aantal tanden hebben. Men geve het snekrad *V* 96 en het rondsel *K* 16 tanden, dan zal de minuutwijzer *G*, die door de minuutpijp met de spil *S* is verbonden, 6 maal ronddraaijen in den tijd, waarin het rad *V* of de snek eenmaal rondgaat. Volbrengt dus de minuutwijzer zijne omwenteling juist in één uur, dan zal de snek daaraan 6 uren besteden, en bijaldien er 6 slagen van den ketting om den snek

liggen, als de tijdmeter is opgewonden, zal de tijdmeter 6 × 6 = 36^u achtereen doorloopen.

Zooals wij gezien hebben, is de uurwijzer *H* door middel van de uurbus, waardoor de minuutpijp heenloopt, verbonden met het uurrad *d*, terwijl het rondsel *a*, dat aan de minuutpijp is bevestigd, door middel van het wisselrad *b* en het rondsel *c* op het bedoelde rad *d* werkt. Geeft men nu *a* of het rondsel van de minuutpijp 12, het wisselrad *b* 48, het rondsel *c* 16 en het uurrad *d* 48 tanden, dan zal gedurende den tijd, waarin *a* eenmaal rondgaat, *b* $\frac{12}{48} = \frac{1}{4}$, en dus ook *c* $\frac{1}{4}$ omwenteling maken, en dewijl de verhouding der tanden van *c* tot die van *d* als 1 tot 3 is, zal *d* in dien tijd $\frac{1}{12}$ omwenteling volbrengen. De verhouding tusschen de snelheden van den uurwijzer en den minuutwijzer is dus, zooals het behoort, als van 1 tot 12.

Heeft het minuutrad *L* 90, en het rondsel *M* 12, het derde rad *N* 80 en het rondsel *O* 10, het secunderad *P* 80 en het rondsel *Q* 8 tanden, dan is de verhouding tusschen de snelheden van de overige spillen als volgt: Gedurende den tijd, waarin het rad *L* eene omwenteling maakt, dus in één uur, maakt *M* er $\frac{90}{12} = 7\frac{1}{2}$. De verhouding tusschen *N* en *O* 8 zijnde, zal dus *O* in dien tijd $7\frac{1}{2} \times 8 = 60$ maal rondgaan, en dewijl de secundewijzer met de spil is verbonden, waaraan het rondsel *O* is bevestigd, zoo heeft die spil juist de snelheid, die de secundewijzer moet bezitten.

Geeft men voorts aan het rad *P*, dat aan de spil van den secundewijzer bevestigd is, 80, en aan het rondsel *Q* 8 tanden, dan zal, dewijl *O* en dus ook *P* in één uur 60 maal rondgaat, *Q* in dien tijd 60 × 10 = 600 omwentelingen volbrengen.

Het aantal tanden, dat het schakelrad *R* onder de gegeven omstandigheden moet bezitten, is ligtelijk te berekenen. De balans moet namelijk twee schommelingen maken, opdat een tand van het genoemde rad zal kunnen ontsnappen. Kent men dus het aantal omwentelingen, dat *Q* en dus ook *R* in den tijd van één uur maakt, dan zal men dit slechts in het halve aantal schommelingen van de balans in dat tijdvak hebben te deelen, om het aantal tanden van het schakelrad te verkrijgen. Nu is boven gevonden, dat het aantal omwentelingen van *R* in 1 uur 600 bedraagt, terwijl het halve aantal schommelingen der balans in dat tijdvak 7200 is, en wij vinden dus:

$$\text{aantal tanden van } R = \frac{7200}{600} = 12.$$

Nog zal men opmerken, dat wanneer *O* en dus de secundewijzer éénmaal is rondgegaan, daarmede $\frac{1}{60}$ van één uur, dat is ééne minuut is verloopen. In dien tijd gaat *R* 10 maal rond, en er zullen dus 120 tanden van het schakelrad in het genoemde tijdvak ontsnappen. Telken

reize dat er een tand door het echappement wordt opgehouden, wordt de secundewijzer op eene hoorbare wijze in zijne beweging gestuit, en men zal dus 120 tikken in de minuut kunnen waarnemen. Is er dus op de wijzerplaat eene verdeeling in 60 gelijke deelen onder den secundewijzer aangebragt, dan zal men geheele en halve secunden daarop kunnen aflezen.

Eene kleinere soort van zee-uurwerken, naar dezelfde beginselen als de tijdmeters gemaakt, zijn de zak-tijdmeters, aldus genoemd ter onderscheiding van de grootere, die den naam van doos-tijdmeters dragen. Zij worden meestal in met laken gevoerde doosjes medegenomen en als waarnemings-horologiën gebezigd.

Onder de laatste benaming verstaat men horologiën, die, met meer zorg gemaakt dan de gewone zakuurwerken, meestal eene compensatie-onrust of balans bezitten. Zij dienen om den tijd op te teekenen bij waarnemingen, wanneer men dien niet regtstreeks op den tijdmeter kan aflezen. Het gebruik van een ouden afgekeurden tijdmeter is echter in dat geval, boven dat der waarnemings-horologiën te verkiezen. De zak-tijdmeters zijn gewoonlijk door hunne meerdere dikte van de waarnemings-horologiën te onderkennen.

II. DE BEHANDELING VAN TIJDMETERS.

a. VOORZORGEN BIJ HET VERVOER VAN TIJDMETERS.

Bij het vervoer van tijdmeters, moeten zij, door middel van de daartoe voorhanden inrigting, in de beugels worden vastgezet. De tijdmeters behooren in buitenkisten te worden gesloten, die met veerkrachtige kussens gevuld zijn. De riem, waarmede die kist voorzien is, behoort zoo sterk te zijn, dat men daaraan den tijdmeter veilig kan dragen. Bij het verdragen van den tijdmeter zorge men aan de kist geene draaijende beweging te geven, maar haar zoo mogelijk stil te houden, opdat de horizontaal liggende balans geene stoornis in hare beweging ondervinde.

Moet het vervoer naar eene plaats geschieden, die op grooten afstand ligt van de plaats, alwaar de tijdmeter zich bevindt, dan behoort het vervoer te water plaats te hebben. In spoed vereischende gevallen, en wanneer men slechts een enkelen tijdmeter heeft over te brengen, kan dit in spoorwagens geschieden, mits men daartoe een rijtuig der 1e klasse bezige. Het vervoer in gewone rijtuigen op straatsteenen is zeer nadeelig en moet altijd vermeden worden. Heeft men meer dan een enkelen tijdmeter te vervoeren, dan is het doelmatig, de tijdmeters in eene groote kist te pakken en die door twee man te laten dragen. Zes

tijdmeters worden op die wijze gemakkelijk en zonder nadeel vervoerd. Bij het overbrengen van tijdmeters in sloepen, moeten zij steeds in de hand gehouden worden. Men steke dan onder den riem der kist een stuk hout en laat dit door twee personen vasthouden. Brengt men op deze wijze een zeker aantal tijdmeters over, dan heeft men acht te geven, dat de kisten niet tegen elkander stooten. Zoo min mogelijk late men de kisten schommelen.

b. PLAATSING VAN DE TIJDMETERS AAN BOORD.

De tijdmeters moeten aan boord daar geborgen worden, waar de beweging van het schip zich het minst laat gevoelen en waar de gelijkmatigste temperatuur heerscht. Op de meeste schepen worden zij in de kajuit geplaatst. Ofschoon die plaats, wat de beweging van het schip aangaat, minder gunstig is te noemen, zoo geeft zij echter aan den anderen kant het voordeel, dat de tijdmeters onder gestadig toezigt zijn, dat zij onder het bereik vallen, enz.

De tijdmeters behooren in een afzonderlijk staand kastje, in de buitenkist, op zaagsel, paardenharen kussens of eene andere veerkrachtige stof te staan, opdat de trillende of stootende beweging van het schip zoo min mogelijk zich aan het werk kunne mededeelen. Het bedoelde kastje moet met een deksel gesloten, stevig gesjord en vrij van beschotten geplaatst zijn.

De nabijheid van magneten of van voorwerpen, die magnetisch kunnen zijn, zooals geweerloopen in een rek, enz. indien zij met de uiteinden ter hoogte van de balans komen, moet vermeden worden.

c. BEHANDELING VAN DE TIJDMETERS AAN BOORD.

Hebben de tijdmeters aan boord voor goed hunne plaats gekregen, dan moeten zij zoo min mogelijk uit het kastje worden genomen. Alleen wanneer er gevuurd wordt, plaatse men de tijdmeters op veeren kussens en dekke ze ook met kussens digt, doch vermijde de plaatsing in kooijen, die langs boord loopen.

De tijdmeters moeten zooveel doenlijk elken dag, op denzelfden tijd worden opgewonden, al mogten zij ook langer dan 36^{u} loopen. De sleutel worde steeds, voor dat men hem gebruikt, van stof gereinigd. Bij het opwinden zorge men het aantal slagen te tellen, ten einde bij den laatsten slag den ketting niet te wild voor te draaijen, maar dien slag eenigzins langzaam te volbrengen. Het verzuim van deze voorzorg kan door den schok, dien het werk dan ontvangt, den stilstand van den tijdmeter ten gevolge hebben. Het terugdraaijen van den tijdmeter in den horizontalen stand, na het opwinden, moet langs denzelfden weg geschieden, volgens welken hij eerst is omgedraaid.

Het is zaak de temperatuur, waarin de tijdmeters staan, met zorg op te teekenen, waartoe een thermometer in het tijdmeterkastje behoort voorhanden te zijn. Verrigt men deze waarneming te 8½ᵘ 's morgens, dan kan men de aanwijzing van den thermometer op dat oogenblik voor de gemiddelde temperatuur houden, waarin de tijdmeters gedurende het afgeloopen etmaal verkeerd hebben, indien er namelijk in het lokaal, waarin de tijdmeters staan, geene groote afwisseling van temperatuur heeft plaats gehad. Voor de zekerheid leze men van tijd tot tijd den thermometer eenige malen des daags en ook des nachts af, b. v. te 12 en te 4ᵘ des morgens, als de stand van den barometer, volgens de bepalingen, wordt opgeteekend, ten einde zich te overtuigen of de bovengenoemde vooronderstelling overeenkomstig met de waarheid is. Mogt men bevinden, dat zulks niet het geval is, dan bepale men de gemiddelde temperatuur in het verloopen etmaal, door veelvuldige aflezingen van den thermometer.

Hoogst wenschelijk zoude het zijn, als men de lucht in het tijdmeterkastje steeds op dezelfde temperatuur kon houden. Het sluiten van den tijdmeter in zijne buitenkist en daarna in het kastje is daartoe reeds eenigermate bevorderlijk.

Ofschoon de invloed van het aardmagnetismus zich niet bij alle tijdmeters openbaart, zoo kan hij echter bestaan. Men maakt dien invloed voor allen onschadelijk, als men eenigen tijd achtereen denzelfden koers stuurt, door het tijdmeterkastje of de tijdmeters zelf, om de week, zoodanig te verplaatsen, dat de XII der wijzerplaat achtereenvolgens naar stuurboord, vooruit, naar bakboord en achteruit wijst, en zoo vervolgens. Altijd zorge men dat de assen, waarom de tijdmeters in hunne beugels draaijen, langsscheeps en dwarsscheeps staan.

Heeft men verzuimd den tijdmeter op te winden, en staat hij dien ten gevolge stil, dan windt men hem op, zet hem in zijne beugels vast en geeft hem eene redelijk snelle, horizontale, draaijende beweging, ten einde de balans aan den gang te brengen, waarna men de beugels weder los maakt. Verkieslijk is het daarvoor dat oogenblik te kiezen, waarop de stand der wijzers ongeveer overeenkomt met den tijd te Greenwich. Moet echter de stilstand aan verdikking van de olie of aan het vuil zijn van den tijdmeter worden toegeschreven, dan moet men hem onaangeroerd laten staan, en bij een chronometermaker laten schoonmaken. Na drie, hoogstens vier jaar, moet elke tijdmeter worden schoongemaakt.

Is de tijdmeter door koude stil blijven staan, dan is het zaak hem eerst een weinig te verwarmen, voor dat men hem weder aan den gang brengt.

Heeft men meer dan een tijdmeter aan boord, dan worden zij, na opgewonden te zijn, onderling vergeleken en hunne gelijktijdige aanwijzingen in een daartoe bestemd journaal opgeteekend. Door het verschil

te nemen dier gelijktijdige aanwijzingen, zal men een overzigt kunnen verkrijgen van de wijze, waarop de tijdmeters zich hebben gedragen, dewijl de verschillen van die verschillen, bij regelmatig loopende tijdmeters, hetzelfde bedrag moeten behouden. Wij komen later op dit onderwerp terug.

III. HET VERGELIJKEN VAN TIJDMETERS.

Door het vergelijken van uurwerken verstaat men het bepalen van hunne aanwijzingen op hetzelfde oogenblik. Het vergelijken kan door twee personen, of ook wel door een persoon, op de volgende wijze geschieden:

a. Door twee personen.

Als twee personen *A* en *B* hunne tijdmeters wenschen te vergelijken, dan volgt b. v. *A* naauwkeurig de tikken van zijn tijdmeter. Na, tot waarschuwing opgepast! te hebben gezegd, roept hij ongeveer 10″ daarna: stop! en teekent de aanwijzing van zijn tijdmeter op. De waarnemer *B* volgt op den anderen tijdmeter de tikken zoo naauwkeurig mogelijk en teekent de geheele of halve secunde aan, die hij in gedachte uitsprak op het oogenblik, waarop *A* stop riep. Ten einde die waarneming met de noodige juistheid te verrigten, is het raadzaam, dat *B* het aantal secunden, dat de secundewijzer aanwijst, zachtjes uitspreekt, en wel, door de eenheden te noemen, als de wijzer op de volle secunde, en de tientallen als hij op de volgende halve secunde wijst. Spreekt *B* dan die getallen niet slepende, maar scherp afgebroken uit, aldus: één! dertig!, twee! dertig! dan zal, als er op de laatste dertig gestopt is, de aanwijzing wezen 32″,5. Na de secunden opgeteekend te hebben, plaatst hij er de minuten en uren voor, die de tijdmeter aanwijst.

In plaats dat beide waarnemers de aanwijzingen van hunne tijdmeters opteekenen, kan dit ook door een van beide geschieden. De andere geeft dan het aantal secunden, minuten en uren slechts hardop aan.

Elke vergelijking behoort driemalen te geschieden, ter voorkoming van vergissingen.

Het volgen van de cadans van den tijdmeter met de hand of den voet is zeer aan te bevelen.

b. Door een persoon.

Tellen de tijdmeters *A* en *B* halve secunden, dan geschiedt de vergelijking het naauwkeurigst met behulp van een derden tijdmeter *C*, die 130 tikken in de minuut doet. Vergelijkt de waarnemer eerst *C* met

A en daarna *C* met *B*, dan zal door eene eenvoudige optelling of aftrekking, de vergelijking van *A* en *B*, tot hetzelfde oogenblik herleid, verkregen worden.

Dewijl de tijdmeter *C* 130 tikken in de minuut telt en de andere tijdmeters 120, zoo zal er, als de tikken op één oogenblik overeenkomen, eerst 6 secunden daarna, andermaal overeenstemming worden gehoord. Onderling zullen de tikken van *A* en *C*, onmiddellijk vóór of na het zamentreffen 0″,5 — 0″,461 = 0″,039 verschillen, welk onderscheid voor het gehoor zeer merkbaar is.

Telt de waarnemer nu het aantal tikken van *C*, terwijl hij te gelijker tijd op A ziet, dan zal hij, het oogenblik van het zamenvallen der tikken waarnemende, de overeenkomstige aanwijzingen van beide tijdmeters kunnen opteekenen, en daardoor eene vergelijking erlangen, die binnen de 0″,04 zeker is, als hij de bedoelde waarneming driemaal herhaalt en daaruit het gemiddelde neemt.

Gewoonlijk is de wijzerplaat van den secundewijzer van dergelijke uurwerken toch in 60 deelen gedeeld. Men kan dan zelf van 0″ te beginnen, om den tienden tik, met Oost-Indische inkt aangeven, waar de secundewijzer komt, en die punten met 10, 20 enz. tot 120 merken, waardoor het tellen der tikken zeer gemakkelijk wordt gemaakt. Om de tikken tot secunden te herleiden, make men gebruik van de onderstaande Tafel, waarin de overeenkomstige waarden naast elkander worden gevonden.

Tik	Sec.	Tik	Sec.	Tik	Sec.	Tik	Sec.	Tik	Sec.
1	0,46	27	12,46	53	24,46	79	36,46	105	48,46
2	0,92	28	12,92	54	24,92	80	36,92	106	48,92
3	1,38	29	13,38	55	25,38	81	37,38	107	49,38
4	1,84	30	13,84	56	25,84	82	37,84	108	49,84
5	2,31	31	14,31	57	26,31	83	38,31	109	50,31
6	2,77	32	14,77	58	26,77	84	38,77	110	50,77
7	3,23	33	15,23	59	27,23	85	39,23	111	51,23
8	3,69	34	15,69	60	27,69	86	39,69	112	51,69
9	4,15	35	16,15	61	28,15	87	40,15	113	52,15
10	4,61	36	16,61	62	28,61	88	40,61	114	52,61
11	5,07	37	17,07	63	29,07	89	41,07	115	53,07
12	5,53	38	17,53	64	29,53	90	41,53	116	53,53
13	6,00	39	18,00	65	30,00	91	42,00	117	54,00
14	6,46	40	18,46	66	30,46	92	42,46	118	54,46
15	6,92	41	18,92	67	30,92	93	42,92	119	54,92
16	7,38	42	19,38	68	31,38	94	43,38	120	55,38
17	7,84	43	19,84	69	31,84	95	43,84	121	55,84
18	8,31	44	20,31	70	32,31	96	44,31	122	56,31
19	8,77	45	20,77	71	32,77	97	44,77	123	56,77
20	9,23	46	21,23	72	33,23	98	45,23	124	57,23
21	9,69	47	21,69	73	33,69	99	45,69	125	57,69
22	10,15	48	22,15	74	34,15	100	46,15	126	58,15
23	10,61	49	22,61	75	34,61	101	46,61	127	58,61
24	11,07	50	23,07	76	35,07	102	47,07	128	59,07
25	11,53	51	23,53	77	35,53	103	47,53	129	59,53
26	12,00	52	24,00	78	36,00	104	48,00	130	60,00

Voorbeeld. Op zekeren dag is de aanwijzing van een tijdmeter A $10^u 6' 15''$ en op hetzelfde oogenblik die van een tijdmeter C $6^u 5' 12^t$; vervolgens vindt men voor de gelijktijdige aanwijzingen van den tijdmeter C en een tijdmeter B $6^u 6' 40^t$ en $8^u 5' 10''$. Men vraagt hoeveel A vóór is op B.

Wij hebben, nadat de tikken tot secunden zijn herleid:

Aanwijzing $A =$	$10^u 6' 15''$	Aanwijzing $B =$	$8^u\ 5' 10''$
„ $C =$	$6^u 5'\ 5'',53$	„ $C =$	$6^u\ 6' 18'',46$
$A - C =$	$4^u 1'\ 9'',47$	$B - C =$	$1^u 58' 51'',54$

en dus

$$\begin{aligned} A - C &= 4^u\ 1'\ 9'',47 \\ B - C &= 1^u 58' 51'',54 \\ \hline A - B &= 2^u\ 2' 17'',93 \end{aligned}$$

of $A = 2^u\ 2' 17'',93$ vóór B.

Men heeft bij de bovenstaande bewerking stilzwijgend voorondersteld, dat de tijdmeter C in den tijd, die er tusschen de eene en de andere vergelijking verloopt, niet is veranderd. Mogt zulks zijn te vreezen, dan vergelijke men ten slotte C nog eens met A, ten einde zich daarvan te vergewissen. Vindt men, dat $A - C$ werkelijk veranderd is, dan bepale men het bedrag van die verandering, en vervolgens met behulp van eene evenredigheid de verbetering, die op $A - C$ moet worden toegepast, om deze tot het tijdstip van de vergelijking van B met C te herleiden. In het voorbeeld op de volgende bladzijde, wordt de loop dier bewerking aangewezen.

Bezit men eenige oefening, dan kunnen twee tijdmeters, die 120 tikken in de minuut doen, op het gehoor vergeleken worden. Men ziet daartoe op den eenen tijdmeter, en telt de geheele en de halve secunden van den anderen. Niet moeijelijk is het om dan door schatting te bepalen, het hoeveelste deel eener halve secunde, de tik van den eenen, na den tik van den anderen tijdmeter komt, terwijl men vervolgens van beide de minuten en daarna de uren opteekent.

Om een waarnemings-horologie met een tijdmeter te vergelijken, roept de waarnemer, die op het horologie telt: stop! op het oogenblik, waarop de secundewijzer juist op eene volle secunde staat, omdat die uurwerken meestal slepende wijzers hebben.

Geschiedt die vergelijking door één persoon, dan ziet de waarnemer op het horologie, terwijl hij de secunden telt, die door den tijdmeter hoorbaar worden aangegeven. Teekent hij dan beider aanwijzingen op, als de heele of halve secundetik van den tijdmeter overeenkomt met eene volle secunde van het horologie, dan zal de vergelijking een vrij naauwkeurig resultaat opleveren, inzonderheid wanneer men een middental neemt uit eenige vergelijkingen achter elkander.

IV. DE BEPALING VAN DE AANWIJZING DES TIJDMETERS BIJ WAARNEMINGEN.

Wanneer de waarnemingen in de nabijheid van den tijdmeter plaats hebben, dan kunnen de overeenkomstige aanwijzingen daarvan op de volgende manier het naauwkeurigst bepaald worden.

Bij den tijdmeter begeeft zich een waarnemer *A*, die met zorg de heele en halve secunden telt, zooals bij het vergelijken is voorgeschreven. De waarnemer *B*, die de eene of andere meting te verrigten heeft, waarschuwt, als hij ongeveer gereed is, door opgepast! en roept daarna: stop! als de waarneming volbragt is. *A* teekent onmiddellijk de secunden aan en daarna de overeenkomstige minuten, ontvangt de opgave van *B*, die hij daarnaast schrijft en vervolgt met het opteekenen totdat er een genoegzaam aantal waarnemingen verrigt is, waarna hij de uren, die de tijdmeter aanwijst, vóór de opgeteekende minuten en secunden schrijft. Is echter de tijdmeter niet in de nabijheid van den waarnemer *B* geplaatst, zoodat *A* zijne stem niet kan hooren, of wordt dit door andere redenen belet, dan kan *A* zich met een waarnemings-horologie in de nabijheid van *B* begeven en de tijden daarvan opteekenen. Alvorens echter bij *B* te komen, heeft *A* het waarnemings-horologie met den tijdmeter vergeleken, en hij herhaalt die vergelijking als de waarnemingen zijn afgeloopen, ten einde zich te overtuigen, of het horologie eenig verloop mogt hebben, en zoo ja, dit in rekening te brengen. Past men daarna toe op de aanwijzing van den tijdmeter bij de vergelijking, het verschil in tijd tusschen de waarneming en de vergelijking, dan zal men daardoor de aanwijzing van den tijdmeter op het oogenblik der waarneming verkrijgen.

Voorbeeld. De aanwijzing van een tijdmeter was $8^u6'5'',5$ toen een waarnemings-horologie $6^u15'8''$ aanwees. Men neemt vervolgens eenige hoogten waar, naar aanwijzing van het horologie, als:

te $6^u17'10''$
$6^u18'15''$
$6^u20'\ 0''$
$6^u21'10''$
$6^u22'20''$.

Andermaal vergelijkende, vindt men dat de tijdmeter $8^u15'5'',5$ wijst, terwijl de aanwijzing van het horologie $6^u24'10''$ is. Men vraagt de aanwijzing van den tijdmeter, tijdens het gemiddelde der waarnemingen.

1e vergelijking		2e vergelijking	
Aanwijzing tijdmeter	$= 8^u\ 6'\ 5'',5$	Aanwijzing tijdmeter	$= 8^u15'\ 5'',5$
„ horologie	$= 6^u15'\ 8'',0$	„ horologie	$= 6^u24'10'',0$
Verschil	$= 1^u50'57'',5$	Verschil	$= 1^u50'55'',5$.

Het horologie verschilt dus

$$\begin{array}{llcr} & \text{te } 8^u\ 6'5'',5 & \ldots\ldots & 1^u50'57'',5 \\ & \text{,, } 8^u15'5'',5 & \ldots\ldots & 1^u50'55'',5 \\ \hline \text{en is bijgevolg in} & 9' & \ldots\ldots\ldots\ldots & 2'',0 \text{ voorgeloopen.} \end{array}$$

De aanwijzingen van het horologie, tijdens de waarneming, waren:

$$\begin{array}{rl} & 6^u17'10'' \\ & 6\ 18\ 15 \\ & 6\ 20\ \ 0 \\ & 6\ 21\ 10 \\ & 6\ 22\ 20 \\ \hline \text{Gemiddeld} = & 6^u19'47'' \end{array}$$

en wij moeten dus bepalen, hoeveel het horologie tot dit oogenblik veranderd is. Hiertoe hebben wij:

$$\begin{array}{rl} \text{Oogenblik der gemiddelde waarn.} = & 6^u19'47'' \\ \text{,, \quad ,, } 1^e \text{ vergelijking} = & 6^u15'\ 8'' \\ \hline \text{Verschil} = & 4'39'' \end{array}$$

en om de versnelling x van het horologie in dien tijd te kennen, de evenredigheid

$$9' : 4'39'' = 2'' : x$$

waaruit

$$x = 1'',03$$

als wij aannemen, dat de verandering regelmatig is geschied. Hierdoor wordt:

$$\begin{array}{rl} \text{Aanwijzing horologie tijdens de waarn.} = & 6^u19'47'' \\ \text{Het horologie is verloopen} = & -\ \ 1'',03 \\ \hline \text{Verbeterde aanwijzing} = & 6^u19'45'',97 \\ 1^e \text{ verschil met den tijdm.} = & 1^u50'57'',5 \\ \hline \text{Gevraagde aanwijzing van den tijdm.} = & 8^u10'43'',47. \end{array}$$

Dewijl de tijd, die er tusschen de eerste en tweede vergelijking van den tijdmeter verloopt, klein is, behoeft de gang van den tijdmeter in die tijdsruimte niet in rekening te worden gebragt.

V. DE BESTEMMING, DE STAND EN DE GANG VAN TIJDMETERS.

De bestemming van tijdmeters is om den zeeman, waar hij zich moge bevinden, ten allen tijde met juistheid den tijd te Greenwich te doen kennen. Is de kennis van dien tijd, zooals wij gezien hebben, een vereischte voor de oplossing van de meeste vraagstukken der zeevaartkunde, niet minder gewigtig is zij voor de Lengtebepaling, wes-

halve de tijdmeter, die ons hiertoe in staat stelt, als een der voornaamste zee-instrumenten moet worden aangemerkt.

Verlangt men op zeker oogenblik den tijd te Greenwich te kennen, dan kan die tijd niet onmiddellijk op den tijdmeter worden afgelezen. Stellen wij namelijk, dat op zekeren dag de tijdmeter het juiste uur van Greenwich aanwijst, dan zal die overeenkomst niet blijven bestaan, omdat het uurwerk in het algemeen, ten opzigte van den middelbaren tijd, een weinig te snel of te langzaam loopt, en klaarblijkelijk zal er den volgenden dag tusschen de aanwijzing van den tijdmeter en den tijd dier plaats eenig verschil bestaan. Gaandeweg zal nu dit verschil toenemen en op een willekeurigen dag zeker bedrag hebben, dat door de benaming van stand des tijdmeters tot den tijd te Greenwich wordt aangeduid.

De stand van den tijdmeter is dus in het algemeen niets anders dan de tijd, dien een tijdmeter op een bepaalden dag en een bepaald uur te Greenwich, bij dien tijd vergeleken, vóór of na is. Gewoonlijk kiest men voor dat uur den middelbaren middag of 0^u middelbaren tijd. Is dus de aanwijzing op den 14den Januarij des middags te 0^u te Greenwich $4^u 10' 5''$, dan is:

Aanwijzing tijdmeter	$= 4^u 10'\ 5''$	
Middelb. tijd te Greenw.	$= 0^u$	
Stand van den tijdmeter	$= 4^u 10'\ 5''$	vóór
of „ „ „ „	$= 7^u 49' 55''$	na.

Men is gewoon het vóór en na zijn van den tijdmeter aan te duiden door de teekens (—) en (+). Zoo is in het voorgaande voorbeeld

$$\text{Stand} = -4^u 10' 5'' \text{ of } +7^u 49' 55''.$$

De keus van deze teekens is niet willekeurig, als men namelijk uitgaat van de stelling om aan verbeteringen dat teeken te geven, waarmede zij moeten worden toegepast, om de juiste waarde te doen verkrijgen. Om deze reden duidt men b. v. het vóór zijn van den tijdmeter, door een negatief teeken aan, omdat de stand in dat geval van de aanwijzing des tijdmeters moet worden afgetrokken om den tijd te Greenwich te verkrijgen, enz.

Ofschoon de tijdmeters met de meeste zorg gemaakt worden, zoo bestaan er verschillende oorzaken, die den stand daarvan doen veranderen. Men noemt de verandering, die de stand van den eenen tot den volgenden dag en mitsdien in 24 middelbare uren ondergaat, den dagelijkschen gang van den tijdmeter.

Zij bij voorbeeld

de stand den 4den Mei te 12^u	$= 4^u 10'\ 5''$	(—)
„ „ „ 5den „ „	$= 4^u 10' 10''$	(—)
dan is de dagelijksche gang	$= 5''$	(—)

Zooals duidelijk is, ontvangt de dagelijksche gang het negatieve teeken, als de negatieve stand toeneemt. Dit zou ook het geval zijn, als de positieve stand afnam, of met andere woorden, als het uurwerk vóórliep of versnelde, terwijl omgekeerd eene vertraging door (+) wordt aangeduid.

Zijn stand en gang van een tijdmeter met juistheid bekend, dan kan de tijd te Greenwich uit de aanwijzing van den tijdmeter gemakkelijk worden afgeleid. Alvorens echter hiertoe over te gaan, moeten wij de wijze beschouwen, waarop stand en gang van tijdmeters bepaald worden, of zooals men het noemt, waarop de tijdmeter geregeld wordt.

VI. DE REGELING VAN TIJDMETERS.

a. BEPALING VAN DEN STAND.

In het algemeen is, wanneer wij ons eerst tot den stand van den tijdmeter bepalen:

Stand = middelb. tijd Greenw. — aanwijzing tijdmeter
= middelb. tijd aan boord ± Lengte in tijd — aanw. tijdmeter

en men bespeurt, dat tot de bepaling van den stand des tijdmeters tot den tijd te Greenwich, de Lengte van de plaats, waar men zich bevindt, bekend moet zijn.

Bij onze verdere beschouwing willen wij echter eerst den tijdmeter regelen, ten opzigte van den middelbaren tijd van de plaats, waar men zich bevindt, en vervolgens die regeling, zooals het heet, op den meridiaan van Greenwich overbrengen.

De bepaling van den stand eens tijdmeters kan geschieden:

1°. door de vergelijking van den te regelen tijdmeter met eene pendule of een anderen tijdmeter, waarvan de stand en de gang naauwkeurig bekend zijn;

2°. door tijdseinen;

3°. door tijdsbepalingen.

1°. Bepaling van den stand eens tijdmeters door zijne vergelijking met eene pendule of een anderen tijdmeter, waarvan de stand en de gang naauwkeurig bekend zijn.

Vergelijkt men op eene naauwkeurige wijze den te regelen tijdmeter met een uurwerk, waarvan de stand tot den middelbaren tijd der plaats

bekend is, dan zal het verschil der gelijktijdige aanwijzingen den stand van den tijdmeter tot het uurwerk doen kennen, waarop vervolgens de bekende stand van het uurwerk tot den middelbaren tijd met zijn teeken wordt toegepast; of wel, men kan door den stand van de pendule op hare aanwijzing toe te passen, den middelbaren tijd der plaats bepalen, en het verschil van dezen met de aanwijzing van den tijdmeter nemen.

Voorbeeld. Bij de vergelijking van een tijdmeter met eene pendule, waren de gelijktijdige aanwijzingen $10^u6'15''$ en $8^u2'3''$. Als op datzelfde oogenblik de pendule $3^u8'16''$ vóór is op den middelbaren tijd der plaats, vraagt men den stand des tijdmeters tot dien tijd.

Aanwijzing pendule =	$8^u\ 2'\ 3''$	
Stand pend. tot middelb. tijd =	$3^u\ 8'16''$	(—)
Middelb. tijd der plaats =	$4^u53'47''$	
Aanwijzing tijdmeter =	$10^u\ 6'15''$	
Stand van den tijdm. tot den middelb. tijd =	$5^u12'28''$	(—)

Voorbeeld. Bij de vergelijking van een tijdmeter *A* met een tijdmeter *B*, vindt men de gelijktijdige aanwijzingen $4^u10'16''$ en $8^u6'12''$. Als de tijdmeter *B*, toen hij $4^u6'$ wees, $7^u5'12''$ na was op den middelbaren tijd der plaats en zijn dagelijksche gang — $12''$ bedroeg, vraagt men den stand van den tijdmeter *A* tot den genoemden tijd, op het oogenblik der vergelijking.

2e aanwijzing *B* =	$8^u6'12''$
1e „ *B* =	$4^u6'\ 0''$
Verschil =	$4^u0'12''$

in 24^u verandert de tijdm. . . . $12''$
„ 4^u „ „ $2''$

Stand van *B* te $4^u6'$ =	$7^u\ 5'12''$	(+)
Verandert in 4^u =	$2''$	(—)
Stand van *B* bij de vergelijking =	$7^u\ 5'10''$	(+)
Aanwijzing „ „ „ =	$8^u\ 6'12''$	
Middelb. tijd =	$15^u11'22''$	
Aanwijzing van *A* =	$4^u10'16''$	
Stand van *A* tot den middelb. tijd =	$11^u\ 1'\ 6''$	(+)
of =	$0^u58'54''$	(—)

2°. Bepaling van den stand eens tijdmeters door tijdseinen.

Men verstaat door tijdseinen signalen, die, met eene toereikende juistheid, dagelijks op een bepaald en bekend uur worden gegeven.

Het bedoelde sein kan, zooals bij ons te lande geschiedt, worden gegeven door het neerslaan van vier borden, die door middel van eene

zware ijzeren stang, vijf minuten voor het gestelde oogenblik worden opgezet, welke stang daarna, op het juiste oogenblik, door een gepasten toestel wordt losgelaten en nedervalt, zoodat de borden horizontaal komen te liggen.

Stelt men zich nu voor, dat een waarnemer *A* naar de borden ziet en stop! roept op het oogenblik, waarop de borden vallen, dan kan een waarnemer *B*, die zich inmiddels naar den tijdmeter heeft begeven, de overeenkomstige aanwijzing van den tijdmeter opteekenen en den stand daarvan bepalen, uit het verschil van de genoemde aanwijzing en den middelbaren tijd, die met het geseinde tijdstip overeenkomt.

De dagelijksche seinen aan onze zeehavens worden op den middelbaren middag der plaats gegeven. Is dus de aanwijzing van den tijdmeter op dat oogenblik b. v. $10^{u}5'10''$, dan hebben wij, in de vooronderstelling dat die waarneming aan het Nieuwediep verrigt zij:

Middelb. tijd Nieuwediep $= 12^{u}$
Aanwijzing tijdmeter $= 10^{u}\ 5'10''$
Stand van den tijdmeter tot den middelb. tijd aldaar $= 1^{u}54'50''$ (+).

Zooals men ontwaart, is deze manier om den stand van den tijdmeter te bepalen allergemakkelijkst. Men moet er echter staat op kunnen maken, dat het sein op het juiste oogenblik geschiedt en dat het vallen der borden naauwkeurig wordt waargenomen.

Is men een zeer geoefend waarnemer, dan zou men met een tijdmeter, die als waarnemings-horologie gebezigd wordt, zich naar het dek kunnen begeven en het sein waarnemen, terwijl men zelf telde. Viel dan het sein tusschen twee tikken van den tijdmeter, dan zou men den tijd, die er tusschen een der tikken en het oogenblik van het sein verloopen is, door schatting kunnen bepalen en zoodoende een naauwkeuriger resultaat verkrijgen, dan met twee waarnemers het geval kan zijn. Bij het nemen van proeven daaromtrent, is het ons echter gebleken, dat de aandacht, vooral wanneer men een kijker bezigen moet, op een schip te veel wordt afgeleid, zoodat er kans bestaat, dat de waarnemer het oogenblik niet juist vat en het doel, dat men beoogt, namelijk om grootere naauwkeurigheid te erlangen, geheel verloren gaat.

Bestaat er geene gelegenheid als de bovenvermelde, dan zou men nog zijn tijdmeter kunnen vergelijken met eene pendule of een tijdmeter, die naauwkeurig geregeld is, bijaldien men daarvan op een tamelijk grooten afstand verwijderd is, met behulp van buskruidsignalen. Ontsteekt men namelijk des avonds in de nabijheid van de pendule op zeker oogenblik eenig buskruid, dan zal het plotseling ontvlammen aan boord kunnen worden waargenomen, en de aanwijzing van den tijdmeter op dat oogenblik worden opgeteekend. Heeft dan een ander waarnemer op de pendule het overeenkomstige oogenblik van het ontvlammen van het buskruid opgeteekend, dan zal het niet moeijelijk vallen, uit de

beide aanwijzingen en den stand der pendule, den stand van den tijdmeter af te leiden.

3°. Bepaling van den stand eens tijdmeters door tijdsbepalingen.

Heeft men, door eene van de ons bekende manieren, den middelbaren tijd der waarnemingsplaats bepaald, en daarbij de overeenkomstige aanwijzing van den tijdmeter opgeteekend, dan is het verschil tusschen dien tijd en de aanwijzing van den tijdmeter, onmiddellijk de gevraagde stand.

Het spreekt wel van zelf, dat men hiertoe zoo mogelijk corresponderende zons- of stershoogten, met den artificiëelen horizon waargenomen, moet gebruiken, en dat men alles in acht moet nemen, wat vroeger is medegedeeld, aangaande de voorwaarden, waaronder tijdsbepalingen naauwkeurige resultaten kunnen opleveren. De waarneming der maan voor de tijdsbepaling is af te raden.

Voorbeeld. Men heeft gelijke zonshoogten waargenomen op het oogenblik, waarop een tijdmeter $9^u5'20''$ en $3^u7'40''$ aanwees. Men vraagt den stand des tijdmeters tot den middelbaren tijd aan boord, als de middagsverbetering — $11'',3$ en de verbeterde tijdvereffening $2'3'',5$ (aftr.) bedraagt.

1e aanwijzing tijdm. =	$9^u5'20''$
2e „ „ =	$15^u7'40''$
Halve som =	$12^u6'30''$
Middagsverb. =	$-\ 11'',3$
Tijd van doorg. op den tijdm. =	$12^u6'18'',7$
Middelb. tijd van doorg. =	$12^u2'\ 3'',5$
Stand van den tijdmeter tot den middelb. tijd =	$0^u4'15'',2$ (—)

4°. Het overbrengen van den stand op den tijd te Greenwich.

Nadat men den stand van den tijdmeter, tot den middelbaren tijd der waarnemingsplaats, volgens eene der opgegeven manieren, bepaald heeft, is het niet moeijelijk dien stand tot den meridiaan van Greenwich te herleiden. Neemt men namelijk in aanmerking, dat eene plaats op O. Lengte gelegen, met betrekking tot den tijd te Greenwich vóór is, doch dat eene plaats op W. Lengte daarentegen ten opzigte van dien tijd na is, dan zal men op den gevonden stand des tijdmeters de Lengte in tijd slechts in dien zin hebben toe te passen, om den stand tot den tijd te Greenwich te verkrijgen.

Voorbeeld. Men vraag den stand van den tijdmeter tot den

middelbaren tijd te Greenwich, als de aanwijzing van dien tijdmeter, tijdens het neerslaan der seinborden te Vlissingen, $10^u5'6''$ was.

O. Lengte tijdbal Vlissingen = $3°35'17''$
in tijd = $0^u14'21'',1$

Middelb. tijd Vlissingen = 12^u
Aanwijzing tijdmeter = $10^u\ 5'\ 6''$
Stand van den tijdm. tot den middelb. tijd Vlissingen = $1^u54'54''$ (+)
Tijdbal Vlissingen O. Lengte = $0^u14'21'',1$ (−)
Stand tijdm. tot middelb. tijd Greenw. = $1^u40'32'',9$ (+).

Voorbeeld. Een tijdmeter wees op eene plaats, gelegen op $45°20'30''$ W. L. $7^u4'12''$, toen de middelbare tijd aldaar $2^u14'40''$ was. Men vraagt den stand van dien tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich.

W. Lengte = $45°20'30''$
in tijd = $3^u\ 1'22''$

Middelb. tijd der plaats = $2^u14'40''$
Aanwijzing tijdmeter = $7^u\ 4'12''$
Stand tijdm. tot middelb. tijd der plaats = $4^u49°32''$ (−)
W. Lengte in tijd = $3^u\ 1'22''$ (+)
Stand tot middelb. tijd Greenw. = $1^u48'10''$ (−).

Bij de opgave van den stand eens tijdmeters, is het raadzaam de aanwijzing van den tijdmeter te voegen, voor welke die stand geldt. Wij zullen later de reden daarvan doen kennen.

b. BEPALING VAN DEN DAGELIJKSCHEN GANG.

Door den dagelijkschen gang van een tijdmeter wordt, zooals wij weten, verstaan de verandering, die zijn stand in 24 middelbare uren ondergaat, en men zou bijgevolg, uit een theoretisch oogpunt, om den gang te kennen, slechts het verschil hebben te nemen tusschen de standen des tijdmeters, op twee achtereenvolgende dagen, op hetzelfde uur van den dag.

Geheel anders wordt de beschouwing, wanneer men zich voorstelt, dat er bij de bepaling der bedoelde standen fouten kunnen zijn begaan, zooals doorgaans het geval is.

Neemt men namelijk in aanmerking, om ons tot de tijdseinen te bepalen, dat in het oogenblik van het geven van het sein eene fout kan worden begaan van $0'',5$ en dat verder de waarneming van het sein op den tijdmeter met eene even groote fout in denzelfden zin kan aangedaan zijn, dan zal men geene overdrijving begaan door te stellen, dat in de bepaling van den stand eene onzekerheid van ééne secunde kan heerschen. De invloed van deze fout is grooter dan men bij den eersten opslag zoude wanen. Denken wij ons een tijdmeter, die volmaakt

regelmatig loopt en waarvan de standen tot den middelbaren tijd, op eenige achtereenvolgende dagen zijn:

den	1en	dag	20″	(+)
„	2en	„	24″	(+)
„	3en	„	28″	(+)
„	4en	„	32″	(+)
„	5en	„	36″	(+)

dan is de dagelijksche gang van dien tijdmeter + 4″.

Stellen wij nu dat er in de bepaling van die standen eene fout van eene secunde wordt begaan, dan kan die fout zoowel in den eenen als in den anderen zin vallen, en wij zouden b. v. de volgende standen en dagelijksche gangen kunnen vinden:

	Stand.			Dag. gang.
1en	dag	19″ (+)		
				+ 6″
2en	„	25″		
				+ 2″
3en	„	27″	waaruit	
				+ 4″
4en	„	31″		
				+ 6″
5en	„	37″		

Door de fout van ééne secunde ontstaan alzoo bij den volmaakten tijdmeter sprongen in den gang, die viermaal grooter zijn, dan de fout, die men in de waarneming begaan heeft, en het blijkt ten duidelijkste, dat de bepaling van den gang door dagelijksche waarnemingen niet tot de minste zekerheid omtrent het juiste bedrag daarvan kan leiden. Neemt men echter tusschen de waarnemingen van den stand eene grootere tijdsruimte dan die van één dag, dan zal, wanneer men het verschil dier standen deelt door het aantal verloopen dagen, een gemiddelde dagelijksche gang verkregen worden, die onder dezelfde omstandigheden veel nader bij den werkelijken gang van het uurwerk komt. Is in dat geval de fout in de waarneming weder ééne secunde, dan zal de invloed daarvan op dien gang niet 2 secunden, maar $\frac{2}{7}$ secunde bedragen, als de standen eene week na elkander zijn bepaald; en in het algemeen zal die invloed kleiner worden, naarmate men de tijdsruimte grooter genomen heeft.

Op deze wijze wordt ook het doel niet uit het oog verloren, dat men bij het gebruik van tijdmeters beoogt. Kleine sprongen toch in den gang, van den eenen dag tot den volgenden, zijn voor den zeeman van hoegenaamd geen gewigt, als die afwisselingen zich in een korten tijd herstellen. Hetgeen de zeeman behoeft, is, dat de tijdmeter over betrekkelijk groote tijdvakken zijn gemiddelden gang behoudt, of althans, dat de verandering, die hij mogt ondergaan, volgens hem bekende regelen geschiedt, en de regeling, die op dezen grondslag berust, voldoet aan haar doel, namelijk om aan te toonen wat men van den te gebruiken tijdmeter voor de toekomst te verwachten heeft.

Bevindt men zich op eene plaats, alwaar dagelijks tijdseinen gedaan worden, dan neme men die waar, doch bepale den gemiddelden gang uit standen met eene week tusschenruimte. Bepaalt men daarbij de dagelijksche gangen, dat is, het verschil der standen van den eenen tot den volgenden dag, dan zal men eenigermate de buitengewoon groote sprongen, zoo die mogten plaats hebben, kunnen opmerken, waaruit men echter alleen dan iets ten nadeele van den tijdmeter zal mogen opmaken, wanneer zij veel grooter zijn dan de onregelmatigheden, die uit de foutieve bepaling van de standen kunnen voortvloeijen.

Voorbeeld. Op de reede van Texel wordt, naar aanwijzing van een tijdmeter, het vallen der borden van den seinpaal te Nieuwediep waargenomen:

1	Junij	te	7ᵘ10′15″,5
2	„	„	7 10 17 ,5
3	„	„	7 10 19 ,0
4	„	„	7 10 21 ,5
5	„	„	7 10 24 ,0
6	„	„	7 10 27 ,0
7	„	„	7 10 28 ,5
8	„	„	7 10 31 ,0

Men vraagt den gemiddelden dagelijkschen gang van dien tijdmeter.

Om den gang te vinden, zoeken wij dagelijks den stand, om een overzigt te erlangen, doch nemen het verschil tusschen den eersten en den laatsten stand, hetwelk door 7 gedeeld, den gemiddelden dagelijkschen gang zal doen kennen.

Wij hebben dus:

		Stand.	Dag. gang.
1	Junij	+ 4ᵘ49′44″,5	
			— 2″,0
2	„	4 49 42 ,5	
			— 1 ,5
3	„	4 49 41 ,0	
			— 2 ,5
4	„	4 49 38 ,5	
			— 2 ,5
5	„	4 49 36 ,0	
			— 3 ,0
6	„	4 49 33 ,0	
			— 1 ,5
7	„	4 49 31 ,5	
			— 2 ,5
8	„	4 49 29 ,0	

1 Junij stand = + 4ᵘ49′44″,5
8 „ „ = + 4ᵘ49′29″,0

Verandering in 7 dagen = — 15″,5
Gemiddelde dag. gang = — 2″,21.

Bij deze waarnemingen behoort de temperatuur opgeteekend te worden, waartoe men eenige malen daags den thermometer in de tijdmeterkast afleest, ten einde eene gemiddelde waarde voor het etmaal en vervolgens voor de afgeloopen week te verkrijgen.

Moet men den tijdmeter met behulp van tijdsbepalingen regelen, dan

bepale men de standen immer door gelijksoortige waarnemingen. Heeft men b. v. bij den aanvang gebruik gemaakt van gewone uurhoeken, uit morgenwaarnemingen der zon verkregen, dan behooren die niet afgewisseld te worden met avondwaarnemingen of andere methoden voor de tijdsbepaling, opdat de constante fouten, die b. v. uit de fouten van het instrument, persoonlijke gewoonten, enz. voortvloeijen, bij het nemen van de verschillen elkander zouden vernietigen.

Heeft men tot de regeling van een tijdmeter van verschillende methoden voor de tijdsbepalingen gebruik gemaakt, dan voege men de gelijksoortige waarnemingen bijeen, bepale uit iedere soort afzonderlijk den gemiddelden dagelijkschen gang en neme eindelijk uit de verschillende resultaten het gemiddelde.

Bij de bepaling van den gemiddelden dagelijkschen gang, heeft men alleen acht te geven op het verschil der standen van den tijdmeter, zonder zich te bekommeren of die standen tot den middelbaren tijd der waarnemingsplaats, dan wel tot dien te Greenwich moeten gerekend worden. Klaarblijkelijk is dit eene geheel onverschillige zaak, mits die standen slechts voor dezelfde plaats gelden, en de gang voor een tijdsverloop van 24 middelbare uren wordt gezocht.

c. HET OVERBRENGEN VAN DE REGELING OP EEN BEPAALD UUR TE GREENWICH.

Hebben wij vroeger gezien, op welke wijze men den stand des tijdmeters tot den middelbaren tijd eener plaats, tot dien te Greenwich herleidt, dan blijft ons thans nog overig aan te toonen, op welke wijze men dien stand voor een bepaald uur, b. v. 0^u aldaar verkrijgt.

Wij deelen deze methode mede, omdat in de van 's Rijkswege verstrekte tijdmeter-journalen, waarin alle op den tijdmeter betrekking hebbende zaken worden ingeschreven, de invulling der kolom, stelling te 0^u op Greenwich, deze overbrenging vereischt. Geeft men, bij den stand, de aanwijzing van den tijdmeter op, voor welke die stand geldt, dan vervalt de noodzakelijkheid dezer herleiding, en de bewerking, die wij bij de bepaling van den tijd te Greenwich zullen hebben uit te voeren, wordt eenvoudiger en gemakkelijker.

Om dan de regeling b. v. op 0^u te Greenwich over te brengen, gaat men na, hoe laat het te Greenwich was op het oogenblik, waarop de tijdmeter den gegeven stand had. Bepaalt men dan voor de tijdsruimte, die er tusschen dit oogenblik en 0^u of den middelbaren middag verloopen is of verloopen zal, het evenredig gedeelte van den gang, dan zal men dit op den gegeven stand hebben toe te passen om dien voor 0^u te verkrijgen.

Voorbeeld. Op 20°10′ O. Lengte, des namiddags te $4^u10'15''$

middelbaren tijd aan boord, wijst de tijdmeter $6^u15'14''$. Men vraagt den stand van dien tijdmeter tot den middelbaren middag te Greenwich, als de dagelijksche gang — 14″ bedraagt.

O. Lengte = 20°10′
in tijd = $1^u20'40''$.

Middelb. tijd aan boord = $4^u10'15''$
Aanwijzing tijdmeter = $6^u15'14''$
Stand tijdm. tot tijd a/b = $2^u\ 4'59''$ (—)
O. Lengte in tijd = $1^u20'40''$ (—)
Stand tijdm. tot middelb. tijd Greenw. = $3^u25'39''$ (—)

Onderzoeken wij thans, hoe laat het op dat oogenblik te Greenwich was. Daartoe hebben wij:

O. Lengte in tijd = $1^u20'40''$
Middelb. tijd a/b = $4^u10'15''$
Middelb. tijd Greenw. = $2^u49'35''$ des namiddags.

Om dus den stand te 0^u te verkrijgen, moeten wij het verloop van den tijdmeter bepalen in $2^u49'35''$. Hiertoe hebben wij:

in 24^u . . . . gang = — 14″
„ 1^u . . . . „ = — 0″,583
„ $2^u49'35''$ „ = — 1″,65

en vervolgens:

Stand te $2^u49'35''$ Greenw. = $3^u25'39''$ (—)
Verloop in $2^u49'35''$ = + 1″,65
Stand te 0^u Greenw. = $3^u25'37'',35$.

Voorbeeld. Den 26sten April wijst een tijdmeter op het oogenblik, waarop het tijdsein te Batavia valt, $2^u10'25''$. Indien de gang van dien tijdmeter + 12″ is, vraagt men den stand daarvan tot den middelbaren middag te Greenwich.

O. Lengte Batavia = 106°48′ 8″
In tijd = $7^u\ 7'12'',53$
26 April tijd a/b = 0^u
25 April middelb. tijd Greenw. = $16^u52'47'',47$
Aanwijzing tijdmeter = $2^u10'25''$
25 April te $16^u52'47''$ stand tijdmeter tot den middelb. tijd Greenw. = $2^u42'22'',47$ (+).

Tot 0^u van den 26sten April verloopen er nog $24—16^u52'47'',5 = 7^u7'12'',5$, zooals trouwens reeds door het Lengteverschil wordt aangewezen. Om voor dat tijdvak het verloop van den tijdmeter te vinden, hebben wij:

in 24^u . . . . gang = + 12″
„ 1^u . . . . „ = + 0″,5
dus „ $7^u7'12'',5$ „ = + 3″,56

25 April te $16^u 52' 47'',5$	Greenw. stand tijdm. =	$2^u 42' 22'',47$	(+)
in $7^u\ 7' 12'',5$	. . . . gang =	$3'',56$	(+)
26 April te 0^u	Greenw. stand tijdm. =	$2^u 42' 26'',03$	(+)

VII. DE BEPALING VAN DEN TIJD TE GREENWICH MET BEHULP VAN DEN TIJDMETER.

Wanneer men den stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich op den middelbaren middag van zekeren dag kent, benevens zijn dagelijkschen gang, dan is het niet moeijelijk uit de aanwijzing van dien tijdmeter *n* dagen na het oogenblik, waarvoor de stand geldt, den overeenkomstigen tijd te Greenwich af te leiden. Men heeft namelijk:

Tijd te Greenwich = aanwijzing tijdm. ± stand ± *n* dag. gang

en het zal er dus op aankomen, dat men *n* of het aantal dagen weet te bepalen, dat er sedert het oogenblik, waarvoor de stand geldt, tot dat van de aflezing des tijdmeters is verloopen.

Het eenvoudigste hiertoe is, dat men op de bedoelde aanwijzing van den tijdmeter den gegeven stand toepast, en zoodoende een benaderden tijd te Greenwich zoekt. Is het tijdsverloop tusschen den datum, waarop de stand betrekking heeft, en dien, waarop de aanwijzing van den tijdmeter wordt afgelezen, zeer groot, dan kan men met behulp van de getallen der kolom in den zeemansalmanak, dagen van het jaar na den middag van den 1sten Januarij, het bedoelde verloop, in volle dagen uitgedrukt, bepalen, en den gegeven stand voorloopig voor den gang in dat tijdvak verbeteren. Vergelijkt men dan dezen benaderden tijd met dien, voor welken de stand geldt, dan zal men gemakkelijk het aantal verloopen dagen, dat met *n* overeenstemt, in geheelen en onderdeelen uitgedrukt, naauwkeurig kunnen vinden. De navolgende bijzonderheid moet echter hierbij worden in acht genomen. De wijzerplaat van den tijdmeter is, even als die van alle uurwerken, in 12^u verdeeld, en men kan dus eenigermate in het onzekere verkeeren, of de aanwijzing van den tijdmeter bij een tijd vóór, dan wel na den middag behoort.

Laat b. v. een tijdmeter op den 4den Julij, te 0^u Greenwich, aldaar aanwijzen 2^u. Bevond zich die tijdmeter op 90° O. Lengte, dan zou het op dat oogenblik 6^u des namiddags van den 4den Julij aan boord zijn, terwijl de tijdmeter 2^u zou aanwijzen. Ook te 6^u des morgens van dien datum wijst die tijdmeter aldaar 2^u, en men ontwaart alzoo dadelijk, dat deze gelijkheid eene onzekerheid van 12^u in den tijd

te Greenwich doet ontstaan, wanneer men dien uit de genoemde aanwijzing wil afleiden, dewijl in het laatste geval het overeenkomstige oogenblik te Greenwich is 12^u van den 3^{den} Julij, terwijl het eerstbedoelde was 0^u van den 4^{den}.

Iets dergelijks heeft op 90° W. Lengte plaats. Wijst hier de tijdmeter 2^u, te 6^u aan boord des morgens van den 4^{den} Julij, dan is het op dat oogenblik te Greenwich 0^u van den 4^{den}, doch wijst hij 2^u, des namiddags te 6^u aan boord, dan is het te Greenwich 12^u van den 4^{den}, en men heeft dus wel acht te geven op de wijze, waarop de aanwijzing moet opgevat worden.

Bovenstaande onzekerheid houdt echter geheel op, als men ten naastenbij de Ooster- of Wester- Lengte van het schip kent, en met behulp van deze en den tijd aan boord een gegisten tijd te Greenwich zoekt. De navolgende voorbeelden zullen dit genoegzaam toelichten.

Voorbeeld. Den 14^{den} Mei 18.., des morgens te 10^u middelbaren tijd aan boord, wijst een tijdmeter $5^u7'8''$. De stand van dien tijdmeter den 1sten Mei van hetzelfde jaar is — $1^u3'5''$ en de dagelijksche gang + 6″. Men vraagt den tijd te Greenwich op dat oogenblik, als de gegiste O. Lengte 90° bedraagt.

Passen wij eerst den stand van den tijdmeter op zijne aanwijzing toe, dan komt:

14 Mei aanwijzing tijdmeter	$= 5^u7'8''$
1 „ stand „	$= 1^u3'5''$ (—)
Benaderde tijd Greenw.	$= 4^u4'3''$.

Om nu te weten of wij 4^u dan wel 16^u moeten nemen, zoeken wij den gegisten tijd Greenwich. Wij hebben dan:

Gegiste O. Lengte in tijd	$= 6^u$
13 Mei middelb. tijd a/b	$= 22^u$
13 Mei gegiste middelb. tijd Greenw.	$= 16^u$

en wij ontwaren, dat blijkens dezen gegisten tijd, voor den benaderden tijd te Greenwich, $16^u4'3''$ van den 13^{den} moet worden genomen.

Voorts is:

Benaderde tijd Greenw. 13 Mei te	$16^u4'3''$
Stand op 1 „ „	0^u
Tijdsverloop $= n =$	12 dagen $16^u4'3''$
	$= 12^d,669$

13 Mei benaderde tijd Greenw.	$= 16^u4'\ 3''$
12,669 × 6″ = verb. voor den gang	$=\ 1'16'',01$ (+)
13 Mei gevraagde tijd Greenw.	$= 16^u5'19'',01$.

Bevond men zich daarentegen op 90° W. Lengte, dan is weder:

14 Mei aanwijzing tijdmeter	$= 5^u7'8''$
1 „ stand „	$= 1^u3'5''$ (—)
Benaderde tijd Greenw.	$= 4^u4'3''$.

Voor den gegisten tijd te Greenwich vinden wij echter:

Gegiste W. Lengte in tijd = 6u
13 Mei middelb. tijd a/b = 22u
14 Mei gegiste tijd te Greenw. = 4u

en dus

Benaderde tijd Greenw. 14 Mei te 4u4′3″
Stand 1 „ „ 0u
Tijdsverloop = n = 13d 4u4′3″
= 13d,169

14 Mei benaderde tijd Greenw. = 4u4′ 3″
13,169 × 6″ = verb. voor den gang = 1′19″,01 (+)
14 Mei gevraagde tijd Greenw. = 4u5′22″,01.

Wij hebben, in het bovenstaande voorbeeld, den onverbeterden stand onmiddellijk op de aanwijzing van den tijdmeter toegepast, om den benaderden tijd te Greenwich te vinden, dewijl het tijdsverloop, waarvoor de gang in rekening gebragt moet worden, niet groot is. De verbetering toch voor den gang bedraagt in het eerste geval slechts 1′16″,01, welk bedrag geen verschil maakt in het onderdeel van de dagen, zijnde 0,669, dat men later ter berekening van de verbetering voor den gang bezigt.

Is men aan boord met de tijdmeters belast, dan is het raadzaam een tafeltje zamen te stellen, waarin men voor eenige achtereenvolgende dagen de standen van den tijdmeter te 0u Greenwich invult, en tevens het evenredig gedeelte van den gang voor de onderdeelen van een dag. Van zekeren tijdmeter zij b. v. den 1sten Julij de stand tot den middelbaren tijd te Greenwich, op den middelbaren middag aldaar + 1u54′37″,5 en de dagelijksche gang + 16″,5, dan kunnen wij het navolgende tafeltje zamenstellen:

1 Julij te 0u Greenw. stand	= 1u54′37″,5	in 24u gang	16″,5
2 „ „ „ „	= 1 54 54 ,0	„ 12 „	8 ,25
3 „ „ „ „	= 1 55 10 ,5	„ 6 „	4 ,125
4 „ „ „ „	= 1 55 27 ,0	„ 3 „	2 ,063
5 „ „ „ „	= 1 55 43 ,5	„ 1 „	0 ,688
6 „ „ „ „	= 1 56 0 ,0	„ 30′ „	0 ,344
7 „ „ „ „	= 1 56 16 ,5	„ 10′ „	0 ,115
8 „ „ „ „	= 1 56 33 ,0	„ 1′ „	0 ,012
9 „ „ „ „	= 1 56 49 ,5		
enz.			

waarvan het gebruik door het navolgende voorbeeld wordt aangewezen.

Voorbeeld. Naar gissing zijnde op 5°20′ O. Lengte, vraagt men den 6den Julij, des morgens te 7u5′ middelbaren tijd aan boord, den middelbaren tijd te Greenwich, als de aanwijzing van den bovenbedoelden tijdmeter 4u44′30″ is.

Men heeft:

Geg. O. Lengte =	5°20′	Aanwijzing tijdmeter =	$4^u44'30''$
in tijd =	$0^u21'20''$	6 Julij te 0^u stand =	$1^u56'\ 0''$ (+)
5 Julij tijd a/b =	$19^u\ 5'$	Benaderde tijd Greenw. =	$6^u40'30''$
5 Julij geg. tijd Greenw. =	$18^u43'40''$	of, blijkens de geg. „ =	$18^u40'30''$ den 5^{den}.

Dewijl de stand is genomen voor 6 Julij te 0^u, zoo heeft men den gang voor $24^u - 18^u40'30'' = 5^u19'30''$ te veel in rekening gebragt. In het tafeltje vinden wij:

gang in 5^u . . . = 3″,438
„ „ 19′30′ = 0″,223
„ „ $5^u19'30''$ = 3″,661.

Blijkbaar hebben wij nu den gang in $5^u19'30$ met het omgekeerde teeken toe te passen, waardoor komt:

5 Julij benaderde tijd Greenw. = $18^u40'30''$
Verb. voor gang in $5^u19'30''$ = 3″,66 (—)
5 Julij gevraagde tijd Greenw. = $18^u40'26''$,34.

De bepaling van den tijd te Greenwich, uit eene aanwijzing van den tijdmeter, kan ook nog geschieden, als bij den stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd aldaar, het uur van den dag en de aanwijzing van den tijdmeter zijn opgegeven, welke met dien stand overeenkomen. Het vroeger opgemerkte omtrent den zin, waarin de aanwijzing van den tijdmeter moet worden opgevat, in verband met den gegisten tijd te Greenwich, is ook hier van toepassing.

Voorbeeld. Den 8sten December 18.., des voormiddags te 10^u bij eene waarneming, wijst een tijdmeter $7^u12'50''$. Den 6^{den} November van hetzelfde jaar, toen die tijdmeter des voormiddags $10^u7'12''$ wees, was zijn stand tot den middelbaren tijd te Greenwich — $2^u5'8''$. Men vraagt den 8sten December den tijd te Greenwich voor het oogenblik der waarneming, als de gemiddelde dagelijksche gang — 5″,7 bedraagt.

Dewijl wij de Lengte niet verder tellen dan tot 180°, en in dit vraagstuk geene gegiste Lengte is gegeven, zoo kunnen wij de aanwijzing van den tijdmeter aanmerken als te zijn:

$19^u12'50''$ van den 7^{den} of $7^u12'50''$ van den 8sten December.

Wij hebben dan:

Aanwijz. tijdm. 8 Dec. =	$7^u12'50''$ V. M.	of 8 Dec. =	$7^u12'50''$ N. M.
„ „ 6 Nov. =	$10^u\ 7'12''$ V. M.	6 Nov. =	$10^u\ 7'12''$ V. M.
Tijdsverloop = n =	$31^d\ 21^u\ 5'38''$	=	$32^d\ 9^u\ 5'38''$
=	$31^d,879$	=	$32^d,379$.

en dus in het eerste geval:

$$
\begin{array}{rrl}
 & \text{Stand op den } 6^{den} \text{ Nov.} = 2^u\ 5'\ 8'' & (-) \\
31{,}879 \times -5'',7 = & \text{verb. voor gang} = 3'\ 1'',71 & (-) \\
 & \text{Stand op den } 8^{sten} \text{ Dec.} = 2^u\ 8'\ 9'',71 & (-) \\
 & \text{Aanwijzing tijdm. 8 Dec. V. M.} = 7^u 12' 50'',0 & \\
 & \text{8 Dec. gevraagde tijd Greenw.} = 5^u\ 4' 40'',29 & \text{V.M.}
\end{array}
$$

en in het tweede:

$$
\begin{array}{rrl}
 & \text{Stand op den } 6^{den} \text{ Nov.} = 2^u\ 5'\ 8'' & (-) \\
32{,}379 \times -5'',7 = & \text{verb. voor gang} = 3'\ 4'',56 & (-) \\
 & \text{Stand op den } 8^{sten} \text{ Dec.} = 2^u\ 8' 12'',56 & (-) \\
 & \text{Aanwijzing tijdm 8 Dec. N. M.} = 7^u 12' 50'',0 & \\
 & \text{8 Dec. gevraagde tijd Greenw.} = 5^u\ 4' 37'',44 & \text{N. M.}
\end{array}
$$

Voorbeeld. Den 14^{den} September 1863, naar gissing op 30°20′ W. Lengte, des namiddags te 4^{u}20′ middelbaren tijd aan boord, is de aanwijzing van een tijdmeter 8^{u}7′14″. Als op den 1sten Januarij van hetzelfde jaar de stand van dien tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich was — 1^{u}49′20″, toen hij des voormiddags 9^u aanwees en de gang + 4″,2 bedraagt, vraagt men den tijd te Greenwich den 14^{den} September voor het oogenblik der aflezing.

Zoeken wij eerst den gegisten tijd te Greenwich. Hiertoe is:

$$
\begin{array}{rl}
\text{Gegiste W. Lengte} = & 30°20' \\
\text{in tijd} = & 2^u\ 1' 20'' \\
\text{14 Sept. tijd a/b} = & 4^u 20' \\
\text{14 Sept. gegiste tijd Greenw.} = & 6^u 21' 20''.
\end{array}
$$

Passen wij nu voorloopig den stand van den tijdmeter op den 1sten Januarij, op zijne aanwijzing van den 14^{den} September toe, dan blijkt uit de uitkomst, dat die aanwijzing niet behoeft gewijzigd te worden door het daarop toepassen van 12^u. Wij hebben dus:

$$
\begin{array}{rl}
\text{Aanwijzing tijdmeter 14 Sept.} = & 8^u 7' 14'' \\
\text{,, \quad ,, \quad 31 Dec.} = & 21^u 0'\ 0'' = \text{1 Jan. te } 9^u \\
\text{Tijdsverloop} = n = & 256^d\ 11^u 7' 14'' \\
= & 256^d,463
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rrl}
 & \text{Stand op 1 Jan.} = 1^u 49' 20'' & (-) \\
256{,}463 \times +4'',2 = & \text{verb. voor den gang} = 17' 57'',2 & (+) \\
 & \text{Stand op 14 Sept.} = 1^u 31' 22'',8 & (-) \\
 & \text{Aanwijzing tijdmeter} = 8^u\ 7' 14'',0 & \\
 & \text{Gevraagde tijd Greenw.} = 6^u 35' 51'',2. &
\end{array}
$$

Ofschoon het, ten gevolge van den gang, niet volkomen juist is, dat het verschil der aanwijzingen van den tijdmeter het tijdsverloop n doet kennen, zoo mag nogtans de fout, die daardoor in de decimalen van n ontstaat, verwaarloosd worden.

Wij achten de medegedeelde voorbeelden toereikend om aan te toonen,

op welke wijze de tijd te Greenwich, voor een gegeven oogenblik, uit de aanwijzing eens tijdmeters kan worden afgeleid. Later, bij de Lengtebepaling, zal men er nog eenige aantreffen.

VIII. OVER DE MIDDELEN OM DE REGELING VAN TIJDMETERS IN ZEE EN BIJ HET AANDOEN VAN LAND TE ONDERZOEKEN.

Wanneer men meer dan een tijdmeter aan boord heeft, zooals immer raadzaam is, dan bezit men in de dagelijksche onderlinge vergelijking der tijdmeters een middel, om zich te overtuigen of de gangen, die men bij de regeling bepaald heeft, onveranderd blijven, dan wel of zij afwijkingen ondergaan. Is men in het bezit van drie tijdmeters, dan kan de verandering, die in den gang van een hunner mogt ontstaan, worden bepaald met behulp van de beide andere, indien deze hun gang hebben behouden; doch bezit men slechts twee tijdmeters, dan blijft men bij de waarneming eener verandering in het onzekere, aan welken de afwijking moet worden toegeschreven.

In het laatste geval geeft de vergelijking der tijdmeters toch nog een belangrijk voordeel, namelijk, dat men gewaarschuwd wordt, als er storingen zijn ontstaan, zoodat men bij tijds maatregelen van voorzorg kan nemen, van welke waarschuwing men grootendeels verstoken is, indien men slechts een enkelen tijdmeter ten gebruike heeft.

Nemen wij aan, tot opheldering van het bovengezegde, dat een schip met drie tijdmeters *A*, *B* en *C* zij uitgerust, dan zullen door de onderlinge vergelijking dier werktuigen, de onderstaande kolommen, b. v. aldus kunnen ingevuld worden:

Datum	Tijdm. *A* minus Tijdm. *B*.	2de Verschil.	Tijdm. *A* minus Tijdm. *C*.	2de Verschil.	Tijdm. *B* minus Tijdm. *C*.	2de Verschil.
1862						
7 Julij	2u18′19″,0	5″,5	4u23′20″,5	14″,0	2u5′ 1″,5	20″,0
8 „	2 18 13 ,5	5 ,0	4 23 34 ,5	14 ,0	2 5 21 ,5	20 ,0
9 „	2 18 8 ,5	4 ,5	4 23 48 ,5	14 ,0	2 5 41 ,5	18 ,5
10 „	2 18 4 ,0	5 ,0	4 24 2 ,5	14 ,5	2 6 0 ,0	19 ,0
11 „	2 17 59 ,0	6 ,5	4 24 17 ,0	14 ,0	2 6 19 ,0	19 ,5
12 „	2 17 52 ,5	6 ,0	4 24 31 ,0	14 ,0	2 6 38 ,5	20 ,0
13 „	2 17 46 ,5	9 ,0	4 24 45 ,0	14 ,0	2 6 58 ,5	23 ,0
14 „	2 17 37 ,5		4 24 59 ,0		2 7 21 ,5	

Gaat men nu de kolommen der 2de verschillen na, dan blijkt daaruit, dat er tusschen den 9den en 10den Julij eene kleine verandering in den gang van *B* heeft plaats gehad, dewijl de verschillen tusschen

A en *C* standvastig zijn gebleven, doch die tusschen *A* en *B* en die tusschen *C* en *B* meer van het gemiddelde zijn afgeweken, dan aan waarnemingsfouten kan worden toegeschreven. Maakt men namelijk de middentallen dier verschillen op uit de 7 eerste vergelijkingen, dan vindt men:

Gemiddeld 2de verschil 5″,4; 14″,1 en 19″,5

waarvan het 2de verschil tusschen den 9den en den 10den, van *B* ten opzigte van *A* en *C* ongeveer 1″ afwijkt. Tusschen den 13den en den 14den openbaart zich de verandering in den gang van *B* meer in het oog vallend. Zooals wij echter later zullen zien, zal men uit eene dergelijke verandering eerst dan ten nadeele van den tijdmeter mogen besluiten, als zij zich uit geene bekende oorzaken laat verklaren, die in rekening kunnen worden gebragt.

Eene andere wijze om den gang van een tijdmeter te beproeven, bestaat hierin, dat men bij het in het gezigt loopen van bekende en goed bepaalde landpunten, de Breedte en Lengte van het schip, zoo mogelijk door astronomische peilingen, waarover later, bepaalt en uit de hierdoor verkregen Lengte en den bekenden tijd aan boord, den tijd te Greenwich en den stand van den tijdmeter tot dien tijd, voor dat oogenblik afleidt. Vergelijkt men dan dezen stand met dien, welke met behulp van den aangenomen stand en gang des tijdmeters voor het oogenblik der waarneming gevonden wordt, dan zal, bijaldien er verschil tusschen deze standen bespeurd wordt, zulks aan den gang des tijdmeters te wijten zijn, en zal men in staat zijn, den gang overeenkomstig de bevinding te verbeteren. Eenvoudiger nog handelt men, door met behulp van den gevonden tijd te Greenwich den stand des tijdmeters tot dien tijd te zoeken en vervolgens het verschil tusschen dezen stand en dien, welken men bij den aanvang der reis heeft aangenomen, te deelen door het aantal verloopen dagen. Het quotient zal dan onmiddellijk de verbeterde gemiddelde dagelijksche gang des tijdmeters zijn.

Voorbeeld. Bij het vertrek van een schip uit Vlissingen, den 2den Januarij 18.., is de stand van een tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich, op den middelbaren middag aldaar $+ 4^u 5' 10''$, terwijl zijn gang $- 5'',6$ bedraagt. Na aankomst te Rio-Janeiro, vindt men den 11den Februarij van hetzelfde jaar, met behulp van eene reeks tijdsbepalingen, dat toen die tijdmeter $5^u 58' 2''$ aanwees, de middelbare tijd aan boord was des morgens $7^u 5' 42$. Men vraagt den stand des tijdmeters op den 11den Februarij tot den middelbaren tijd te Greenwich te 0^u aldaar, benevens den verbeterden gang.

Tafel XXXV. Rio-Janeiro; Fort Villagagnon W. Lengte $= 43^o 9' 0''$.

W. Lengte Villagagnon = 43° 9′ 0″
in tijd = $2^u 52'36''$
10 Febr. middelb. tijd Villagagnon = $19^u\ 5'42''$
10 Febr. middelb. tijd Greenw. = $21^u 58'18''$
Aanwijzing tijdmeter = $5^u 58'\ 2''$
10 Febr. stand tijdm. tot middelb. tijd Greenw. = $16^u\ 0'16''$ (+)
of 11 Febr. des morgens „ „ = $4^u\ 0'16''$ (+)

2 Jan. te 0^u . . . . Greenw. stand tijdm. = $4^u 5'10''$ (+)
10 Febr. „ $21^u 58'18''$ „ „ „ = $4^u 0'16''$ (+)
In 39^d $21^u 58'18''$ = 39,915 verand. = $4'54''$ (—)

en dus:

$$\text{Verbeterde gemiddelde dag. gang} = -\frac{4'54''}{39,915} = -7'',37.$$

Om den verbeterden stand den 11^{den} Februarij te vinden, hebben wij:

11 Febr. des morgens te $9^u 58'18''$ Greenw. stand tijdm. = $4^u 0'16''$ (+)
gang in $2^u\ 1'42''$ . . . . = $0'',61$ (—)
11 Febr. te 0^u Greenw. stand tijdm. = $4^u 0'15'',39$ (+).

Voorbeeld. Een schip, dat op den 15^{den} Junij 18 . . uit het Nieuwediep vertrok, had een tijdmeter, waarvan de stand tot den middelbaren tijd te Greenwich was + $3^u 34'21''$, toen hij des morgens van dien datum $8^u 6'15''$ aanwees. Zijn gemiddelde dagelijksche gang, uit de regeling afgeleid, bedroeg — $4'',4$.

Den 30sten Junij van hetzelfde jaar, de Piek van Teneriffe Zuid peilende, vindt men des namiddags door eene tijdsbepaling den middelbaren tijd aan boord $4^u 6'50''$, terwijl de tijdmeter $1^u 38'40''$ aanwijst. Men vraagt den verbeterden gang des tijdmeters.

In Tafel XXXV vindt men: Piek van Teneriffe W. Lengte = 16°38′50.

Dewijl de Piek van Teneriffe Zuid gepeild wordt, zoo is de Lengte van het schip, op het oogenblik van de tijdsbepaling, dezelfde als die van de Piek. Wij hebben dus:

W. Lengte van het schip = 16°38′50″
In tijd = $1^u\ 6'35'',33$
30 Junij middelb. tijd a/b = $4^u\ 6'50'',0$
30 Junij middelb. tijd Greenw. = $5^u 13'25'',33$
„ aanwijzing tijdm. = $1^u 38'40'',0$
30 Junij stand tijdm. = $3^u 34'45'',33$ (+)

Aanw. tijdm. den 30sten Junij des namiddags = $1^u 38'40''$
„ „ „ 15^{den} „ „ voormidd. = $8^u\ 6'15''$
Tijdsverloop = n = 15^d $5^u 32'25''$
= $15^d,231$

Stand van den tijdmeter den 15^{den} Junij = $3^u 34'21''$ (+)
15,231 × — $4'',4$ = verb. voor gang = $1'\ 7'',02$ (—)
Stand van den tijdm. den 30sten Junij = $3^u 33'13'',98$ (+)
Ware stand „ „ „ „ = $3^u 34'45'',33$ (+)
Verschil = $1'31'',35$ (+)

Blijkbaar moet dit verschil worden toegeschreven aan eene verandering in den gang, en gemiddeld zal deze fout zijn

$$+\frac{1'31'',35}{15,231}=+6'',0.$$

De verbeterde gang wordt dus — 4''4 + 6'' = + 1'',60.
Wij vinden dezen gang ook aldus:

30 Junij toen de tijdm.	$1^u38'40''$ aanwees,	stand =	$3^u34'45'',33$ (+)
15 „ „ „ „	$8^u\ 6'15''$ „	„ =	$3^u34'21'',0$ (+)
Verandering in 15^d	$5^u32'25''$	=	+ 24'',33

$$\text{Verb. gemidd. dagelijksche gang} = \frac{24,33}{15,231} = +1'',6.$$

Voorbeeld. Ter reede van de Kaapstad gekomen, neemt men, naar aanwijzing van denzelfden tijdmeter te $7^u9'40''$ des morgens van den 19den Augustus, het tijdsein waar van het observatorium. Indien het bedoelde sein te 0^u middelbaren tijd Kaapstad valt, vraagt men welken gang de tijdmeter sedert de regeling op de Piek van Teneriffe heeft gehad.

O. Lengte Kaapstad observ. =	$18°28'45''$	
in tijd =	$1^u13'55''$	
19 Aug. middelb. tijd observ. =	0^u	
18 Aug. middelb. tijd Greenw. =	$22^u46'\ 5''$	
19 „ „ „ „ =	$10^u46'\ 5''$	des morgens
19 Aug. aanwijzing tijdm. =	$7^u\ 9'40''$	„ „
19 Aug. stand tijdm. tot middelb. tijd Greenw. =	$3^u36'25''$	(+)

19 Aug. toen de tijdm. aanwees	$7^u\ 9'40''$ des voormidd.	stand =	$3^u36'25''$	(+)
30 Junij „ „ „ „	$1^u38'40''$ „ namidd.	„ =	$3^u34'45'',33$	(+)
	in $49^d17^u31'\ 0''$ verandert de stand	=	$1'39'',67$	(+)

dus

$$\text{Gemidd. dag. gang} = +\frac{1'39'',67}{49,73} = +2'',0.$$

IX. NADERE BESCHOUWING OVER DE GANGEN VAN TIJDMETERS.

Ofschoon aan de vervaardiging van tijdmeters de meest mogelijke zorg besteed wordt, zoo is het er nog verre af, dat een dergelijk uurwerk volmaakt zou wezen, en wij ontdekken in den met zorg bepaalden gang, na verloop van langer of korter tijd afwijkingen, die in hooge mate de aandacht verdienen van hen, die zich van tijdmeters moeten bedienen.

Vestigt men het oog op de zamenstellende deelen van een tijdmeter,

dan zal men al dadelijk tot het besluit komen, dat die afwijkingen zullen veroorzaakt worden:

1°. door de onvolkomenheid der bearbeiding, in verband met de inrigting van het echappement;

2°. door de onvolkomenheden van het isochronismus;

3°. door de verandering der veerkracht van de spiraal;

4° door de onvolkomenheden der compensatie;

5°. door de excentriciteit van het zwaartepunt der balans;

6°. door de verandering, die de olie, waarmede de deelen van den tijdmeter bevochtigd zijn, na verloop van tijd ondergaat;

7°. door den veranderlijken weerstand der lucht;

8°. door het magnetismus van de aarde.

Behalve deze bekende oorzaken schijnen nog andere, tot dus verre onbekende invloeden op den gang van tijdmeters te werken. Zoo openbaren de meeste tijdmeters eene gevoeligheid voor eene verplaatsing. Bij overvoer van de eene plaats aan wal naar de andere, van den wal naar een schip en aan boord van het schip zelf, nemen sommige tijdmeters een geheel anderen gang aan, dan dien zij te voren hadden; en ofschoon het minder volkomen isochronismus tot deze verandering in den gang kan bijdragen, zoo is misschien een veranderlijk vochtgehalte van den dampkring daarop niet zonder invloed.

Leert nu de ondervinding dat alle tijdmeters, na verloop van tijd, in meerdere of mindere mate hunne gangen veranderen, dan doet zich de vraag voor, of die veranderingen, met het oog op de bovenstaande oorzaken, ook onder eene wet zijn te brengen. De beantwoording daarvan is voor den zeeman allergewigtigst. Het gevaar toch, dat voor hem in eene verandering van den gang des tijdmeters gelegen is, bestaat hierin, dat hij onbewust tot een verkeerd resultaat, namelijk tot een foutieven tijd te Greenwich geraakt. Is de genoemde verandering zeer klein, dan is zij voor de praktijk onschadelijk; doch is zij tamelijk groot, dan kan zij schromelijke gevolgen hebben. Heeft zij zich echter met tamelijke zekerheid laten voorspellen, hetgeen alleen dan kan geschieden, wanneer de wet, die zij daarbij volgt, bekend is, dan kan zij in rekening gebragt en bijgevolg onschadelijk gemaakt worden.

Kent men b. v. het bedrag van de wijziging, die de gang ondergaat, als de temperatuur verandert, dan zal men slechts de temperatuur hebben na te gaan, waarin de tijdmeter heeft verkeerd, om den daarmede overeenkomstigen gang te bepalen; en de schijnbare onregelmatigheid, die men bij onbekendheid met den invloed der temperatuursverandering in den gang zou opmerken, verdwijnt en is onschadelijk, als namelijk die invloed niet zoo groot is, dat er eene meer naauwkeurige kennis van de temperatuur gevorderd wordt, dan die, welke op de gewone wijze aan boord verkregen kan worden.

Hebben wij op de vorige bladzijden de middelen aangewezen, waardoor de zeeman in staat is, om zijn uurwerk te beproeven, dan zal het na het bovenstaande duidelijk zijn, dat eene dergelijke regeling niet als voldoende kan geacht worden. De korte tijd toch, die hem in de meeste gevallen geschonken is, de betrekkelijk ruwe waarnemingen en de weinige hulpmiddelen, die hem in het algemeen ten dienste staan, maken, dat de bedoelde regeling, streng genomen, onvolledig is en slechts dienen kan tot toetsing van het uurwerk, aan hetgeen vroeger, bij een meer volkomen onderzoek, omtrent dien tijdmeter is beslist.

De tijdmeters voor de Koninklijke Nederlandsche Marine worden te Leiden, onder de leiding van den hoogleeraar F. KAISER, onderworpen aan een onderzoek, dat alleen met regt dien naam mag dragen. Bij dat onderzoek tracht men hoofdzakelijk de wet op te sporen, volgens welke de temperatuursverandering op den gang werkt en zooveel mogelijk den invloed te bepalen, dien de tijd op den gang uitoefent, omdat het deze twee oorzaken zijn, die, zoover wij weten, den grootsten invloed op den gang des tijdmeters hebben. Is dan die wet, ten gevolge van dat onderzoek, met eenige zekerheid bekend, dan wordt zij onder den vorm eener formule, met den tijdmeter aan boord van het schip, ten gebruike medegegeven.

a. ONTWIKKELING DER FORMULE VOOR DEN GANG VAN TIJDMETERS.

Ten einde de formule, die den gang eens tijdmeters voorstelt, met vrucht te kunnen gebruiken, zoo is het niet onbelangrijk de wijze na te gaan, waarop zij bepaald wordt. Wij willen daartoe in de eerste plaats het verband beschouwen, dat er tusschen de overeenkomstige veranderingen in de temperatuur en den gang van tijdmeters bestaat.

Om de compensatie van een tijdmeter te regelen, worden de compensatie-gewigten of schroefjes, zooals wij weten, zoodanig op de boogjes der balans aangebragt, dat bij hooge en lage temperaturen de gang niet verandert; doch hieruit volgt geenszins, dat de compensatie voor de tusschenliggende temperaturen volkomen is. Nemen wij nu aan, in de vooronderstelling dat er iets aan de compensatie ontbreekt, dat de gang niet eenparig met de temperatuur verandert, dan zal het verband tusschen den gang en de temperatuur in het algemeen voorgesteld kunnen worden door de hoogere magtsvergelijking:

$$g = a + ct + dt^2 + et^3 + \ldots\ldots$$

waarin g den gang bij de temperatuur t°, a dien bij eene temperatuur 0° voorstelt, en c, d, enz. coëfficienten beteekenen.

Door het aannemen van dezen vorm, veroorlooft men zich geene wil-

lekeurige vooronderstelling. Is men namelijk in staat, om de grootheden *a*, *c*, *d*, enz. naauwkeurig te bepalen, dan openbaart het zich dadelijk, of de gang al dan niet eenparig met de temperatuur verandert, en wel daardoor, dat in het eerste geval de coëfficienten *d*, *e*, enz. nul of onmerkbaar worden, terwijl zij in het tweede geval zekere waarde moeten hebben. Blijkens de ondervinding is de tweedemagtsvergelijking:

$$(A) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad g = a + ct + dt^2$$

allezins voldoende om het verband tusschen de temperatuur en den gang uit te drukken.

Stelt men zich nu voor, dat de gangen van den tijdmeter, bij verschillende temperaturen, door waarnemingen bepaald zijn, dan zal men een aantal vergelijkingen (*A*) kunnen opstellen om daaruit de onbekende grootheden *a*, *c* en *d* op te lossen.

Had men b. v. uit eenige waarnemingen afgeleid, dat de overeenkomstige temperaturen en gangen waren:

bij 12°	RÉAUMUR	. . . . . gang	$= + 4''$
„ 18°	„	. . . . . „	$= + 7''$
„ 6°	„	. . . . . „	$= - 2''$

dan zouden wij het navolgende stel vergelijkingen hebben, als wij *a* den gang noemen bij 14° RÉAUMUR:

$$+ 4'' = a + c\,(12^\circ - 14^\circ) + d\,(12^\circ - 14^\circ)^2$$
$$+ 7'' = a + c\,(18^\circ - 14^\circ) + d\,(18^\circ - 14^\circ)^2$$
$$- 2'' = a + c\,(\;6^\circ - 14^\circ) + d\,(\;6^\circ - 14^\circ)^2$$

waaruit wij *a*, *c* en *d* zouden kunnen berekenen, ware het niet, dat zich daaronder een andere invloed verschool, namelijk die van den tijd.

Zooals wij bij de inrigting der tijdmeters hebben opgemerkt, hangt het isochronismus der balans af van de lengte en de veerkracht der spiraalveer, terwijl wij met een enkel woord hebben melding gemaakt van de wijze, waarop het isochronismus door den tijdmetermaker wordt geregeld. Is nu het isochronismus volkomen bij de temperatuur, welke bij die regeling heerschte, dan zal het niet volkomen blijven, als de temperatuur verandert, omdat die verandering eene wijziging in de lengte en de veerkracht der spiraal veroorzaakt. Worden dan na verloop van tijd de slingerwijdten der balans, door het verdikken der olie of door andere oorzaken, kleiner, dan kan het wel niet anders, of er moeten door het onvolkomen isochronismus bij de verschillende temperaturen veranderingen in den gang ontstaan.

Zullen de grootheden *a*, *c* en *d* met eene toereikende juistheid bepaald worden, dan moet de gang zijn waargenomen bij zeer uiteenloopende temperaturen, zoodat de tijdmeter minstens gedurende een zomer en winter in onderzoek moet zijn geweest. Hierdoor ontstaat nu de

zwarigheid, dat de invloed van den tijd zich min of meer met de genoemde grootheden zal vereenigen, en het zal dus uiterst moeijelijk zijn om den invloed van de temperatuursverandering op den gang, van dien van den tijd af te zonderen.

Ofschoon tot dus verre de wet, die het verband tusschen de verandering in den gang en den tijd uitdrukt, niet met juistheid bekend is, zoo zal men toch niet ver van de waarheid afwijken, door die verandering voorloopig evenredig met den tijd te stellen, indien namelijk het tijdvak niet al te groot wordt genomen. Wordt het tijdvak zeer groot, dan moet de invloed van den tijd op nieuw bepaald worden, zooals wij later zullen zien.

Stellen wij nu, dat de gang door den tijd wekelijks met de hoeveelheid bw verandert, als w het aantal weken beteekent, dat er sedert een bepaald oogenblik verloopen is, dan zal, wanneer de invloed van de temperatuursverandering en die van den tijd in aanmerking worden genomen, de dagelijksche gang worden voorgesteld door de formule:

$$g = a + bw + ct + dt^2$$

of

$$\text{(B)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad g = a + bw + c\,(t - 14^\circ) + d\,(t - 14^\circ)^2$$

in welke laatste formule a de gang is, bij 14° BÉAUM. voor het oogenblik, waarop $w = 0$ is. Wij zullen alzoo de grootheid a benevens de coëfficienten b, c en d met behulp van waarnemingen hebben te bepalen. Het onderstaande voorbeeld zal toereikend zijn om te doen zien, op welke wijze zulks geschiedt.

Voorbeeld van de berekening der formule voor tijdmeter Marine n°. 29 (*).

Uit eene reeks van dagelijksche gangen, die wekelijks zijn opgemaakt, van den 11den April 1863 tot den 23sten Januarij 1864, zijn de volgende gangen met de daarbij behoorende temperaturen gekozen:

	Gang.	Temp. BÉAUM.		
Van 11 April tot 9 Mei	+ 5",94	+ 9°,1	geldt voor 25 April 1863	37 weken
„ 20 Junij „ 18 Julij	+ 5 ,17	+ 15 ,4	„ „ 4 Julij „	27 „
„ 26 Sept. „ 24 Oct.	+ 5 ,52	+ 10 ,5	„ „ 10 Oct. „	13 „
„ 26 Dec. „ 23 Jan. 1864	+ 8 ,97	+ 0 ,1	„ „ 9 Jan. 1864	0 „

Volgens de formule:

$$\text{dag. gang} = g = a + bw + c\,(t - 14^\circ) + d\,(t - 14^\circ)^2$$

is alzoo

(*) Dit en het volgende voorbeeld zijn mij welwillend verstrekt door den Heer adjunct-verificateur van 's rijks zee-instrumenten P. J. KAISER.

$$+5'',94 = a - 37\,b - 4{,}9\,c + 24{,}01\,d$$
$$+5\,,17 = a - 27\,b + 1{,}4\,c + 1{,}96\,d$$
$$+5\,,52 = a - 13\,b - 3{,}5\,c + 12{,}25\,d$$
$$+8\,,97 = a - 0\,b - 13{,}9\,c + 193{,}21\,d.$$

De oplossing van deze vergelijkingen geeft:

$$a = +\,5'',05$$
$$b = -\,0\,,006$$
$$c = -\,0\,,0545$$
$$d = +\,0\,,01638$$

en de dagelijksche gang van dezen tijdmeter zal dus worden voorgesteld door de formule:

$$\text{dag. gang} = +\,5'',05 - 0'',006\,w - 0'',0545\,(t - 14^\circ) + 0'',01638\,(t - 14^\circ)^2.$$

In deze formule drukt het teeken (+) eene vertraging, het teeken (—) eene versnelling uit.

t is de gemiddelde warmtegraad naar de schaal van RÉAUMUR;

w beteekent het aantal weken, dat er sedert den 9den Januarij 1864 is verloopen.

De volgende tabel geeft eene vergelijking van de uitkomsten met behulp van de bovenstaande formule verkregen, met de laatst waargenomen dagelijksche gangen van den tijdmeter, wekelijks opgemaakt.

Einde der week.	Temp. RÉAUM.	Waargen. gang.	Bereken. gang.	Verschil.
3 Oct. 1863	+ 10°,0	+ 5",50	+ 5",61	— 0",11
10 „	11 ,0	5 ,46	5 ,04	+ 0 ,02
17 „	10 ,9	5 ,33	5 ,44	— 0 ,11
24 „	10 ,4	5 ,79	5 ,52	+ 0 ,27
31 „	8 ,1	6 ,43	6 ,00	0 ,43
7 Nov.	7 ,4	6 ,30	6 ,17	0 ,13
14 „	5 ,4	6 ,99	6 ,77	0 ,22
21 „	5 ,9	7 ,12	6 ,61	0 ,51
28 „	6 ,1	6 ,72	6 ,53	0 ,19
5 Dec.	4 ,4	7 ,44	7 ,11	0 ,33
12 „	5 ,3	6 ,88	6 ,78	0 ,10
19 „	6 ,1	6 ,70	6 ,51	0 ,19
26 „	5 ,8	6 ,61	6 ,77	0 ,14
2 Jan. 1864	+ 3 ,9	7 ,45	7 ,28	0 ,17
9 „	— 1 ,3	10 ,27	9 ,71	+ 0 ,56
16 „	— 1 ,7	9 ,33	9 ,94	— 0 ,61
23 „	— 0 ,5	8 ,82	9 ,27	— 0 ,45
30 „	+ 3 ,2	6 ,87	7 ,53	— 0 ,66

Ten einde bij het onderzoek van den tijdmeter den invloed van den tijd te ontgaan, bezigt men daartoe te Leiden een verwarmingstoestel, de zoogenaamde gaskast, waarin de tijdmeters aan eene hoogere temperatuur dan die der lucht kunnen worden blootgesteld, en waardoor alzoo in den winter, in zeer weinig dagen, hun gang bij zeer

uiteenloopende temperaturen kan worden nagegaan. In de gaskast worden de waarnemingen alleen gebezigd voor de bepaling van den invloed der warmte op den gang, en geenszins voor de bepaling van de constante a of den coëfficient b der formule. De waarnemingen in de gaskast worden zoodanig ingerigt, dat eene verandering van den gang, evenredig aan den tijd, zich daarbij moet vereffenen.

Voorbeeld van de berekening der formule, met behulp van de gaskast, voor tijdmeter Marine n°. 5.

In de gaskast zijn de volgende dagelijksche gangen en temperaturen waargenomen:

	Gang.	Temp. RÉAUM.
Van 7 Jan. 1864 tot 10 Jan. 1864	+ 6″,84	— 3°,63
„ 11 „ „ „ 14 „ „	+ 1 ,55	+ 10 ,63
„ 15 „ „ „ 19 „ „	+ 2 ,26	+ 22 ,47
„ 20 „ „ „ 23 „ „	+ 1 ,38	+ 11 ,22
„ 24 „ „ „ 27 „ „	+ 3 ,29	+ 2 ,41
„ 28 „ „ „ 31 „ „	+ 2 ,06	+ 10 ,69
„ 1 Febr. „ „ 5 Febr. „	+ 0 ,87	+ 24 ,11
„ 6 „ „ „ 9 „ „	+ 1 ,61	+ 10 ,88
„ 10 „ „ „ 13 „ „	+ 5 ,19	— 0 ,18.

Middelt men de lage, de middelbare en de hooge temperaturen en evenzoo de daarbij behoorende gangen, dan verkrijgt men voor hetzelfde tijdstip:

Gang	Temp.
+ 5″,10	— 0°,5
+ 1 ,65	+ 10 ,8
+ 1 ,56	+ 23 ,3

Uit deze zes gegevens zal men, geheel onafhankelijk van den invloed des tijds op den tijdmeter, de coëfficienten van de temperatuur kunnen bepalen.

Men zal namelijk volgens de formule:

$$\text{dag. gang} = a + bw + c\,(t - 14^\circ) + d\,(t - 14^\circ)^2$$

kunnen stellen, voor een bepaald tijdstip, waarvoor $w = 0$ is:

$$+5'',10 = a - 14{,}5\,c + 210{,}25\,d$$
$$+1\,,65 = a - 3{,}2\,c + 10{,}24\,d$$
$$+1\,,56 = a + 9{,}3\,c + 86{,}49\,d.$$

De oplossing van deze vergelijkingen geeft:

$$c = -0'',082$$
$$d = +0\,,0126$$

en de formule zal dus zijn:

$$\text{dag. gang} = a + bw - 0'',082\,(t - 14^\circ) + 0'',0126\,(t - 14^\circ)^2.$$

Ten einde de grootheid *a* en den coëfficient *b* te bepalen, herleiden wij, met behulp van deze formule, de later waargenomen gangen tot de temperatuur 14° R. Hierdoor komt:

	Temp.	Waargen. gang.	Herleide gang.
Van 30 April tot 7 Mei 1864	+ 8°,1	+ 3″,45	+ 2″,53
„ 7 Mei „ 14 „	9 ,4	3 ,22	2 ,57
„ 14 „ „ 21 „	13 ,2	2 ,84	2 ,76
„ 21 „ „ 28 „	11 ,5	3 ,28	3 ,00
„ 28 „ „ 4 Junij	10 ,1	3 ,22	2 ,71
„ 4 Junij „ 11 „	12 ,5	3 ,23	3 ,08
„ 11 „ „ 18 „	14 ,4	3 ,26	3 ,29
„ 18 „ „ 25 „	14 ,2	3 ,48	3 ,50
„ 25 „ „ 2 Julij	12 ,9	3 ,79	3 ,69
„ 2 Julij „ 9 „	12 ,8	3 ,92	3 ,80
„ 9 „ „ 16 „	14 ,0	3 ,86	3 ,77
„ 16 „ „ 23 „	14 ,8	3 ,75	3 ,81

De invloed van den tijd is bij dezen tijdmeter zeer merkbaar, dewijl de gang zich, bij dezelfde temperatuur, van den 3^den^ Mei tot den 19^den^ Julij van + 2″,53 tot + 3″,81, en dus in 11 weken + 1″,28 veranderd heeft. Dit geeft voor de verandering in eene week, en dus voor den coëfficient *b*: + 0″,117.

Herleidt men nu de gangen tot hetzelfde tijdstip, namelijk tot het midden der week van 16 tot 23 Julij, dan verkrijgt men de volgende gangen, herleid tot dezelfde temperatuur en tot hetzelfde tijdstip:

Van 30 April tot 7 Mei 1864	+ 3″,82
„ 7 Mei „ 14 „	3 ,74
„ 14 „ „ 21 „	3 ,81
„ 21 „ „ 28 „	3 ,94
„ 28 „ „ 4 Junij	3 ,53
„ 4 Junij „ 11 „	3 ,78
„ 11 „ „ 18 „	3 ,87
„ 18 „ „ 25 „	3 ,97
„ 25 „ „ 2 Julij	4 ,04
„ 2 Julij „ 9 „	4 ,03
„ 9 „ „ 16 „	3 ,89
„ 16 „ „ 23 „	3 ,81
Gemiddeld =	+ 3″,85.

Het gemiddelde uit deze gangen geeft alzoo voor den standvastigen term *a*: + 3″,85.

De formule wordt dus:

$$\text{dag. gang} = +\,3'',85 + 0'',117\,w - 0'',082\,(t - 14^\circ) + 0'',0126\,(t - 14^\circ)^2$$

waarin *w* beteekent het aantal weken, verloopen sedert den 19^den^ Julij 1864 en *t* den gemiddelden warmtegraad naar de schaal van RÉAUMUR.

De volgende tabel geeft eene vergelijking van de onmiddellijk waargenomen gangen, met de gangen, die naar deze formule berekend zijn.

Einde der week.	Temp. RÉAUMUR.	Waargen. gang.	Bereken. gang.	Verschil.
7 Mei 1864	+ 8°,1	+ 3″,45	+ 3″,48	+ 0″,03
14 „	9 ,4	3 ,22	3 ,33	0 ,11
21 „	13 ,2	2 ,84	2 ,88	0 ,04
28 „	11 ,5	3 ,28	3 ,19	—0 ,09
4 Junij	10 ,1	3 ,22	3 ,54	+ 0 ,32
11 „	12 ,5	3 ,23	3 ,30	0 ,07
18 „	14 ,4	3 ,26	3 ,24	—0 ,02
25 „	14 ,2	3 ,48	3 ,34	0 ,14
2 Julij	12 ,9	3 ,79	3 ,60	0 ,19
9 „	12 ,8	3 ,92	3 ,74	0 ,18
16 „	14 ,0	3 ,86	3 ,82	0 ,04
23 „	14 ,8	3 ,75	3 ,79	+ 0 ,04

Gaat men nu met dien tijdmeter naar zee, dan zullen de gevonden waarden van *a* en *b* voor de toekomst, gedurende een niet al te lang tijdvak, als de meest waarschijnlijke kunnen worden aangenomen.

Had men, na de herleiding der later waargenomen gangen tot dezelfde temperatuur, geen invloed van den tijd bespeurd, dan was het gemiddelde daaruit de constante *a*, die natuurlijk zou gelden voor het tijdvak, waarover de waarnemingen zich uitstrekken, en die ook voor een toekomstig, mits niet al te lang tijdperk, zou kunnen gebezigd worden.

b. HET GEBRUIK DER FORMULE.

Wanneer wij het gebruik nagaan, dat er van de formule is te maken, dan komen wij tot een tweeledig resultaat, namelijk:

1°. dat zij kan strekken ter beoordeeling van een tijdmeter;

2°. dat zij hem, die zich van den aldus geregelden tijdmeter bedient, in staat stelt, om met grootere juistheid den tijd te Greenwich te bepalen voor een gegeven oogenblik, dan mogelijk is met behulp van den gang, die door middel van de gewone regeling wordt gevonden.

Wat het eerste punt betreft, zoo merken wij op, dat de afwijkingen in de gangen van tijdmeters ophouden fouten te zijn, zoodra zij zich uit bekende oorzaken laten verklaren, waarvan de invloed in rekening kan worden gebragt. Kan men zich toch bij het onderzoek van een tijdmeter vele anomaliën in den gang verklaren, die zich door het gebruik eener formule tot een veel kleiner bedrag laten terugbrengen, dan blijven alleen de onverklaarde of toevallige anomaliën over, en deze zijn het, die den maatstaf kunnen aangeven, omtrent hetgeen er voor de toekomst van dien tijdmeter is te wachten. Nemen wij tot opheldering van een en ander de tabel op bladz. 242, IIe Deel, ter hand, waarin

de waargenomen gangen van den tijdmeter Marine n°. 29 zijn opgeteekend, dan zien wij, dat die gangen van 5″,33 tot 10″,27 of 4″,94 uit elkander loopen. Door het in rekening brengen van de bekende invloeden, heeft men de daarnevens staande kolom kunnen invullen en vervolgens de verschillen kunnen bepalen tusschen de waargenomen en de berekende gangen, welke verschillen de nu nog onverklaarde of toevallige afwijkingen van den gang zijn. Blijkens de tabel zijn echter de sprongen daarin veel kleiner, en bedraagt de grootste sprong slechts 1″22, namelijk die van + 0″,56 op — 0″,66. De afwijking van 4″,94, die zich aanvankelijk openbaarde, wordt alzoo tot 1″,22 teruggebragt, en het minder gunstige oordeel, dat men bij den eersten opslag over dien tijdmeter zou uitspreken, moet bij nader inzien geheel worden gewijzigd. Alleen door berekening, zal men zich bijgevolg aangaande de meerdere of mindere deugdelijkheid van een tijdmeter kunnen vergewissen. Dewijl dit onderwerp minder tot den kring der bemoeijingen van den zeeman behoort, zoo treden wij daarover in geene nadere beschouwingen, maar gaan over tot het tweede punt, dat van meer onmiddellijk gewigt voor hem is.

Hebben wij reeds vroeger met een enkel woord gewezen op het wenschelijke, dat er voor den zeeman gelegen is in de kennis der wet, volgens welke de tijdmeter zijn gang verandert, naar de verschillende omstandigheden, waaronder hij loopt, zoo achten wij het niet overtollig dit thans nader aan te toonen. Denken wij ons b. v. een schip, om ons alleen tot de temperatuursverandering te bepalen, dat in den winter uit Holland vertrekt, dan kan dit schip na weinige dagen in eene veel hoogere temperatuur komen, dan die, waarin het te voren was. Heeft dat schip een tijdmeter aan boord, die op de gebruikelijke wijze, eenigen tijd vóór het vertrek, dus in eene lage temperatuur geregeld is, dan kan het niet anders of de resultaten, die de tijdmeter geeft, moeten slecht worden, als men een gang bezigt, die niet overeenkomt met dien, welken de tijdmeter in de hoogere temperatuur heeft aangenomen. Heeft men daarentegen voor dien tijdmeter eene formule, die gebaseerd is op resultaten, ontleend aan hetgeen de ondervinding juist omtrent den invloed van de temperatuursverandering bij dien tijdmeter geleerd heeft, dan zal men slechts de temperatuur, waarin de tijdmeter staat, hebben op te teekenen en den daarmede overeenkomstigen gang te berekenen, om een gang te verkrijgen, die in overeenstemming is met den toestand, waarin de tijdmeter zich werkelijk bevindt. Het is duidelijk, dat de tijd te Greenwich, die met dezen gang gevonden wordt, veel naauwkeuriger moet zijn dan die, welke zou worden verkregen met behulp van den gang, die op de gewone manier bepaald is.

Ziehier op welke wijze men de formule het gemakkelijkst in zee kan aanwenden, ter bepaling van den stand van den tijdmeter tot den

tijd te Greenwich, voor een willekeurig oogenblik. In de vooronderstelling, dat de formule voor den te gebruiken tijdmeter zoo naauwkeurig mogelijk gegeven zij, berekene men vooraf een tafeltje van de gangen bij verschillende temperaturen, die b. v. onderling 1° R. verschillen. Laat verder op den dag van het vertrek, de stand van den tijdmeter tot den tijd te Greenwich, benevens zijne aanwijzing voor welke die stand geldt, naauwkeurig bekend zijn, en nemen wij aan dat de gemiddelde temperatuur van den dag dagelijks met de meeste zorg bepaald wordt, waartoe, zooals gezegd is, in de meeste gevallen meer dan eene enkele aflezing van den thermometer, die bij de tijdmeters geborgen is, vereischt wordt.

Verlangt men nu den volgenden dag, bij zekere aanwijzing van den tijdmeter, zijn stand tot den middelbaren tijd te Greenwich te kennen, dan zoeke men in het bovengemelde tafeltje den gang, die met de gemiddelde temperatuur in het verloopen tijdvak overeenkomt, en past op den stand van den vorigen dag het evenredig gedeelte van dien gang toe, dat blijkbaar het verloop van den tijdmeter voorstelt in het tijdvak, begrepen tusschen de beide aanwijzingen.

Gaat men dan op deze wijze voort, door op elken volgenden dag den stand af te leiden uit dien, welke op den onmiddellijk voorgaanden dag gevonden is, dan zal men, zooveel als binnen het bereik ligt, de verschillende omstandigheden, waaronder de tijdmeter zich bevonden heeft, wat de temperatuur betreft, in aanmerking hebben genomen.

Voorbeeld. Aan een schip wordt een tijdmeter medegegeven, waarvan de gang door de formule

$$g = +\,1'',09 - 0'',043\,(t - 14^\circ) + 0'',01367\,(t - 14^\circ)^2$$

wordt voorgesteld. Op den 31sten Januarij 18.., des voormiddags, bedroeg de stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich + $1^u 40' 20''$, toen zijne aanwijzing $11^u 6' 14''$ was. Achtereenvolgens heeft men op den 1sten, 2den, 3den, 4den en 5den Februarij waarnemingen verrigt en bevonden:

	Aanwijzing tijdm.	Gemiddelde temp.
bij de waarn. des voormiddags op den 1sten Febr.	$10^u\ 5'14''$	— 2° R.
„ „ 2den „	$11^u 30'20''$	+ 4°
„ „ 3den „	$0^u\ 7'40''$	+ 10°
„ „ 4den „	$10^u 50'10''$	+ 14°
des namiddags „ 5den „	$7^u\ 8'15''$	+ 20°

Men vraagt de standen van dien tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich op die verschillende dagen, tijdens het oogenblik der waarneming.

Berekenen wij eerst een tafeltje voor de gangen, dan vinden wij:

Voor — 2° R. . . .	dag. gang =	+ 5″,28	voor 10° R	dag. gang =	+ 1″,48
„ — 1° . . .	„	4 ,81	„ 11°	„	1 ,34
„ 0° . . .	„	4 ,37	„ 12°	„	1 ,23
„ + 1° . . .	„	3 ,96	„ 13°	„	1 ,15
„ 2° . . .	„	3 ,57	„ 14°	„	1 ,09
„ 3° . . .	„	3 ,22	„ 15°	„	1 ,06
„ 4° . . .	„	2 ,89	„ 16°	„	1 ,06
„ 5° . . .	„	2 ,58	„ 17°	„	1 ,09
„ 6° . . .	„	2 ,31	„ 18°	„	1 ,14
„ 7° . . .	„	2 ,06	„ 19°	„	1 ,21
„ 8° . . .	„	1 ,84	„ 20°	„	1 ,33
„ 9° . . .	„	+ 1 ,65	„ 21°	„	+ 1 ,46.

Voorts heeft men:

Aanwijzing op 1 Febr. = $10^{u}\ 5'14''$ voormiddags
„ „ 31 Jan. = $11^{u}\ 6'14''$ „
Tijdsverloop = $22^{u}59'\ 0''$.

Bij — 2° R. . . . in 24^{u} . . . gang = + 5″,28 — Stand op 31 Jan. = + $1^{u}40'20''$
„ „ $22^{u}59'$ „ = + 5″,06 — Verloop = + 5″,06
Stand op 1 Febr. = + $1^{u}40'25''$,06.

Voor den stand op de volgende dagen, hebben wij:

Aanwijzing op 2 Febr. . . $11^{u}30'20''$ voormiddags
„ „ 1 „ . . $10^{u}\ 5'14''$ „
Tijdsverloop $25^{u}25'\ 6''$.

Bij + 4° R. . . . in 24^{u} . . gang = + 2″,89 — Stand op den 1sten = + $1^{u}40'25''$,06
„ „ $25^{u}25'$ „ = + 3″,06 — Verloop = + 3″,06
Stand op den 2den = + $1^{u}40'28''$,12.

Aanwijzing op 3 Febr. = $0^{u}\ 7'40''$ voormiddags
„ „ 2 „ = $11^{u}30'20''$ „
Tijdsverloop = $24^{u}37'20''$.

Bij 10° R. . . . in 24^{u} . . gang = + 1″,48 — Stand op den 2den = + $1^{u}40'28''$,12
„ „ $24^{u}37'20''$ „ = + 1″,52 — Verloop = + 1″,52
Stand op den 3den = + $1^{u}40'29''$,64.

Aanwijzing op 4 Febr. = $10^{u}50'10''$ voormiddags
„ „ 3 „ = $0^{u}\ 7'40''$ „
Tijdsverloop = $22^{u}42'30''$.

Bij 14° R. . . in 24^{u} . . . gang = + 1″,09 — Stand op den 3den = + $1^{u}40'29''$,64
„ „ $22^{u}42'30'$ „ = + 1″,03 — Verloop = + 1″,03
Stand op den 4den = + $1^{u}40'30''$,67.

Aanwijzing op 5 Febr. = $7^{u}\ 8'15''$ namiddags
„ „ 4 „ = $10^{u}50'10''$ voormiddags
Tijdsverloop = $32^{u}18'\ 5''$.

Bij 20° R. . . . in 24^{u} . . gang = + 1″,33 — Stand op den 4den = + $1^{u}40'30''$,67
„ „ $32^{u}18'5''$ „ = + 1″,79 — Verloop = + 1″,79
Stand op den 5den = + $1^{u}40'32''$,46.

Mogt men bevreesd zijn, om op deze wijze eene eventuëele fout, begaan in de bepaling van den stand voor zekeren dag, op al de volgende standen over te brengen, dan kan men den gemiddelden gang, voor een tijdvak van eenige dagen, afleiden uit al de waargenomen temperaturen in dat tijdvak en daarmede den stand berekenen. De aldus gevonden stand moet dan met dien, welke op de eerste wijze bepaald is, overeenkomen, waardoor men het middel bezit, om dezen te controleren.

Ten einde deze berekening te verrigten, schrijven wij de formule onder den vorm:

$$\text{Gemidd. dag. gang} = +\,1'',09 - 0'',043\,\frac{\Sigma(t - 14^\circ)}{n} + 0'',01367\,\frac{\Sigma(t - 14^\circ)^2}{n}$$

waarin Σ de som der termen $(t - 14^\circ)$ en $(t - 14^\circ)^2$ en n het aantal verloopen dagen beteekent.

Vraagt men b. v. den stand op den 5^{den} Februarij onmiddellijk te bepalen, dan berekenen wij eerst het tijdsverloop tusschen dien datum en den 31sten Januarij, en daarna de termen $\frac{\Sigma(t - 14^\circ)}{n}$ en $\frac{\Sigma(t - 14^\circ)^2}{n}$.

Hiertoe is:

Aanwijzing tijdm. op 5 Febr. = $7^u8'15''$ des namiddags
„ „ „ 31 Jan. = $11^u6'14''$ „ voormiddags
Tijdsverloop = $5^d\ 8^u2'\ 1''$
$n = 5^d,33$.

$t = -\ 2^\circ$	$t - 14^\circ = -16$	$(t - 14^\circ)^2 = +256$
$t = +\ 4$	„ $= -10$	„ $= 100$
$t = +10$	„ $= -\ 4$	„ $= 16$
$t = +14$	„ $= 0$	„ $= 0$
$t = +20$	„ $= +\ 6$	„ $= 36$
	$\Sigma(t - 14^\circ) = -24$	$\Sigma(t - 14^\circ)^2 = 408$

$$\frac{\Sigma(t - 14^\circ)}{n} = -\frac{24}{5,33} = -4,5 \qquad \frac{\Sigma(t - 14^\circ)^2}{n} = \frac{408}{5,33} = 76,6$$

$-\,0'',043 \times -\ 4,5 = +\,0'',1935$
$+\,0'',01367 \times +\,76,6 = +\,1'',0471$
$+\,1'',09 = +\,1'',09$
Gemiddelde dag. gang $= +\,2'',331$

en dus in het tijdvak van 5,33 dag:

Verloop tijdmeter = $5,33 \times 2'',331 =$ $12'',42$ (+)
Stand tijdmeter op 31 Jan. = $1^u40'20'',00$ (+)
Gevraagde stand op 5 Febr. = $1^u40'32'',42$ (+).

Voorbeeld. Een schip is uitgerust met een tijdmeter, waarvan de gang wordt voorgesteld door de formule:

$$g = +\,4'',52 + 0'',24\,w - 0'',05\,(t - 14^\circ) + 0'',003\,(t - 14^\circ)^2$$

w is gerekend van den 1[sten] Januarij 18... Des morgens van dien datum was de stand van dien tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich + 3ᵘ31′50″, en de overeenkomstige aanwijzing 5ᵘ8′20″. Op de onderstaande datums van hetzelfde jaar, zijn eenige waarnemingen verrigt, waarbij de aanwijzingen van den tijdmeter, benevens de temperatuur in het afgeloopen etmaal, zijn opgeteekend als volgt:

	Aanwijzing		Temp.
18 Januarij	3ᵘ 6′40″	des voormiddags	+ 3° R.
19 „	2 14 53	„ „	+ 6
20 „	1 18 20	„ namiddags	+ 7
21 „	6 21 40	„ voormiddags	+ 5
22 „	5 40 18	„ „	− 2
23 „	7 23 14	„ „	− 3

Indien de temperatuur tusschen den 1[sten] en den 17[den] + 4° RÉAUMUR was, vraagt men de standen van den tijdmeter voor de gegeven aanwijzingen.

Van 1 tot 8 Jan. dag. gang bij + 4° R. = 5″,56 in 7 dagen = 38″,92
„ 8 „ 15 „ „ „ „ „ = 5″,80 „ 7 „ = 40″,60
„ 15 „ 17 „ „ „ „ „ = 6″,04 „ 2 „ = 12″,08
van 1 tot 17 Jan. . . . . Verloop = 91″,60
1 Jan. stand = 3ᵘ31′50″,0
17 „ stand = 3ᵘ33′21″,6

Aanwijzing op 18 Jan. = 3ᵘ 6′40″ voormiddags
„ „ 17 „ = 5ᵘ 8′20″ „
Tijdsverloop = 21ᵘ58′20″

Bij + 3° R. . . . in 24ᵘ gang = + 6″,153 Stand op den 17[den] = + 3ᵘ33′21″,6
„ „ „ „ 21ᵘ58′ „ = + 5″,64 Verloop = + 5″,64
Stand op den 18[den] = + 3ᵘ33′27″,24.

Aanwijzing op 19 Jan. = 2ᵘ14′53″ voormiddags
„ „ 18 „ = 3ᵘ 6′40″ „
Tijdsverloop = 23ᵘ 8′13″

Bij + 6° R. . . . in 24ᵘ gang = + 5″,832 Stand op den 18[den] = + 3ᵘ33′27″,24
„ „ „ „ 23ᵘ8′ „ = + 5″,62 Verloop = + 5″,62
Stand op den 19[den] = + 3ᵘ33′32″,86.

Aanwijzing op 20 Jan. = 1ᵘ18′20″ namiddags
„ „ 19 „ = 2ᵘ14′53″ voormiddags
Tijdsverloop = 35ᵘ 3′27″

Bij + 7° R. . . . in 24ᵘ gang = + 5″,737 Stand op den 19[den] = + 3ᵘ33′32″,86
„ „ „ „ 35ᵘ3′ „ = + 8″,38 Verloop = + 8″,38
Stand op den 20[sten] = + 3ᵘ33′41″,24.

Aanwijzing op 21 Jan. = 6ᵘ21′40″ voormiddags
„ „ 20 „ = 1ᵘ18′20″ namiddags
Tijdsverloop = 17ᵘ 3′20″

Bij + 5° R. . . in 24^u gang = + 5″,933		Stand op den 20sten = + $3^u33'41''$,24
„ „ „ „ $17^u3'$ „ = + 4″,22		Verloop = + 4″,22
		Stand op den 21sten = + $3^u33'45''$,46.

Aanwijzing op 22 Jan. = $5^u40'18''$ voormiddags
„ „ 21 „ = $6^u21'40''$ „
Tijdsverloop = $23^u18'38''$

Bij — 2° R. . . . in 24^u gang = + 6″,808		Stand op den 21sten = + $3^u33'45''$,46
„ „ „ „ $23^u18'$ „ = + 6″,60		Verloop = + 6″,60
		Stand op den 22sten = + $3^u33'52''$,06.

Aanwijzing op 23 Jan. = $7^u23'14''$ voormiddags
„ „ 22 „ = $5^u40'18''$ „
Tijdsverloop = $25^u42'56''$

Bij — 3° R. . . . in 24^u gang = + 7″,197		Stand op den 22sten = + $3^u33'52''$,06
„ „ „ „ 25^u43 „ = + 7″,71		Verloop = + 7′,71
		Stand op den 23sten = + $3^u33'59''$,77.

Ten einde men zou kunnen beoordeelen, in hoeverre de formule in de praktijk vertrouwen verdient, laten wij hieronder eenige resultaten volgen, ons welwillend medegedeeld door den Luitenant ter zee der 1e klasse W. F. BINKES, in der tijd gedetacheerd bij het observatorium te Leiden.

Deze opgaven betreffen het verschil tusschen den waren stand des tijdmeters, na volbragte reis, verkregen met behulp van tijdseinen en tijdsbepalingen en den berekenden stand. De laatstgenoemde is berekend naar de formule, en ook op de gewone wijze bepaald.

1°. Tijdmeter, Marine n°. 118.

Deze tijdmeter vertrekt uit Hellevoetsluis. Bij aankomst te Paramaribo vindt men:

Verschil van den waren stand met dien naar de formule = 7″,55
„ „ „ „ „ „ „ „ „ gew. regeling = 21″,13.

Na een verblijf van anderhalf jaar in West-Indië, bij terugkomst te Hellevoetsluis is:

Verschil van den waren stand met dien naar de formule = 9″,56
„ „ „ „ „ „ „ „ „ gew. regeling = 35″,38.

Vervolgens wordt deze tijdmeter van den 28sten September 1861 tot den 1sten Maart 1862 te Hellevoetsluis waargenomen. De formule voldoet steeds goed, en de grootste verandering in den gang, zijnde 2″,16, wordt door toepassing van de formule tot 0″85 teruggebragt.

2°. Tijdmeter, Marine n°. 47.

Deze tijdmeter geeft bij aankomst te Paramaribo uit Hellevoetsluis:

Verschil van den waren stand met dien naar de formule = 31″,45
„ „ „ „ „ „ „ „ „ gew. regeling = 46″,18.

In West-Indië loopt de tijdmeter bij zeer geringe temperatuursverandering zeer onregelmatig. Terugkomende te Hellevoetsluis geeft hij:

Verschil van den waren stand met dien naar de formule = – 33″,0
„ „ „ „ „ „ „ „ „ gew. regeling = + 15″,7.

3°. Tijdmeter, Marine n°. 116.

Bij aankomst te Paramaribo van Hellevoetsluis geeft deze tijdmeter:

Verschil van den waren stand met dien naar de formule = 1′54″,46
„ „ „ „ „ „ „ „ „ gew. regeling = 2′21″,0.

Bij terugkomst te Hellevoetsluis wordt bevonden:

Verschil van den waren stand met dien naar de formule = 1′ 6″,69
„ „ „ „ „ „ „ „ „ gew. regeling = 1′25″,19.

4°. Tijdmeter, Marine n°. 45.

Deze tijdmeter vertrekt uit Hellevoetsluis en geeft bij aankomst aan de Kaap de Goede Hoop:

Verschil van den waren stand met dien naar de formule = 0″,97
„ „ „ „ „ „ „ „ „ gew. regeling = 10″,97.

Bij aankomst te Batavia is:

Verschil van den waren stand met dien naar de formule = 3″,74
„ „ „ „ „ „ „ „ „ gew. regeling = 15″,42.

Op de terugreis, bij aankomst te St. Helena, geeft die tijdmeter:

Verschil van den waren stand met dien naar de formule = 20″,71
„ „ „ „ „ „ „ „ „ gew. regeling = 1′ 1″,26.

Toen men Bevesier Noord peilde, werd bevonden:

Verschil van den waren stand met dien naar de formule = 20″,49
„ „ „ „ „ „ „ „ „ gew. regeling = 36″,00.

5°. Tijdmeter, Marine n°. 125.

Na eene reis van anderhalf jaar naar en in West-Indië, vindt men bij terugkomst:

Verschil van den waren stand met dien naar de formule = 9″,11
„ „ „ „ „ „ „ „ „ gew. regeling = 14″,46.

6°. Tijdmeter, Marine n°. 151.

Bij dezen tijdmeter geeft de formule, tijdens de kleine reizen, die hij maakt, steeds gunstiger resultaten dan de gewone gemiddelde gang.

Uit het medegedeelde zal men ontwaren, dat op eene enkele uitzondering na, het gebruik der formule gunstiger resultaten heeft opgeleverd, dan dat van den op de gewone wijze bepaalden, gemiddelden dagelijkschen gang. Wij moeten dus het gebruik van de formule boven de laatstgenoemde verkiezen.

C. HET VERBETEREN VAN DEN TERM *a* EN DEN COËFFICIENT *b* DER FORMULE.

Wanneer men aandachtig de wijze nagaat, waarop de afleiding van de formule voor den gang des tijdmeters plaats heeft, en zich daarbij het vroeger aangevoerde omtrent den invloed van het onvolkomen isochronismus der balans op dien gang herinnert, dan zal het duidelijk zijn, dat de grootheid *a* en de coëfficient *b* van de formule, na verloop van tijd, zullen veranderen.

Ofschoon het wenschelijk zou zijn, dat men de coëfficienten voor de temperatuur aan boord kon controleren, zoo is zulks echter ondoenlijk, dewijl de waarnemingen daartoe te grof en de temperatuursveranderingen in kleine tijdvakken te gering zijn, en men moet zich dus van de coëfficienten, die daarvoor worden opgegeven, blijven bedienen.

De bepaling van de grootheid *a* en den coëfficient *b* kan aan boord gemakkelijker geschieden. In de koloniën, alwaar de temperatuur weinig verandert, zal inzonderheid die bepaling met vrucht kunnen plaats hebben, en behoort zij dan ook nimmer te worden nagelaten.

Zooals men zal opgemerkt hebben, wordt de formule gegeven zonder en met den coëfficient *b*. In het eerste geval heeft de invloed van den tijd op den gang, bij het onderzoek van den tijdmeter, zich niet zoo duidelijk geopenbaard, dat men dien in de formule kan opnemen, en heeft men voor *a* een middental aangenomen, dat slechts voor een kort tijdvak zal gelden. In het andere geval, heeft men den invloed van den tijd wel opgemerkt en den coëfficient *b* bepaald, zoo naauwkeurig als de omstandigheden zulks toelaten.

Bepalen wij ons eerst bij het geval, waarin de coëfficient van *b* niet is opgegeven. Blijft men eenigen tijd in eene haven, of doet men het land aan, dan overtuigt men zich, of de berekende gang of stand met den waren overeenstemt. Is zulks niet het geval, dan vindt men uit het verschil, dat daardoor verkregen wordt, de verbeterde grootheid *a*, zoo als door onderstaande voorbeelden wordt aangetoond.

Voorbeeld. Tijdmeter, Marine n°. 118, wordt van het observatorium te Leiden afgezonden met de formule:

$$\text{dag. gang} = +\,1'',09 - 0'',043\,(t - 14^\circ) + 0'',01367\,(t - 14^\circ)^2.$$

Gedurende het verblijf van den tijdmeter te Hellevoetsluis, verkrijgt men, door de vergelijking met het tijdsein, de navolgende wekelijksche gangen, terwijl de nevensstaande temperaturen de gemiddelde temperatuur in die week aanduiden, als:

Van 19 tot 26 Mei 1860	gang = + 2″,00	t = 12°,9 R.
„ 26 „ 2 Junij	„ = 2 ,07	„ = 11 ,1
„ 2 „ 9 „	„ = 2 ,07	„ = 12 ,0
„ 9 „ 16 „	„ = 1 ,93	„ = 12 ,8
„ 16 „ 23 „	„ = 1 ,73	„ = 14 ,2
„ 23 „ 30 „	„ = 1 ,86	„ = 15 ,0.

Men vraagt de verbetering van de grootheid a der formule.

Berekenen wij eerst met behulp van de formule de gangen, die met bovenstaande temperaturen overeenkomen. Wij vinden:

Van 19 tot 26 Mei	gang = + 1″,15
„ 26 „ 2 Junij	„ = 1 ,32
„ 2 „ 9 „	„ = 1 ,23
„ 9 „ 16 „	„ = 1 ,16
„ 16 „ 23 „	„ = 1 ,09
„ 23 „ 30 „	„ = 1 ,06.

Vergelijken wij vervolgens deze berekende met de waargenomen gangen, dan vinden wij de volgende verschillen:

Waargen. gang minus berek. gang	= + 0″,85
„ „ „	= 0 ,75
„ „ „	= 0 ,84
„ „ „	= 0 ,77
„ „ „	= 0 ,64
„ „ „	= 0 ,80
Gemiddeld	= + 0″,77

met welk bedrag alzoo de constante + 1″,09 moet vermeerderd worden. De nieuwe formule wordt dus:

$$\text{(C)} \quad . \quad . \quad \text{dag. gang} = +\,1'',86 - 0'',043\,(t - 14^\circ) + 0'',01367\,(t - 14^\circ)^2.$$

Voorbeeld. Na 27 dagen reis komt men met denzelfden tijdmeter te Funchal en bevindt men aldaar het verschil tusschen den berekenden stand volgens formule (C) en den waargenomen stand 5″,07, welke hoeveelheid de tijdmeter minder vertraagd moest zijn. Men vraagt de constante te verbeteren.

De versnelling bedraagt in 27 dagen = 5″,07
dus „ 1 dag = 0″,18.

De nieuwe constante wordt dus + 1″,86 — 0″18 = + 1″,68 en de nieuwe formule:

$$\text{dag. gang} = +1'',68 - 0'',043\,(t - 14^\circ) + 0'',01367\,(t - 14^\circ)^2.$$

Voorbeeld. Voor het vertrek van Paramaribo naar Nederland, vindt men, bij eene gemiddelde temperatuur van $+21^\circ,2$ R., den gang van denzelfden tijdmeter $+3'',4$. Men vraagt de constante a voor eene temperatuur van 14° R.

De berekening komt aldus te staan:

$21^\circ,2 - 14^\circ = 7,2$ | $7,2 \times -0'',043 = -0'',3096$

$(21^\circ,2 - 14^\circ)^2 = 51,84$ | $51,84 \times +0'',01367 = +0'',7086$

Gang bij 21°,2 — gang bij 14° $= +0'',3990$

Gang bij 21°,2. . . . . $= +3'',4$

Gang bij 14° $= a = +3'',00$

en de formule voor de terugreis wordt alzoo:

$$\text{dag. gang} = +3'',00 - 0'',043\,(t - 14^\circ) + 0'',01367\,(t - 14^\circ)^2.$$

Wij zullen in het volgende hoofdstuk doen zien, op welke wijze de grootheid a, als men in zee is, met behulp van maansafstanden kan worden verbeterd.

Beschouwen wij thans het geval, waarin de formule de constante a en den coëfficient b bevat. Het onderstaande voorbeeld zal doen zien, op welke wijze men dan te werk gaat.

Voorbeeld. Een tijdmeter wordt van het observatorium te Leiden afgezonden met de formule:

$$\text{dag. gang} = -3'',42 + 0'',142\,w - 0'',041\,(t - 14^\circ) - 0'',016\,(t - 14^\circ)^2$$

waarin w het aantal weken beteekent, dat er sedert den 10den Mei 1864 is verloopen.

Gedurende het verblijf van den tijdmeter te Nieuwediep, verkrijgt men, door vergelijking met het vallen der seinborden, de navolgende wekelijksche gangen, terwijl de nevensstaande temperaturen de daarbij behoorende gemiddelde temperaturen zijn:

Van 28 Mei tot 4 Junij	gang = — 3",30	$t = +$ 10°,2 R.
„ 4 Junij „ 11 „	„ = — 3 ,16	„ = 11,4
„ 11 „ „ 18 „	„ = — 2 ,83	„ = 11,0
„ 18 „ „ 25 „	„ = — 2 ,68	„ = 12,3
„ 25 „ „ 2 Julij	„ = — 2 ,33	„ = 12,0
„ 2 Julij „ 9 „	„ = — 2 ,46	„ = 11,5

Men vraagt de formule te verbeteren.

Herleiden wij eerst de waargenomen gangen tot dezelfde temperatuur, namelijk tot 14° R., dan komt:

Voor $t = 10^\circ,2$	$-0'',041\,(t - 14) - 0'',016\,(t - 14)^2$	$= -0'',076$
„ $t = 11,4$	„	$= -0,002$
„ $t = 11,0$	„	$= -0,021$
„ $t = 12,3$	„	$= +0,024$
„ $t = 12,0$	„	$= +0,016$
„ $t = 11,5$	„	$= +0,002$

en de herleide gangen worden dus:

Van 28 Mei tot 4 Junij . . .	Herleide gang	=	— 3″,224
„ 4 Junij „ 11 „ . . .	„	=	— 3 ,158
„ 11 „ „ 18 „ . . .	„	=	— 2 ,809
„ 18 „ „ 25 „ . . .	„	=	— 2 ,704
„ 25 „ „ 2 Julij . . .	„	=	— 2 ,346
„ 2 Julij „ 9 „ . . .	„	=	— 2 ,462.

Voorts is

bij dezelfde temp.	1 Junij gang	= — 3″,224
„ „ „	5 Julij „	= — 2″,462
	in 5 weken verand.	= + 0″,762
	„ 1 week „	= + 0″,152 = b.

Herleiden wij thans de waargenomen gangen tot hetzelfde tijdstip, namelijk tot het midden der week van 2 tot 9 Julij, dan vindt men:

Van 28 Mei tot 4 Junij	— 2″,46
„ 4 Junij „ 11 „	— 2 ,55
„ 11 „ „ 18 „	— 2 ,37
„ 18 „ „ 25 „	— 2 ,38
„ 25 „ „ 2 Julij	— 2 ,18
„ 2 Julij „ 9 „	— 2 ,46
Gemiddeld =	— 2″,40 = a.

En de verbeterde formule wordt alzoo:

$$\text{dag. gang} = -2'',40 + 0'',152\, w - 0'',041\,(t - 14^\circ) - 0'',016\,(t - 14^\circ)^2.$$

waarin w thans het aantal weken beteekent sedert den 5den Julij.

Doet men na verloop van tijd met zulk een tijdmeter het land aan, en vindt men een verschil tusschen den waren en den berekenden stand, doch vertoeft men niet lang genoeg op dezelfde plaats, om een volledig onderzoek aangaande den invloed van den tijd op den gang in te stellen, dan achten wij het raadzaam, om alleen de grootheid a voor dat verschil te verbeteren, op dezelfde wijze als in het vorige voorbeeld is aangetoond, en de formule voor het overige gedeelte der reis zonder den coëfficient b te gebruiken, dewijl men tot de verificatie daarvan geene toereikende gegevens heeft gehad.

X. VRAAGSTUKKEN TOT OEFENING.

1. Eene pendule wijst des voormiddags van zekeren dag $11^u 4' 10''$, en is op dat oogenblik $3^u 14' 50''$ vóór op den middelbaren tijd te Leiden. Des middags van denzelfden dag, naar aanwijzing van de pendule te $3^u 18' 41''$, wijst een tijdmeter $8^u 23' 28''$. Men vraagt den

stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich, als de dagelijksche gang der pendule + 2″,16 is.

Antw. Stand tijdmeter = + 3ᵘ22′27″,18 te 11ᵘ45′55″ middelb. tijd te Greenwich.

2. De gelijktijdige aanwijzingen van een tijdmeter aan het Nieuwediep en van de pendule aldaar zijn 7ᵘ9′31″ en 5ᵘ17′14″ des namiddags van zekeren dag. Des avonds van denzelfden dag, naar aanwijzing van de pendule te 11ᵘ6′40″, vindt men dat haar stand tot den middelbaren tijd te Leiden is — 1ᵘ4′37. Indien de dagelijksche gang der pendule + 4″,76 bedraagt, vraagt men den stand des tijdmeters tot den middelbaren tijd te Greenwich.

Antw. Stand tijdmeter = — 3ᵘ14′51″,35 te 3ᵘ54′39″ middelb. tijd te Greenwich.

3. Den 14den Augustus 18.. wijst een tijdmeter op het oogenblik van het vallen der seinborden aan het Nieuwediep 5ᵘ8′20″,5, en den 12den September van hetzelfde jaar op dat oogenblik 5ᵘ9′51″. Men vraagt den stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich op den middelbaren middag aldaar van den laatstgenoemden datum, benevens den gemiddelden dagelijkschen gang.

Antw. Stand tijdm. = — 5ᵘ28′57″,4; gemidd. gang = — 3″,12.

4. Den 1sten Januarij 1864 wijst een tijdmeter, tijdens het vallen van het tijdsein aan de Kaap de Goede Hoop, 8ᵘ14′41″ en den 3den Maart van hetzelfde jaar 8ᵘ7′39″,5. Men vraagt als boven.

Het tijdsein valt te 0ᵘ middelb. tijd Kaapstad (observatorium).

Antw. Stand tijdm. = + 2ᵘ38′25″,8; gemidd. gang = + 6″,8.

5. Den 13den Junij 18.. wijst een tijdmeter op het oogenblik van het tijdsein te Batavia 4ᵘ7′16″. Den 23sten Julij van hetzelfde jaar, des namiddags te 4ᵘ12′30″,4 middelbaren tijd aan boord, wordt Kaap Agulhas Noord gepeild, terwijl de tijdmeter op dat oogenblik 2ᵘ11′16″ aanwijst. Men vraagt den gemiddelden gang des tijdmeters, benevens den stand op den 23sten Julij te 0ᵘ Greenwich.

Antw. Gemiddelde dag. gang = — 6″,4; stand den 23sten Julij te 0ᵘ Greenwich = + 0ᵘ41′12″,8.

6. Indien men bij het voortzetten der reis, den 15den Augustus des morgens te 8ᵘ middelbaren tijd aan boord, toen de tijdmeter 7ᵘ43′31″ aanwees, de Diana's Piek van het eiland St. Helena ZW peilde, en op den middag de Z. Breedte bevond 15°30′, terwijl er op den voormiddag om de NW met 6 mijls vaart was gestuurd, vraagt men den stand van den voornoemden tijdmeter tot den middelbaren middag te Greenwich, op den 15den Augustus, benevens den gang, die voor het overige gedeelte der reis behoorde te worden aangenomen.

Antw. Stand den 15den Aug. te 0^u Greenw. $= + 0^u 38' 34'',4$; gemiddelde gang $= - 6'',9$.

7. Een tijdmeter wordt van het observatorium te Leiden afgezonden met de formule:

$$\text{dag. gang} = - 3'',65 + 0'',035\,(t - 14^\circ) - 0'',0084\,(t - 14^\circ)^2.$$

Te Nieuwediep worden, door de vergelijking met het tijdsein, de navolgende wekelijksche gangen verkregen, terwijl de nevensstaande temperaturen de gemiddelde temperatuur gedurende de week aanduiden:

	Waargen. gang.	Temperatuur t.
1e week	— 4'',79	+ 12°,0 R.
2e „	4 ,89	11 ,5
3e „	4 ,90	14 ,0
4e „	4 ,80	12 ,5
5e „	4 ,85	13 ,0
6e „	4 ,63	16 ,0.

Men vraagt de verbeterde formule voor den gang.

Antw.

$$\text{dag. gang} = - 4'',76 + 0'',035\,(t - 14^\circ) - 0'',0084\,(t - 14^\circ)^2.$$

8. Met den bedoelden tijdmeter naar zee gegaan, bevindt men achtereenvolgens, dat de gemiddelde temperatuur in het etmaal op den 1sten, 2den dag, enz. is: + 13°,2, 15°, 15°,5, 16°, 16°,8, 17°, 15°,4, 13° en 12° R.

Indien nu den dag vóór het vertrek de stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich, te 0^u aldaar, was $+ 4^u 5' 15''$, en men den 9den dag, bij aankomst te Vlissingen, naar aanwijzing van den tijdmeter te $7^u 40' 58''$, het vallen der seinborden waarneemt, vraagt men de verbeterde formule voor den gang.

Antw.

$$\text{dag. gang} = - 3'',56 + 0'',035\,(t - 14^\circ) - 0'',0084\,(t - 14^\circ)^2.$$

9. Een schip, dat zich te Batavia voor de terugreis gereed maakt, is voorzien van een tijdmeter, waarvan de dagelijksche gang in der tijd, bij het vertrek naar Indië, werd voorgesteld door de formule:

$$\text{dag. gang} = + 2'',54 - 0''018\,(t - 14^\circ) - 0,''0262\ \ t - 14^\circ)^2.$$

Bij de regeling te Batavia vindt men, dat de gemiddelde dagelijksche gang, bij eene gemiddelde temperatuur van + 20°,5 R., is — 3'',6. Men vraagt de formule voor den gang voor de terugreis.

Antw.

$$\text{dag. gang} = - 2'',38 - 0'',018\,(t - 14^\circ) - 0,''0262\,(t - 14^\circ)^2.$$

VIJFDE HOOFDSTUK.

LENGTEBEPALING.

Het Lengteverschil tusschen twee plaatsen op aarde, in tijd uitgedrukt, wordt voorgesteld, zooals wij vroeger zagen, door het verschil in den tijd van de beide plaatsen op hetzelfde volstrekte oogenblik.

Is Greenwich eene dier plaatsen, dan is het bedoelde Lengteverschil onmiddellijk de Lengte, in tijd uitgedrukt, van de andere plaats, en de Lengte van een schip zal dus bekend zijn, als men op hetzelfde oogenblik den tijd aan boord en dien te Greenwich kent, door de vergelijking:

$$\text{O. Lengte in tijd} = \left.\begin{array}{r}\text{Waren tijd}\\ \text{Middelb. tijd}\\ \text{Sterretijd}\end{array}\right\}\text{ aan boord} - \left.\begin{array}{r}\text{Waren tijd}\\ \text{Middelb. tijd}\\ \text{Sterretijd}\end{array}\right\}\text{ te Greenwich};$$

of

$$\text{W. Lengte in tijd} = \left.\begin{array}{r}\text{Waren tijd}\\ \text{Middelb. tijd}\\ \text{Sterretijd}\end{array}\right\}\text{ te Greenwich} - \left.\begin{array}{r}\text{Waren tijd}\\ \text{Middelb. tijd}\\ \text{Sterretijd}\end{array}\right\}\text{ aan boord.}$$

De oplossing van het vraagstuk der Lengtebepaling vereischt alzoo de kennis voor een gegeven oogenblik:

1°. van den tijd aan boord;

2°. van den overeenkomstigen tijd te Greenwich.

Beide tijden moeten met de meeste zorg bepaald worden, omdat eene fout daarin, bij het herleiden van het in tijd uitgedrukte Lengteverschil tot graden, enz., vijftienmaal grooter wordt. In de zeevaartkunde wordt voor de Lengtebepaling gebruik gemaakt van den middelbaren tijd.

Wat de bepaling van den tijd aan boord betreft, zoo verwijzen wij den lezer naar het tweede hoofdstuk van het II^de^ Deel.

De middelbare tijd te Greenwich wordt verkregen met behulp van de tijdmeters en de maansafstanden. Beschouwen wij de twee

manieren, volgens welke de Lengte alzoo bepaald kan worden, meer van nabij.

I. LENGTEBEPALING DOOR TIJDMETERS.

Zooals wij vroeger gezien hebben, kan men op eene zeer gemakkelijke wijze, met behulp van den stand en den gang eens tijdmeters, uit zijne aanwijzing op zeker oogenblik, den middelbaren tijd te Greenwich afleiden. Bepaalt men dan tevens door de eene of andere waarneming den middelbaren tijd aan boord, die met het bedoelde oogenblik overeenkomt, dan zal het verschil dier tijden, tot boog herleid, de Lengte van het schip zijn, tijdens de waarneming.

De meest gebruikelijke wijze om aan boord de tijdmeterslengte te bepalen is de volgende:

Op het oogenblik, dat voor de tijdsbepaling het gunstigst is, meet men eenige hoogten der zon, teekent daarbij, hetzij met behulp van een waarnemingshorologie of door regtstreeks op den tijdmeter te doen tellen, de overeenkomstige aanwijzingen van den tijdmeter op, en neemt van beide het gemiddelde.

Met behulp van den gang en den stand des tijdmeters, leidt men uit de gemiddelde aanwijzing den tijd te Greenwich af, en zoekt vervolgens voor dit oogenblik, op de gebruikelijke wijze, de declinatie der zon en de tijdvereffening in den zeemans-almanak.

Vervolgens bepaalt men door middel van den behouden koers en de verheid sedert de naastvoorgaande Breedtebepaling, volgens de koers- en verheidsrekening, de gegiste Breedte der waarnemingsplaats, herleidt de gemeten zonshoogte tot ware middelpuntshoogte en berekent op de vroeger medegedeelde wijze den middelbaren tijd aan boord.

Het verschil tusschen den tijd aan boord en dien te Greenwich, met 15 vermenigvuldigd, zal de gevraagde Lengte in boog zijn.

Dewijl bij de berekening van den uurhoek der zon, in zee, eene gegiste Breedte wordt gebezigd, zoo kan de gevonden Lengte niet anders dan als eene benaderde waarde worden aangemerkt, en behoort zij te worden verbeterd, als men door eene latere Breedtewaarneming tot eene meer naauwkeurige kennis der Breedte geraakt is.

Met behulp van Tafel XXXII kan deze verbetering ligtelijk gevonden worden. Men heeft namelijk slechts, met de gegiste Breedte en de declinatie in de linker kolom en den waren zonsuurhoek aan het hoofd der kolommen, de overeenkomstige waarden van A en B te zoeken, en deze grootheden van elkander af te trekken, als Breedte en declinatie gelijknamig zijn, doch bij elkander op te tellen, in geval van

ongelijknamigheid. Het aldus verkregen getal is de verandering der Lengte, in minuten boogs uitgedrukt, die met eene fout van 1′ Breedte overeenkomt, en men zal bij gevolg dat getal met het aantal minuten *misgissing* in Breedte, op het oogenblik der waarneming, hebben te vermenigvuldigen, om de gevraagde verbetering der Lengte te bekomen.

Is de waarneming der hoogten des voormiddags geschied, dan zal men eerst te 12^u, door de middags-Breedte, eene naauwkeurige Breedte verkrijgen. Maakt men alsdan de misgissing in Breedte op, door het verschil te nemen tusschen de gegist bekomen Breedte te 12^u en de middags-Breedte, dan zal dit verschil de misgissing zijn *in het verloopen etmaal*, en om de fout in de Breedte voor de tijdmeterslengte te verkrijgen, zal men daarvan het evenredig gedeelte moeten nemen tot den tijd, die er tusschen den vorigen middag en het oogenblik van de tijdsbepaling verloopen is.

Het is hier de plaats om aan te toonen, op welke wijze de verbetering op de gevonden Lengte moet worden toegepast. Bij de ontwikkeling der formule, waarnaar de Tafel berekend is, bladz. 59 van het IIe Deel, merkten wij op, in welk geval $(A - B)$ of $(A + B)$ genomen moet worden. Geeft men nu aan δb, in geval de Breedte te groot genomen is, het teeken (—), doch in het tegenovergestelde geval het teeken (+), dan zal de onderstaande redenering aanwijzen, hoedanig de verbetering op de Lengte moet worden toegepast:

des voormiddags is

$(-\delta P)$ . . . . (+)	$(-\delta P)$ . . . . (—)

als

$(A - B)$ . . . (—)	$(A - B)$ . . . (+)
δb . . . . (+)	δb . . . . . (+)

is. Hierdoor wordt voor *hoogere* Breedte dan de gegiste:

de uurhoek *grooter*	de uurhoek *kleiner*

en dus

de tijd aan boord *kleiner*.	de tijd aan boord *grooter*.

De *hoogere* Breedte geeft alzoo:

WEST	OOST

als

$(A - B)$ negatief is.	$(A - B)$ positief is.

Des namiddags is

$(-\delta P)$ . . . . (+)	$(-\delta P)$ . . . . (—)

als

$(A - B)$ . . . (—)	$(A - B)$ . . . (+)
δb . . . . . (+)	δb . . . . (+)

is. Hierdoor wordt voor *hoogere* Breedte dan de gegiste:

de uurhoek *grooter*	de uurhoek *kleiner*

en dus

de tijd aan boord *grooter*.	de tijd aan boord *kleiner*.

De hoogere Breedte geeft alzoo:

OOST		WEST
	als	
$(A - B)$ negatief is.		$(A - B)$ positief is.

Voor de andere gevallen, vindt men op bladz. 357 van mijne sterre- en zeevaartkundige Tafelen de noodige aanwijzing.

Men zij er op indachtig, dat de woorden Oost en West beteekenen, dat de Lengte, wanneer zij Oostelijk is, in het eerste geval met de verbetering vermeerderd, doch in het tweede geval verminderd moet worden, terwijl bij eene Westelijke Lengte uit den aard der zaak de eerste benaming eene vermindering, de andere daarentegen eene vermeerdering van de onverbeterde Lengte aanwijst.

Bezit men geene Tafel als de voornoemde, dan berekent men te gelijker tijd, met den uurhoek voor de gegiste Breedte, een anderen uurhoek voor eene Breedte, die b. v. 10′ grooter of kleiner is dan de gegiste, of, zoo als men het noemt, voor 10′ Noord of Zuid. Het verschil der Lengten, die men door deze dubbele berekening verkrijgt, zal aantoonen, welken invloed eene fout van 10′ in Breedte op de Lengte uitoefent, en men zal dus, nadat de misgissing in Breedte volgens de vroeger vermelde wijze bepaald is, in staat zijn om de gevonden Lengte daarvoor te verbeteren.

Heeft men meer dan een tijdmeter aan boord, dan kan men de gemiddelde tijdmeterslengte vinden, door het gemiddelde te nemen van de tijden te Greenwich, zooals die door de verschillende tijdmeters gegeven worden voor het oogenblik der waarneming, en dan het verschil daarvan met den tijd aan boord te zoeken. Wij achten het echter verkieslijker, met behulp van elken tijdmeter afzonderlijk de Lengte te berekenen, om naar aanleiding van de verschillende resultaten, die zij geven, in verband met eventueel nabij zijnde gevaren, maatregelen van voorzorg te kunnen nemen. Door het gemiddelde uit die resultaten te nemen, verkrijgt men, des verkiezende, toch de gemiddelde Lengte.

Naauwkeuriger nog zou men handelen, indien men aan elken tijdmeter een factor toekende, naar gelang van het vertrouwen, dat hij verdient, welk vertrouwen zal kunnen afhangen van de meerdere of mindere regelmatigheid, die elke tijdmeter, bij de regeling, in zijn gang heeft betoond. De bedoelde factoren, die alsdan de betrekkelijke waarde der tijdmeters onderling uitdrukken, zullen ons kunnen dienen, om den meest waarschijnlijken tijd te Greenwich uit den overeenkomstigen tijd, zoo als die door elken tijdmeter gegeven wordt, af te leiden. Het onderstaande voorbeeld zal doen zien, hoedanig men daarbij behoort te handelen.

Voorbeeld. Bij de regeling, vond men de gangen van drie tijdmeters A, B en C, in gelijke tijdvakken, als volgt:

Gang van *A*.	Gang van *B*.	Gang van *C*.
+ 10″,7	− 6″,2	− 3″,3
10 ,9	6 ,8	4 ,2
10 ,8	6 ,0	3 ,9
11 ,0	6 ,9	2 ,0
10 ,9	6 ,1	1 ,9
10 ,8	6 ,5	4 ,0
Gemiddeld = + 10″,85	Gemiddeld = − 6″,42	Gemiddeld = − 3″,22.

Nemen wij nu het verschil van elk middental met iederen gang van elken tijdmeter in het bijzonder, dan komt:

Voor *A*.	Voor *B*.	Voor *C*.
0″,15	0″,22	0″,08
0 ,05	0 ,38	0 ,98
0 ,05	0 ,42	0 ,68
0 ,15	0 ,48	1 ,22
0 ,05	0 ,32	1 ,32
0 ,05	0 ,08	0 ,78
Som = 0″,50	Som = 1″,90	Som = 5″,06.

Deze drie sommen bij elkander tellende, vindt men 7″,46; en dewijl wij de betrekkelijke waarde van elken tijdmeter kunnen uitdrukken door de verhouding tusschen dit getal en elke som, zoo hebben wij:

$$\text{Betrekkelijke waarde van } A = \frac{7'',46}{0'',5} = 14,9$$

$$\text{» » » } B = \frac{7'',46}{1'',9} = 3,9$$

$$\text{» » » } C = \frac{7'',46}{5'',06} = 1,5$$

Dewijl de som van deze getallen 20,3 is, zoo zal, wanneer wij dit getal als het aantal stemmen aanmerken, dat de drie tijdmeters gezamenlijk omtrent den tijd te Greenwich uitbrengen, het aantal stemmen van *A* 14,9, dat van *B* 3,9 en dat van *C* 1,5 zijn. Zijn dan t, t' en t'' de tijden, die de tijdmeters geven, en is T de werkelijke tijd, dien zij zouden geven, als zij overeenstemden, dan wordt de meest waarschijnlijke waarde van T voorgesteld door:

$$T = \frac{14,9\,t + 3,9\,t' + 1,5\,t''}{20,3}$$

$$= 0,7\,t + 0,2\,t' + 0,1\,t''$$

De gevonden coëfficienten 0,7, 0,2 en 0,1 zullen de bedoelde factoren van de tijdmeters *A*, *B* en *C* zijn.

Vindt men dus den tijd te Greenwich op hetzelfde oogenblik:

door $A = 3^u5'10'',4$
„ $B = 3^u4'30'',6$
„ $C = 3^u6'40'',5$

dan is de meest waarschijnlijke tijd te Greenwich

$$= 0,7 \times 3^u5'10'',4 + 0,2 \times 3^u4'30'',6 + 0,1 \times 3^u6'40'',5$$
$$= 3^u5'11'',45.$$

Voorbeeld. Den 30sten Julij 18.., op 51°47′18″ N. Breedte en naar gissing op 4°40′ O. Lengte, des morgens ongeveer te 8^u middelbaren tijd aan boord, worden de navolgende onderrandshoogten der zon gemeten:

⊙ Hoogte.	Aanwijzing waarn. horol.
32°41′20″	$3^u6'43'',0$
32°44′ 0″	$3^u7'15'',0$
32°45′20″	$3^u7'31'',0$

Den 25sten Junij van hetzelfde jaar was de stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich, op den middelbaren middag aldaar, $+ 1^u53'0''$ en zijn dagelijksche gang + 14°. Indien de stand van het horologie tot dien tijdmeter $+ 2^u37'13''$ is, de index-correctie van den sextant — 1′30″ en de waargenomen kimduiking 4′30″ bedraagt, vraagt men de Lengte tijdens de gemiddelde zonshoogte.

In den almanak vindt men:

30 Julij te 0^u Greenw.	⊙ N. declin. =	18°35′36″,1	in 1^u verand.	=	— 35″,29
„ „ „ „	Tijdvereff. =	6′ 9″,72	„ „	=	— 0″,067

(Aftrekken van den middelb. tijd).

Gegiste O. Lengte =	4°40′
In tijd =	$0^u18'40''$
29 Julij gegiste tijd a/b =	20^u
29 Julij gegiste tijd Greenw. =	$19^u41'20''$

Aanw. horol. =	$3^u\ 6'43'',0$	
„ „ =	$3^u\ 7'15'',0$	
„ „ =	$3^u\ 7'31'',0$	
Gemiddelde aanw. horol. =	$3^u\ 7'\ 9'',7$	
Stand horol. =	$2^u37'13'',0$ (+)	
Aanw. tijdmeter =	$5^u44'22'',7$	
25 Junij stand „ =	$1^u53'\ 0'',0$ (+)	
Benaderde tijd Greenw. =	$7^u37'22'',7$	
of, blijkens den gegisten tijd te Greenw. =	$19^u37'22'',7$	den 29sten Julij
Verb. voor den gang in $34^d19^u37'22''$ =	$8'\ 7'',5$ (+)	
Verbeterde tijd Greenw. =	$19^u45'30'',2$	„ „

$\underline{\odot}$ hoogte = 32°41′20″
„ = 32°44′ 0″
„ = 32°45′20″
Gemiddelde hoogte = 32°43′33″
Index-correctie = 1′30″
Gemeten $\underline{\odot}$ hoogte = 32°42′ 3″
Kimd. = 4′30″
Schijnb. $\underline{\odot}$ loc. hoogte = 32°37′33″
Straalb. = 1′31″
Ware $\underline{\odot}$ loc. hoogte = 32°36′ 2″
½ midd. + verschilz. = 15′54″
Ware $\ominus$ hoogte = 32°51′56″.

te 0ᵘ ⊙ N. declin. = 18°35′36″,1
in 4ᵘ14′,5 verand. = 2′29″,6
⊙ N. declin. = 18°38′ 6″
△ = 71°21′54″

te 0ᵘ tijdvereff. = 6′ 9″,72
in 4ᵘ14′,5 verand. = 0″,28
Tijdvereff. = 6′10″,0

b = 51°47′18″ sec = 0,208612
△ = 71°21′54″ cosec = 0,023387
h = 32°51′56″
Σ = 78° 0′34″ cos = 9,317542
Σ − *h* = 45° 8′38″ sin = 9,850573
2 sin ½ *P* = 9,400114
sin ½ *P* = 9,700057
½ *P* = 2ᵘ 0′19″,9
Oostelijke uurh. *P* = 4ᵘ 0′39″,8
Ware tijd a/b = 19ᵘ59′20″,2 den 29sten Julij
Tijdvereff. = 6′10″,0
Middelb. tijd a/b = 20ᵘ 5′30″,2 „ „
Middelb. tijd Greenw. = 19ᵘ45′30″,2 „ „
O. Lengte in tijd = 0ᵘ20′ 0″,0
O. Lengte = 5° 0′ 0″.

Voorbeeld. Een schip is uitgerust met een tijdmeter, waarvan den 24sten Julij 18 .. de stand tot den middelbaren tijd te Greenwich, op den middelbaren middag aldaar, + 2ᵘ3′35″,6 is, terwijl zijn dagelijksche gang — 16″,5 bedraagt. Alvorens naar zee te gaan, heeft men een tafeltje gemaakt, waaraan wij het volgende ontleenen:

27 Julij te 0ᵘ Greenw. stand tijdm. = 2ᵘ2′46″,1 (+) gang in 24ᵘ = — 16″,5
28 „ „ „ „ „ „ = 2 2 29 ,6 „ „ 1ᵘ = — 0″,687
29 „ „ „ „ „ „ = 2 2 13 ,1
30 „ „ „ „ „ „ = 2 1 56 ,6.

Den 29sten Julij, met het oog 17 Rijnl. voet boven water, des morgens naar gissing te 7ᵘ30′, naar aanwijzing van een waarnemingshorologie, waarvan de stand tot den genoemden tijdmeter + 2ᵘ37′34″,6 is, worden de navolgende onderrandshoogten der zon gemeten met een sextant, die + 1′45″ index-correctie heeft:

Aanwijzing horol. = $2^u26'10''$ ☉ hoogte = $26°44'40''$
„ „ = $2^u26'42''$ „ = $26°50'\ 0''$
„ „ = $2^u27'13''$ „ = $26°55'10''$.

Men vindt in het scheepsjournaal het volgende middagsbestek:

28 Julij middags-Breedte = 51°54'24" N. en O. Lengte = 3°44'30"

en voorts de onderstaande behouden koersen en verheden tot het oogenblik der waarneming:

Wacht.	Beh. koers.	Verheid.
A.M.	NO ½ O	8 mijl
P.V.	Z ¼ W	6 „
E.W.	NNO ¼ O	7 „
H.W.	NtO ½ O	8 „
D.W. tot $7^u30'$	ZZO ½ O	4 „

Indien nu van $7^u30'$ tot op den middag van den 29sten Julij ZW 4 mijl wordt behouden, en de middags-Breedte op dien datum $52°29'0''$ is, vraagt men de tijdmeterslengte voor het oogenblik der waarneming en de verbeterde tijdmeterslengte te 12^u.

In den almanak vindt men:

29 Julij te 0^u Greenw. ☉ N. declin. = $18°49'52'',3$ in 1^u verand. = — $34'',51$
„ „ „ „ Tijdvereff. = $6'11'',62$ „ „ = — $0'',041$
(Aftrekken van den middelb. tijd).

Oplossing. Zoeken wij eerst de gegist bekomen Breedte en Lengte voor het oogenblik der waarneming, met behulp van het gebruikelijke koppeltafeltje.

Koers.	Streken.	Verh.	Veranderd.			
			N.	Z.	O.	W.
NO ½ O	4½	32	20',3		24',7	
Z ¼ W	¼	24		24,0		1,2
NNO ¼ O	2¼	28	25 ,3		12 ,0	
NtO ½ O	1½	32	30 ,6		9 ,3	
ZZO ½ O	2½	16		14,1	7 ,5	
			76',2	38',1	53',5	1',2
			38',1		1',2	

$\triangle b = 38',1$ N. afw. $= 52',3$ O.

Afgev. N. Breedte = 51°54'24"
Verand. N. = 38' 6"
Gegist bek. N. Br. te $7^u30'$ = 52°32'30"
Middelbreedte = 52°14'

Afgev. O. Lengte = 3°44'30"
Verand. O. = 1°25'24"
Gegist bek. O. L. te $7^u30'$ = 5° 9'54"

Op 52°14' middelbr. geeft 52',3 afw. . . . 85',4 verand. Lengte.

Gaan wij nu over tot de berekening der Lengte:

Gegiste O. Lengte = $5^\circ\ 9'54''$
in tijd = $0^u 20'40''$
28 Julij gegiste tijd a/b = $19^u 30'$
28 Julij gegiste tijd Greenw. = $19^u\ 9'20''$.

Aanwijzing horol. =	$2^u 26'10''$	Gemeten ⊙ hoogte =	$26^\circ 44'40''$
„ „ =	$2^u 26'42''$	„ „ =	$26^\circ 50'\ 0''$
„ „ =	$2^u 27'13''$	„ „ =	$26^\circ 55'10''$
Gemiddelde aanwijz. horol. =	$2^u 26'41'',7$	Gemiddelde „ =	$26^\circ 49'57''$
Stand horol. =	$2^u 37'34'',6$ (+)	Index-correctie =	$1'45''$
Aanwijzing tijdm. =	$5^u\ 4'16'',3$	⊙ hoogte =	$26^\circ 51'42''$
29 Julij te 0^u Greenw. stand =	$2^u\ 2'13'',1$ (+)	Kimd. =	$4'\ 6''$
Benaderde tijd Greenw. =	$7^u\ 6'29'',4$	Schijnb. ⊙ loc. hoogte =	$26^\circ 47'36''$
of, blijkens den gegisten „ „ =	$19^u\ 6'29'',4$	Straalb. =	$1'55''$
Gang in 24^u—$19^u 6',5$, die te		Ware ⊙ loc. hoogte =	$26^\circ 45'41''$
veel in rekening is gebragt =	$3'',4$ (+)	½ midd. + verschilz. =	$15'54''$
Verbeterde tijd Greenw. =	$19^u\ 6'32'',8$ den 28sten Julij	Ware ⊖ hoogte =	$27^\circ\ 1'35''$

29 Julij te 0^u ⊙ N. declin. =	$18^\circ 49'52'',3$	29 Julij te 0^u tijdvereff. =	$6'11'',62$
in $4^u 53',5$ verand. =	$2'49''$	in $4^u 53',5$ verand. =	$0'',20$
⊙ N. declin. =	$18^\circ 52'41''$	Tijdvereff. =	$6'11'',82$
$\triangle$ =	$71^\circ\ 7'19''$		

$b =$	$52^\circ 32'30''$	sec =	0,215965
$\triangle =$	$71^\circ\ 7'19''$	cosec =	0,024012
$h =$	$27^\circ\ 1'35''$		
$\Sigma =$	$75^\circ 20'42''$	cos =	9,403118
$\Sigma - h =$	$48^\circ 19'\ 7''$	sin =	9,873236
		$2 \sin \frac{1}{2} P =$	9,516331
		$\sin \frac{1}{2} P =$	9,758166
		$\frac{1}{2} P =$	$2^u 19'50'',6$

Oostelijke uurh. P = $4^u 39'41'',2$
Ware tijd a/b = $19^u 20'18'',8$ den 28sten Julij
Tijdvereff. = $6'11'',8$
Middelb. tijd a/b = $19^u 26'30'',6$ „ „
Tijd Greenw. = $19^u\ 6'32'',8$ „ „
O. Lengte in tijd = $0^u 19'57'',8$
O. Lengte = $4^\circ 59'27''$ den 29sten Julij des morgens te $7^u 26'$.

De behouden koers en verheid tot 12^u is ZW 4 mijl. In de streektafel vinden wij:

$$\triangle b = 11',3 \text{ Z. afw.} = 11',3 \text{ W.}$$

Deze afwijking, tot veranderde Lengte herleid, moet uit den aard der zaak op de tijdmeterslengte te $7^u 26'$ worden toegepast, om de Lengte op den middag te verkrijgen. Neemt men nu in aanmerking, dat om de middelbreedte te vinden, waarmede de herleiding van de afwijking tot veranderde Lengte moet geschieden, de middags-Breedte op den 29sten ons daartoe het naauwkeurigste gegeven aanbiedt, dan

komt de bewerking van het overige gedeelte van het vraagstuk, aldus te staan:

Middags-Breedte = 52°29′ 0″ N.
Halve verand. = 5′39″
Middelbreedte = 52°34′39″
Op 52°34′39″ Br. geeft 11′,3 afw. . . . 18′,6 verand. Lengte

Gegist bek. N. Breedte te $7^u26'$ = 52°32′30″ . . Tijdmeterslengte = 4°59′27″ O.
Verand. tot 12^u = 11′18″ Z. . . . . Verand. W. = 18′36″
Gegist bek. N. Breedte te 12^u = 52°21′12″ . . Tijdmeterslengte = 4°40′51″ O.
Middags-Breedte = 52°29′ 0″
Misgissing in Breedte = 7′48″ in 24^u.

Om de misgissing x in Breedte, op het oogenblik der hoogtewaarneming te vinden, hebben wij de evenredigheid:

$$24^u : 19^u26' = 7',8 : x$$
$$\text{waaruit } x = 6',3$$

Voorts geeft ons Tafel XXXII, om de tijdmeterslengte voor die fout te verbeteren:

Voor 52°32′ Br. en $4^u40'$ uurh. . . . $A = 0',48$
„ 18°52′ decl. „ $4^u40'$ „ $B = 0',36$
$A - B = 0',12$

dewijl Breedte en declinatie gelijknamig zijn.

Wij hebben dus:

$A - B = 0',12$
$x = 6',3$
Gevraagde verbetering = 0′,76 = 0° 0′45″ Oost
Tijdmeterslengte te 12^u = 4°40′51″ „
Verbeterde tijdmeterslengte te 12^u = 4°41′36″ Oost.

Bezit men geene Tafel als de bedoelde, dan vindt men de verbetering der Lengte voor de misgissing in Breedte, door den uurhoek te berekenen voor 10′ Noord of Zuid, zooals op bladz. 262, II[e] Deel, is voorgeschreven. De bewerking is dan aldus:

Met de gegiste Breedte.		Voor 10′ Noord.	
b = 52°32′30″	sec = 0,215965	b = 52°42′30″	sec = 0,217619
$\triangle$ = 71° 7′19″	cosec = 0,024012	$\triangle$ = 71° 7′19″	cosec = 0,024012
h = 27° 1′35″		h = 27° 1′35″	
Σ = 75°20′42″	cos = 9,403118	Σ = 75°25′42″	cos = 9,400696
$\Sigma - h$ = 48°19′ 7″	sin = 9,873236	$\Sigma - h$ = 48°24′ 7″	sin = 9,873797
	2 sin ½ P = 9,516331		2 sin ½ P' = 9,516124
	sin ½ P = 9,758166		sin ½ P' = 9,758062
	½ P = $2^u19'50'',6$		½ P' = $2^u19'48'',3$
	P = $4^u39'41'',2$		P' = $4^u39'36'',6$
	P' = $4^u39'36'',6$		
	Verschil = $0^u\ 0'\ 4'',6$		

Blijkens deze uitkomst, geeft 10′ Noord kleiner uurhoek, dus grooter tijd aan boord, dus grooter O. Lengte, of zoo als men het noemt: Oost. In boog uitgedrukt geeft dan:

10′ Noord . . . . . . 69″ Oost
dus 6′,3 „ . . . . . . 43″,5 „

en de gevraagde verbetering der Lengte is mitsdien:

43″,5 Oost

zooals vroeger is gevonden.

Voorbeeld. Op den 1sten Januarij 18.. was

de stand van tijdm. nº. I tot tijd Greenw. = + 0u2′13″ en zijn gang + 6″,5
„ „ „ „ „ II „ „ „ = + 4u5′40″,7 „ „ „ − 3″,7
„ „ „ „ „ III „ „ „ = − 1u8′23″,3 „ „ „ + 2″,0.

Den 1sten Februarij van hetzelfde jaar, met het oog 15 Rijnl. voet boven water, ongeveer des namiddags te 4u20′, worden, naar aanwijzing van een waarnemingshorologie, de navolgende onderrandshoogten der zon gemeten, met een sextant, die — 3′45″ index-correctie heeft:

Aanw. horol. = 0u20′33″	⊙ boogte = 28°53′40″
„ „ = 0u20′57″	„ = 28°48′40″
„ „ = 0u21′20″	„ = 28°43′10″.

Na deze waarneming het horologie met de tijdmeters vergelijkende, vindt men de overeenkomstige aanwijzingen aldus:

Horologie = 0u24′27″
Tijdmeter I = 0u 5′35″
„ II = 8u 7′33″
„ III = 1u18′24″.

Indien nu de Z. Breedte op den middag 9°21′ en de W. Lengte 115°12′ bedraagt, en tot het oogenblik der waarneming WZW ¼ W 3 mijl gemaakt is, vraagt men de gemiddelde tijdmeterslengte.

In den almanak vindt men:
1 Febr. te 0u Greenw. ⊙ Z. declin. = 17° 9′ 9″,5 in 1u verand. = − 42″,56
„ „ „ Tijdvereff. = 13′50″,99 „ „ = + 0″,332
(Aftrekken van den middelb. tijd).

Oplossing.

In 6¼ str. voor 12′ verheid, vindt men 3′,5 △ *b* en 11′,5 afw.

Z. Breedte te 12u = 9°21′ 0″	W. Lengte = 115°12′ 0″
Verand. Z. = 3′30″	Verand. W. = 11′38″
Bek. Z. Breedte = 9°24′30″	Bek. W. Lengte = 115°23′38″

Op 9°23′ Breedte geeft 11′,5 afw. 11′,63 verand. Lengte.

Gegiste W. Lengte = 115°23′38″
in tijd = $7^u41'34'',5$
1 Febr. gegiste tijd a/b = $4^u20'$
1 Febr. gegiste tijd Greenw. = $12^u\ 1'$

Aanw. horol. bij de waarn. = $0^u20'33''$
„ „ „ „ = $0^u20'57''$
„ „ „ „ = $0^u21'20''$
Gemiddelde aanw. horol. bij de waarn. = $0^u20'57''$
Aanw. horol. bij de vergelijking = $0^u24'27''$
Tijdsverloop = 3′30″

	Tijdm. I.	Tijdm. II.	Tijdm. III.
Aanwijzing tijdens de vergelijking	$0^u5'35''$	$8^u7'33''$	$1^u18'24''$
Tijdsverloop	3′30″	3′30″	3′30″
Aanwijzing tijdens de waarn.	$0^u2'\ 5''$	$8^u4'\ 3''$	$1^u14'54''$
Stand op den 1sten Jan.	$+\ 0^u2'13''$	$+\ 4^u5'40'',7$	$-\ 1^u\ 8'23'',3$
1 Febr. benaderde tijd Greenw.	$0^u4'18''$	$12^u9'43'',7$	$0^u\ 6'30'',7$
of, blijkens den gegisten tijd Greenw.	$12^u4'18''$		$12^u\ 6'30'',7$
Gang in $31^d12^u7'$	$+\ 3'24'',8$	$-\ 1'56'',6$	$+\ 1'\ 3'',0$
1 Febr. verbeterde tijd Greenw.	$12^u7'42'',8$	$12^u7'47'',1$	$12^u\ 7'33'',7$

Wij hebben dus:

Tijd Greenw. door I = $12^u7'42'',8$
„ „ „ II = $12^u7'47'',1$
„ „ „ III = $12^u7'33'',7$
Gemiddelde tijd Greenw. = $12^u7'41'',2$

te 0^u ⊙ Z. declin. = 17° 9′ 9″,5
in $12^u7'$ verand. = 8′36″,3
⊙ Z. declin. = 17° 0′33″
△ = 72°59′27″

te 0^u Tijdvereff. = 13′50″,99
in $12^u7'$ verand. = 4″,03
Tijdvereff. = 13′55″,02

Gemiddelde ⊙ hoogte = 28°48′30″
Index-correctie = 3′45″
⊙ hoogte = 28°44′45″
Kimd. = 3′51″
Schijnb. ⊙ loc. hoogte = 28°40′54″
Straalb. = 1′46″
Ware ⊙ loc. hoogte = 28°39′ 8″
½ midd. + verschilz. = 16′23″
Ware ⊖ hoogte = 28°55′31″

b = 9°24′30″ sec = 0,005882
△ = 72°59′27″ cosec = 0,019425
h = 28°55′31″
Σ = 55°39′44″ cos = 9,751334
$\Sigma - h$ = 26°44′13″ sin = 9,653112
2 sin $\frac{1}{2}P$ = 9,429753
sin $\frac{1}{2}P$ = 9,714877
$\frac{1}{2}P$ = $2^u\ 4'58'',1$
Westelijke uurh. = P = $4^u\ 9'56'',2$

Ware tijd a/b = $4^u\ 9'56'',2$
Tijdvereff. = $13'55'',0$
Middelb. tijd a/b = $4^u 23'51'',2$
Gemidd. tijd Greenw. = $12^u\ 7'41'',2$
Gemidd. W. Lengte in tijd = $7^u 43'50''$
W. Lengte = $115°57'30''$.

Verlangt men de Lengte te kennen, zoo als die door elken tijdmeter in het bijzonder gegeven wordt, dan is:

Tijd Gr. door I = $12^u\ 7'42'',8$	door II = $12^u\ 7'47'',1$	door III = $12^u\ 7'33'',7$
Middelb. tijd a/b = $4^u 23'51'',2$	= $4^u 23'51'',2$	= $4^u 23'51'',2$
W. Lengte in tijd = $7^u 43'51'',6$	= $7^u 43'55'',9$	= $7^u 43'42'',5$
W. Lengte = $115°57'54''$	= $115°58'59''$	= $115°55'38''$.

Wij hebben het voorgaande vraagstuk opgelost in de vooronderstelling, dat de bedoelde tijdmeters evenveel vertrouwen verdienen. Stellen wij echter dat dit niet het geval zij, en dat de betrekkelijke waarden van tijdmeter I, II en III worden uitgedrukt door de factoren 0,6, 0,3 en 0,1, dan vinden wij den meest waarschijnlijken tijd te Greenwich T door de uitdrukking:

$$T = 0,6 \times 12^u 7'42'',8 + 0,3 \times 12^u 7'47'',1 + 0,1 \times 12^u 7'33'',7$$
$$= 12^u 7' + 0,6 \times 42'',8 + 0,3 \times 47'',1 + 0,1 \times 33'',7$$
$$= 12^u 7'43'',18$$

en wij verkrijgen alzoo ten slotte:

Meest waarschijnl. tijd Greenw. = $12^u\ 7'43'',18$
Middelb. tijd a/b = $4^u 23'51'',2$
W. Lengte in tijd = $7^u 43'52''$
Meest waarschijnl. W. Lengte = $115°58'0''$

Ofschoon men in den regel voor de tijdmeterslengte de zon waarneemt, zoo kan men ook met vrucht daartoe eene planeet of eene heldere vaste ster bezigen, mits de waarneming in de schemering geschied zij, als het hemellicht een azimuth heeft, dat nabij 90° komt. Ook de maan zal in dat geval een bruikbaar resultaat geven, doch men bezige haar dan alleen voor de tijdsbepaling, als men geen ander hemellicht tot zijne dienst heeft, en dus bij wijze van uitzondering.

De omstandigheid, dat men, des morgens de tijdmeterslengte bepalende, eerst op den middag die Lengte voor de fout in de Breedte kan verbeteren, heeft den Amerikaanschen gezagvoerder H. SUMNER tot eene methode geleid, waarbij hij door twee tijdmeterslengten, waarvan de hoogten eenigen tijd na elkander zijn waargenomen, ofschoon zij met eene gegiste Breedte berekend zijn, de juiste Breedte en Lengte van het schip tracht te bepalen. Die methode berust op de volgende beschouwing. Stellen wij, dat men eene tijdmeterslengte A hebbe berekend,

met eene fout x in de Breedte, terwijl men voor 10′ verschil in Breedte, eene overeenkomstige verandering in Lengte a vindt, dan is

$$\text{Ware Lengte} = \text{tijdmeterslengte } A \pm \frac{x}{10} a.$$

Eenigen tijd later bepaalt men, met behulp van eene andere hoogte en de gegiste Breedte, eene tijdmeterslengte B, en vindt voor 10′ verschil in Breedte eene verandering in Lengte b. Andermaal is

$$\text{Ware Lengte} = \text{tijdmeterslengte } B \pm \frac{x}{10} b$$

en dus, als wij de bekende verandering in Lengte tusschen de 1ste en 2de waarneming φ noemen:

$$\text{Tijdmeterslengte } A \pm \frac{x}{10} a \pm \varphi = \text{tijdmeterslengte } B \pm \frac{x}{10} b$$

waaruit x of de misgissing in Breedte gevonden kan worden. Door de kennis van die misgissing is men vervolgens in staat om ook de Lengte te verbeteren en men zal zoodoende de Breedte en Lengte van het schip tamelijk naauwkeurig bepaald hebben.

Ofschoon bovenstaande methode door velen gevolgd wordt, zoo kunnen wij ons echter daarmede niet vereenigen, en zonder ons in te laten met eene kritiek over dit onderwerp, moeten wij toch de aandacht vestigen op de omstandigheid, dat daar, waar SUMNER eene benaderingsmethode voorstelt, eene regtstreeksche oplossingswijze bestaat, namelijk die van LOBATTO en HAZEWINKEL om de Breedte en den tijd met behulp van twee hoogten te bepalen.

Berekent men volgens die regtstreeksche methode uit de beide waargenomen hoogten, met een niet te kort tijdsverloop tusschen beide, de Breedte en den tijd aan boord, dan zal men, zonder veel meer werk te verrigten dan naar de methode van SUMNER, waarbij vier uurhoeken moeten berekend worden, de Breedte en Lengte van het schip zoo naauwkeurig vinden, als de omstandigheden zulks toelaten.

De volgende, gedeeltelijke toepassing van de methode van SUMNER is echter niet onbelangrijk.

Men denke zich een schip op eenigen afstand, doch nog niet in het gezigt zijner bestemmingsplaats, dan zal het van gewigt zijn, als men aan boord kan bepalen, in welke rigting men zeker punt van de kust heeft.

Bepaalt men nu des morgens de hoogte der zon en berekent men met de gegiste Breedte en met b. v. 10′ Noord of Zuid, den uurhoek der zon, dan zal men twee gegiste tijdmeterslengten bekomen, die met de daarbij behoorende gegiste Breedten in de kaart afgezet kunnen worden. Vooronderstellen wij, dat men met eene gegiste Z. Breedte van 30°40′ eene gegiste O. Lengte vindt van 18°20′, terwijl de berekening voor 10′ Noord eene O. Lengte geeft van 18°30′50″, dan

zullen wij door deze grootheden af te zetten, in *A* en *B*, fig. 204, twee punten verkrijgen, die wij door eene regte lijn vereenigen. Zonder nu te weten, waar de juiste plaats van het schip is, kunnen wij aannemen, dat het zich nagenoeg ergens in de lijn *AB* bevindt, dewijl *AB*, binnen zekere grenzen, de projectie is in de kaart van den kleinen cirkel op aarde, die de punten bevat, voor welke op dat oogenblik de hoogte der zon de bevonden waarde heeft.

Verlengen wij de genoemde lijn, totdat zij een punt *C* der kust ontmoet, dan zou dit punt, als het zigtbaar was, uit het schip in de rigting van *AC* gepeild worden, welke peiling op het kompas der kaart kan afgelezen worden. De rigting van *AB* is in ons geval NO.

Is verder *E* de ingang der bestemmingsplaats, dan kunnen wij *ED* evenwijdig aan *AC* trekken, en de naaste weg van het schip om in de rigting *ED* te komen, zal door de loodlijn *PQ* worden aangewezen, waarvan de grootte door afpassing langs den staanden rand der kaart in mijlen kan worden uitgedrukt. Men vindt in het onderhavige geval voor *PQ* 2¾ mijl.

Zonder bekendheid met zijne Breedte of Lengte, zal bijgevolg de gezagvoerder door deze constructie weten, dat hij eerst 2¾ mijl NW en vervolgens NO zal hebben te sturen, om regt op den ingang zijner bestemmingsplaats aan te loopen. Door goed uit te kijken en verder de noodige maatregelen te nemen, zal hij nu met tamelijke zekerheid het land, niet ver van zijn doel, kunnen aandoen.

De kennis van de rigting *AB* is nog van gewigt, om te kunnen nagaan, of men, in die rigting koersende, gevaren ontmoet, en zoo ja, op welken afstand men hen voorbijgaat.

II. LENGTEBEPALING DOOR MAANSAFSTANDEN.

Een voortreffelijk middel om de Lengte op zee te bepalen, geven ons de m a a n s a f s t a n d e n.

Door m a a n s a f s t a n d wordt verstaan de hoek tusschen de lijnen, die uit het oog naar het middelpunt der maan en naar dat van de zon, naar eene planeet of eene ster gedacht kunnen worden.

De grondslag, waarop de Lengtebepaling met behulp der maansafstanden berust, is de volgende: Zooals wij weten, verplaatst de maan zich aan den hemel ongeveer 13° per dag, in eene Oostelijke rigting. Ten opzigte van de zon en van eenige planeten of vaste sterren, in de nabijheid van het vlak van hare baan gelegen, zal dus de maan eene verplaatsing ondergaan, die met betrekking tot de zon ongeveer 12° en met betrekking tot de andere hemellichten ongeveer 13° per dag of 30″ per minuut bedraagt, en bijgevolg zal een bepaalde afstand slechts

voor een enkel oogenblik gelden, terwijl die afstand een oogenblik later veranderd zal zijn. Denken wij ons nu een waarnemer *B* te Greenwich, fig. 205, en een anderen waarnemer op eene andere plaats *A*, dan zullen beide waarnemers, op hetzelfde volstrekte oogenblik, den afstand b. v. van zon en maan, onder de hoeken *MBZ* en *MAZ* kunnen waarnemen, welke hoeken over het algemeen zullen verschillen. Stellen wij ons echter voor, dat elke waarnemer zijn gemeten hoek tot het middelpunt *O* van de aarde herleidt, dan vallen die hoeken te zamen, en men zal in dat geval slechts den tijd te Greenwich en dien voor de plaats *A*, op het oogenblik der waarneming, behoeven te kennen, om het verschil in Lengte tusschen *A* en *B*, d. i. de Lengte van *A* te kunnen bepalen. Ten einde den zeeman in staat te stellen, om te weten hoe laat het te Greenwich is, op het oogenblik van zijne afstandswaarneming, zoo zijn in den zeemans-almanak van 3^u tot 3^u middelbaren tijd te Greenwich, de afstanden van de maan tot de zon, tot de vier groote planeten en tot eenige vaste sterren opgegeven, zooals die uit het middelpunt der aarde en zonder den dampkring van deze zouden gezien worden. Herleidt dan de waarnemer, nadat hij zijn gemeten afstand door toepassing der schijnbare halve middellijnen tot den schijnbaren middelpuntsafstand heeft gemaakt, onder het inachtnemen der verbetering voor de refractie, dezen ook tot het middelpunt der aarde, of zooals men het noemt tot den waren middelpuntsafstand, dan zal hij door interpolatie, het juiste oogenblik in den genoemden almanak kunnen vinden, dat met dien waren afstand overeenkomt. Heeft hij bovendien, te gelijk met dien afstand, ook den middelbaren tijd aan boord bepaald, dan zal het verschil dier tijden zijne Lengte, in tijd uitgedrukt, doen kennen. De oplossing van het vraagstuk, om de Lengte met behulp van de maansafstanden te bepalen, splitst zich alzoo in de volgende afdeelingen:

1°. de herleiding van den gemeten of schijnbaren afstand tot den waren;

2°. de bepaling van den middelbaren tijd te Greenwich, voor het oogenblik der waarneming;

3°. de bepaling van den middelbaren tijd aan boord voor dat oogenblik;

4°. het berekenen van de Lengte uit het verschil dier tijden.

Alvorens over te gaan tot de beschouwing van bovenstaande bijzonderheden, willen wij aantoonen op welke wijze de ware afstanden, die in den almanak staan opgegeven, berekend kunnen worden.

Zij *A*, fig. 206, de zon, *B* de maan en *P* de pool, dan is in den bolvormigen driehoek *APB*:

hoek $P =$ het verschil in Æ. der beide hemellichten
$AP = 90° \mp$ declin. $\odot = \triangle$
$BP = 90° \mp$ declin. ☾ $= \triangle'$
$AB = a$ de ware afstand

en wij hebben dus ter berekening van a, volgens de formulen der bolvormige trigonometrie:

$$\operatorname{tang} \varphi = \operatorname{tang} \triangle' \cos P$$
$$\cos a = \frac{\cos \triangle' \cos (\triangle - \varphi)}{\cos \varphi}$$

Voorbeeld. Men vraagt den waren afstand tusschen de middelpunten van de zon en de maan, op den 1sten September 1863, te 0^u Greenwich.

In den almanak vindt men:

1 Sept. te 0^u Greenw.	☉ Æ. = $10^u 40' 35'',02$	☉ N. declin. =	$8° 22' 59'',5$
„ „ „	☾ Æ. = $1^u 35' 9'',17$	☾ „ =	$13° 0' 42'',2$.

Wij hebben dan:

$$\triangle = 81°37'\ 0'',5$$
$$\triangle' = 76°59'17'',8$$
$$P = 9^u\ 5'25'',8$$

en de berekening wordt als volgt:

$$P = 9^u\ 5'25'',8 \quad \cos = 9,859534\ (-)$$
$$\triangle' = 76°59'17'',8 \quad \operatorname{tang} = 0,636230\ (+) \quad \cos = 9,352475\ (+)$$
$$\operatorname{tang} \varphi = 0,495764\ (-)$$
$$\varphi = -\ 72\ 17'25'' \quad \sec = 0,516850\ (+)$$
$$\triangle = 81°37'\ 0'',5$$
$$(\triangle - \varphi) = 153°54'25'',5 \quad \cos = 9,953316\ (-)$$
$$\cos a = 9,822641\ (-)$$
$$\text{Gevraagde afstand} = a = 131°39'40''.$$

a. DE HERLEIDING VAN DEN GEMETEN AFSTAND TOT DEN WAREN.

Wanneer men door waarneming den afstand bepaalt van de maan tot eenig hemellicht, b. v. de zon, dan kan men niet meten den afstand der middelpunten dier hemellichten, maar wel dien der randen, en dewijl de maan immer hare verlichte zijde en dus haren vollen rand naar de zon gekeerd heeft, dien van de naaste randen. Wil men nu uit dien gemeten afstand den schijnbaren middelpuntsafstand afleiden, dan moeten de schijnbare halve middellijnen der genoemde hemellichten bij den gemeten afstand worden geteld; en klaarblijkelijk behooren die middellijnen genomen te worden volgens het vlak, waarin de aanraking der beelden, onder de meting, heeft plaats gehad. Wij verkeeren dus hier in het geval, waarvan op bladz. 29 van het IIe Deel sprake was; en dewijl wij daar gezien hebben, op welke wijze de hellende halve middellijn van de zon of de maan verkregen wordt, zoo zullen wij, om die methode in praktijk te kunnen brengen, nog hebben na te gaan, hoe men tot de kennis van de helling, die men tot het opzoeken in Tafel XIX noodig heeft, kan geraken.

Nemen wij daartoe aan, dat men ten naastenbij de schijnbare middelpuntshoogten der beide hemellichten, benevens den schijnbaren middelpuntsafstand kent, — men behoeft alleen in volle graden en minuten te rekenen — dan heeft men in den bolvormigen driehoek *TMS*, fig. 209, waarin *T* het toppunt, *M* de maan en *S* het andere hemellicht is:

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} S = \sqrt{\left\{\frac{\cos \Sigma \sin (\Sigma - H)}{\cos (\Sigma - \Delta) \sin (\Sigma - h)}\right\}}$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} M = \sqrt{\left\{\frac{\cos \Sigma \sin (\Sigma - h)}{\cos (\Sigma - \Delta) \sin (\Sigma - H)}\right\}}$$

als ter bekorting

$$\Sigma = \tfrac{1}{2} (\Delta + h + H)$$

gesteld wordt, en

H de schijnbare maanshoogte
h „ „ zonshoogte
Δ „ „ afstand

is.

Blijkbaar zal de hellingshoek, dien men behoeft, de hoek zijn bij het hemellicht, waarop de kijker van het meetwerktuig onder het meten van den afstand is gerigt. Bij afstanden tusschen zon en maan, bepale men dus den hoek *M*, doch bij afstanden tusschen de maan en eene planeet of eene vaste ster, den hoek *S*.

Eene schatting van de bedoelde hoeken op het oog af, naar den stand, dien het meetwerktuig onder de waarneming heeft, zal bij eenige oefening een tamelijk voldoend resultaat geven.

Is de hellingshoek bekend, dan kan verder de verbetering in Tafel XIX worden gevonden, die, zooals vroeger gezegd is, op de halve middellijn moet worden toegepast, om haar schijnbaar te maken. Men zij daarbij indachtig, dat de halve middellijn der maan uit den almanak, behalve de genoemde verbetering voor de refractie, nog met behulp van Tafel XVII voor het verschilzigt eene verbetering moet ondergaan. Voor de zon is, zooals wij weten, daartoe alleen de verbetering voor de refractie, met behulp van Tafel XIX noodig. Heeft men den afstand gemeten tusschen de maan en eene ster, dan behoort men acht te geven met welken rand der maan, den naasten dan wel den versten, de aanraking heeft plaats gehad, dewijl in het eerste geval de schijnbare halve middellijn van de maan bij den gemeten afstand gevoegd, in het andere daarvan afgetrokken moet worden.

Gaan wij thans over tot het zoeken eener formule, om den schijnbaren middelpuntsafstand tot den waren te herleiden.

1°. Algemeene oplossing.

Ten einde het vraagstuk in algemeenen zin op te lossen, zij *EBPQP'*,

fig. 207, de elliptische meridiaan van den waarnemer in B, $T'Tp$ een gedeelte van den hemelschen meridiaan, T het geographische en T' het geocentrische toppunt van den waarnemer. Zij voorts M de schijnbare plaats van de maan en S die van een ander hemellicht, uit de plaats B gezien, dan zal de schijnbare afstand dier hemellichten door den boog van den grooten cirkel SM worden voorgesteld. Verbeteren wij de plaatsen M en S voor de refractie, dan zullen wij twee punten M' en S' verkrijgen, die iets lager in de vertikaal-cirkels liggen, welke wij ons door de schijnbare plaatsen M en S en het geograpische zenith kunnen denken. De boog $S'M'$ zal dus de voor refractie verbeterde afstand zijn.

Om nu dien afstand $S'M'$ tot het middelpunt der aarde te herleiden, of wat hetzelfde is, voor verschilzigt te verbeteren, heeft men in het oog te houden, dat de schijnbare verplaatsing der hemellichten, die door het woord verschilzigt wordt aangeduid, geschiedt volgens groote cirkels, die door de punten S' en M' en het geocentrische zenith gaan, zoodat S'' en M'' de voor parallaxis verbeterde plaatsen der bedoelde hemellichten zullen wezen en $S''M''$ den waren afstand zal voorstellen.

Zoeken wij de betrekking tusschen SM en $S''M''$. Noemen wij ter bekorting:

$90^\circ - TM$ = de schijnbare middelpuntshoogte der maan . . . . H
$90^\circ - TM'$ = de bovenstaande hoogte der maan voor de refractie verbeterd . H'
$90^\circ - T'M'$ = de locale ware middelpuntshoogte der maan, ten opzigte van het geocentrische zenith . . . . H''
$90^\circ - T'M''$ = de ware geocentrische hoogte der maan . . . . H'''
$90^\circ - TS$ = de schijnbare middelpuntshoogte van het andere hemellicht . . . h
$90^\circ - TS'$ = de bovenstaande hoogte van het andere hemellicht voor de refractie verbeterd . . . . h'
$90^\circ - T'S'$ = de locale ware middelpuntshoogte van het andere hemellicht, ten opzigte van het geocentrische zenith . . . . h''
$90^\circ - T'S''$ = de ware geocentrische hoogte van het andere hemellicht . . . . h'''
SM = den schijnbaren afstand. . . . . Δ
$S'M'$ = den schijnbaren afstand voor de refractie verbeterd. . . . . Δ'
$S'M''$ = den waren afstand . . . . Δ'''

De bolvormige driehoeken TSM en $TS'M'$ geven ons:

$$\frac{\cos SM - \cos TS \cos TM}{\sin TS \sin TM} = \frac{\cos S'M' - \cos TS' \cos TM'}{\sin TS' \sin TM'}$$

of

$$\frac{\cos \Delta - \sin h \sin H}{\cos h \cos H} = \frac{\cos \Delta' - \sin h' \sin H'}{\cos h' \cos H'}.$$

Door de eenheid bij beide leden dezer vergelijking op te tellen, en met $\cos h' \cos H'$ te vermenigvuldigen, verkrijgen wij:

$$\frac{\cos h' \cos H'}{\cos h \cos H}(\cos h \cos H + \cos A - \sin h \sin H) = \cos A' - \sin h' \sin H' + \cos h' \cos H'$$

waaruit:

$$\cos A' = -\cos(H' + h') + \{\cos A + \cos(H + h)\}\frac{\cos h' \cos H'}{\cos h \cos H}.$$

Schrijven wij voor $\cos A'$, $1 - 2\sin^2 \frac{1}{2} A'$, en voor $\cos A + \cos(H + h)$, $2\cos\frac{1}{2}(H + h + A)\cos\frac{1}{2}(H + h - A)$, dan komt, als wij ter bekorting $\frac{1}{2}(H + h + A) = \Sigma$ stellen:

$$1 - 2\sin^2 \tfrac{1}{2} A' = -\cos(H' + h') + \{2\cos\Sigma \cos(\Sigma - A)\}\frac{\cos H' \cos h'}{\cos H \cos h}$$

en dus:

$$-2\sin^2 \tfrac{1}{2} A' = -1 - \cos(H' + h') + 2\{\cos\Sigma \cos(\Sigma - A)\}\frac{\cos H' \cos h'}{\cos H \cos h}$$

waaruit:

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} A' = \cos^2 \tfrac{1}{2}(H' + h') - \{\cos\Sigma \cos(\Sigma - A)\}\frac{\cos H' \cos h'}{\cos H \cos h}$$

$$= \cos^2 \tfrac{1}{2}(H' + h')\left\{1 - \frac{\cos\Sigma \cos(\Sigma - A)}{\cos^2 \frac{1}{2}(H' + h')} \cdot \frac{\cos H' \cos h'}{\cos H \cos h}\right\}$$

Stellen wij voorts:

$$\text{(I)} \quad . \quad . \quad \frac{1}{\cos\frac{1}{2}(H' + h')}\sqrt{\left\{\cos\Sigma \cos(\Sigma - A)\frac{\cos H' \cos h'}{\cos H \cos h}\right\}} = \sin\psi$$

dan gaat de vorige vergelijking over in

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} A' = \cos^2 \tfrac{1}{2}(H' + h')(1 - \sin^2\psi)$$
$$\sin^2 \tfrac{1}{2} A' = \cos^2 \tfrac{1}{2}(H' + h')\cos^2\psi$$

of na worteltrekking in

$$\text{(II)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \sin\tfrac{1}{2} A' = \cos\tfrac{1}{2}(H' + h')\cos\psi.$$

Op overeenkomstige wijze vinden wij, uit de bolvormige driehoeken $T'S'M'$ en $T'S''M''$:

$$\cos A'' = -\cos(H'' + h'') + \{\cos A' + \cos(H' + h')\}\frac{\cos H'' \cos h''}{\cos H' \cos h'}.$$

Volbrengen wij hierin de vroeger verrigte omzettingen, en stellen wij $\frac{1}{2}(H' + h' + A') = \Sigma'$, dan verkrijgen wij:

$$\sin^2 \tfrac{1}{2} A'' = \cos^2 \tfrac{1}{2}(H'' + h'')\left\{1 - \frac{\cos\Sigma' \cos(\Sigma' - A')}{\cos^2 \frac{1}{2}(H'' + h'')} \cdot \frac{\cos H'' \cos h''}{\cos H' \cos h'}\right\}$$

en door te stellen:

$$\text{(III)} \quad . \quad \frac{1}{\cos\frac{1}{2}(H'' + h'')}\sqrt{\left\{\cos\Sigma' \cos(\Sigma' - A')\frac{\cos H'' \cos h''}{\cos H' \cos h'}\right\}} = \sin\psi'$$

$$\text{(IV)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \sin\tfrac{1}{2} A'' = \cos\tfrac{1}{2}(H'' + h'')\cos\psi'.$$

Om alzoo het vraagstuk naar deze methode op te lossen, berekene men eerst, met behulp van de formulen (I) en (II), de waarde van A'; vervolgens met die waarde ψ' uit form. (III) en ten slotte A'' uit form. (IV).

De hoogten, die wij in de berekening bezigen, worden hetzij door regtstreeksche meting gelijktijdig met den afstand bepaald, of wel, zij kunnen door berekening worden gevonden, zooals in eene der volgende afdeelingen van dit hoofdstuk wordt aangewezen. De verschillende herleidingen, die de gemeten hoogten moeten ondergaan, zullen met het oog op het vroeger geleerde wel geene moeijelijkheid opleveren. Wij kunnen dus overgaan tot een voorbeeld, dat tot opheldering van het behandelde zal kunnen dienen.

Voorbeeld. Den 5den Januarij 18.., op 54°40′ N. Breedte en 20°0′ O. Lengte, heeft men des morgens te 9u34′0″ middelbaren tijd aan boord, met het oog 17 Rijnl. voet boven water, gemeten: den afstand tusschen de randen van zon en maan 57°15′30″, de onderrandshoogte van de zon 6°7′36 en die van de maan 18°35′26″. Indien op dat oogenblik het azimuth van de zon N 146° O, en dat van de maan N 160° W was, vraagt men den waren afstand tusschen die hemellichten.

In den almanak vindt men:

4 Jan. te 12u Greenw.	☾ ½ midd. = 16′18″,2 . . .	☾ e. h. verschilz. = 59′42″8
5 „ „ 0u	„ „ = 16′20″,2 . . .	„ = 59′50″,3
	☉ ½ midd. = 16′18″.	

Berekenen wij eerst den hellingshoek, of den hoek, dien de afstand met den vertikaal-cirkel der maan maakt. Na de toepassing van de kimduiking en de halve middellijn, zijn de daartoe benoodigde grootheden, als volgt:

$$H = 18°47' \qquad h = 6°19' \qquad A = 57°48'$$

en wij hebben alzoo:

$H = 18°47'$
$h = 6°19'$
$A = 57°48'$

$\Sigma = 41°27'$	cos = 9,874791	
$\Sigma - h = 35°\ 8'$	sin = 9,760031	
$\Sigma - A = 16°21'$	sec = 0,017928	O. Lengte = 20° 0′
$\Sigma - H = 22°40'$	cosec = 0,414123	in tijd = 1u20′0″
	2 tang ½ M = 0,066873	4 Jan. tijd a/b = 21u34′
	tang ½ M = 0,033437	4 Jan. tijd Greenw. = 20u14′0″.
	½ M = 47°13′	
	M = 94°26′	

te 12u ☾ ½ midd. = 16′20″,2	te 12u ☾ e. h. verschilz. = 59′50″.3
in 3u46′ verand. = 0″,6	in 3u46′ verand. = 2″,4
☾ ½ midd. = 16 19″,6	☾ e. h. verschilz. = 59′47″,9
Tafel XVII = + 5″,0	verb. voor 54° Br = 8″,0
„ XIX = — 2″,5 (0° Helling).	☾ h. verschilz. = 59′40″
☾ schijnb. vertik. ½ midd. = 16′22″	

verb. ☾ ½ midd. = 16′19″,6 — ⊙ ½ midd. = 16′18″
Tafel XVII = + 5″,0 — Tafel XIX = 20″ (0° Helling)
„ XIX = 0″,0 (94° Helling) — ⊙ schijnb. vertik. ½ midd. = 15′58″
☾ schijnb. hellende ½ midd. = 16′25″

Gemeten afstand = 57°15′30″ — ⊙ ½ midd. = 16′18″
☾ schijnb. hell. ½ midd. = 16′25″ — Tafel XIX = 0″0 (94° Hell.)
⊙ „ „ „ = 16′18″ — ⊙ schijnb. hell. ½ midd. = 16′18″.
Schijnb. middelpuntsafstand = 57°48′13″ = $\varDelta$.

Gemeten ⊙ hoogte = 6° 7′36″
Kimd. = 4′ 6″
Schijnb. ⊙ loc. hoogte = 6° 3′30″
„ ½ midd. = 15′58″ — $\varphi - \varphi'$ = 10′54″ = 654″.. log = 2,815578
„ ⊖ loc. hoogte = 6°19′28″ = h — ⊙ Azim. = 146° cos = 9,918574 (—)
Straalb. = 8′ 6″ — log verbetering = 2,734152 (—)
Ware ⊖ loc. hoogte = 6°11′22″ = h' — Verbetering = — 542″
Verb. voor afplatt. = + 9′ 2″. . . . . = — 9′2″
Ware ⊖ loc. geoc. hoogte = 6°20′24″ = h''
Verschilz. = 9″
Ware ⊖ geoc. hoogte = 6°20′33″ = h'''

Gemeten ☾ hoogte = 18°35′26″
Kimd. = 4′ 6″
Schijnb. ☾ loc. hoogte = 18°31′20″
„ ½ midd. = 16′22″ — $(\varphi - \varphi')$ = 10′54″ = 654″.. log = 2,815578
„ ☾ loc. hoogte = 18°47′42″ = H — ☾ Azim. = 160° cos = 9,972986 (—)
Straalb. = 2′50″ — log verbetering = 2,788564 (—)
Ware ☾ loc. hoogte = 18°44′52″ = H' — Verbetering = — 615″
Verb. voor afplatt. = + 10′15″. . . . . „ = — 10′15″
Ware ☾ loc. geoc. hoogte = 18°55′ 7″ = H'' . . . . cos = 9,975882
Verschilz. = 56′26″ — ☾ horiz. verschilz. = 59′40″ log = 3,553883
Ware ☾ geoc. hoogte = 19°51′23″ = H''' — log verschilz. in hoogte = 3,529765
Verschilz. in hoogte = 56′26″.

H =	18°47′42″	sec = 0,023798	
h =	6°19′25″	„ = 0,002652	
$\varDelta$ =	57°48′13″		
Σ =	41°27′42″	cos = 9,874713	
$\Sigma - \varDelta$ =	— 16°20′31″	„ = 9,982090	
H' =	18°44′52″	„ = 9,976323	
h' =	6°11′22″	„ = 9,997461	
		Som = 9,857037	
$H' + h'$ =	24°56′14″	½ „ = 9,928518	
$\frac{1}{2}(H' + h')$ =	12°28′ 7″	sec. = 0,010366	cos = 9,989634
		sin ψ = 9,938884	
		ψ = 60°18′40″	cos = 9,694860
			sin ½ $\varDelta'$ = 9,684494
			½ $\varDelta'$ = 28°55′17″
			$\varDelta'$ = 57°50′34″.

$$
\begin{array}{rll}
H'' = & 18^\circ 55' \; 7'' & \sec = 0{,}024118 \\
h'' = & 6^\circ 20' 24'' & \;\;\text{,,} \;= 0{,}002665 \\
A'' = & 57^\circ 50' 34'' & \\
\hline
\Sigma' = & 41^\circ 33' \; 2'' & \cos = 9{,}874117 \\
\Sigma' - A' = & -16^\circ 17' 32'' & \;\;\text{,,} \;= 9{,}982201 \\
H''' = & 19^\circ 51' 33'' & \;\;\text{,,} \;= 9{,}973373 \\
h''' = & 6^\circ 20' 33'' & \;\;\text{,,} \;= 9{,}997333 \\
\hline
 & & \text{Som} = 9{,}853807 \\
H''' + h''' = & 26^\circ 12' \; 6'' \tfrac{1}{2} & \;\;\text{,,} \;= 9{,}926903 \\
\tfrac{1}{2}(H''' + h''') = & 13^\circ \; 6' \; 3'' & \sec = 0{,}011453 \quad \cos = 9{,}988547 \\
\hline
 & & \sin \psi' = 9{,}938356 \\
 & & \psi' = 60^\circ 11' 22'' \quad \cos = 9{,}696473 \\
\hline
 & & \sin \tfrac{1}{2} A'' = 9{,}685020 \\
 & & \tfrac{1}{2} A'' = 28^\circ 57' 35'' \\
 & & \text{Gevraagde ware afstand } A'' = 57^\circ 55' 10''.
\end{array}
$$

Ofschoon de bovenstaande methode wegens hare naauwkeurigheid groote aanbeveling verdient, zoo is zij echter in de praktijk te omslagtig, en maakt men aan boord gebruik van meer eenvoudige oplossingen, die insgelijks zeer voldoende resultaten opleveren.

De meest gebruikelijke manieren zijn:

1°. dat men den waren afstand uit den schijnbaren afleidt, in de vooronderstelling, dat de aarde een bol is, en vervolgens daarop eene verbetering voor de afplatting der aarde aanbrengt;

2°. dat men het vraagstuk oplost, in de vooronderstelling, dat de refractie eene schijnbare plaatsverandering te weeg brengt van de hemellichten in den grooten cirkel, die door elk hemellicht in het bijzonder en door het geocentrische toppunt gaat.

Beschouwen wij beide manieren, ieder in het bijzonder, meer van nabij.

2°. Oplossing, in de vooronderstelling, dat de aarde bolvormig is.

a. Methode van BORDA.

Zij in fig. 209, T het toppunt, M de schijnbare plaats van de maan en S die van het andere hemellicht, dan zullen wij, door de straalbuiging en het verschilzigt voor elk hemellicht in rekening te brengen, de overeenkomstige ware plaatsen in M' en S' verkrijgen; SM zal dan de schijnbare, $S'M'$ de ware afstand der bedoelde hemellichten zijn.

Noemen wij ter bekorting:

$90^\circ - TM$	= de schijnbare hoogte der maan	H
$90^\circ - TM'$	= de ware ,, ,, ,, ...	H'
$90^\circ - TS$	= de schijnbare hoogte van het andere hemellicht . .	h
$90^\circ - TS'$	= de ware ,, ,, ,, ,, . .	h'
SM	= den schijnbaren afstand	A
$S'M'$	= den waren ,, ...	A'

dan vindt men, uit de bolvormige driehoeken *TSM* en *T'S'M'*, door eene soortgelijke herleiding als bij de vorige oplossing:

$$\sin \tfrac{1}{2} \Delta' = \cos \tfrac{1}{2} (H' + h') \cos \psi'$$

$$\text{(V)} \quad . \quad . \quad \sin \psi' = \frac{1}{\cos \tfrac{1}{2} (H' + h')} \sqrt{\left\{ \cos \Sigma \;\; \cos (\Sigma - \Delta) \; \frac{\cos H' \cos h'}{\cos H \cos h} \right\}}$$

$$\Sigma = \tfrac{1}{2} (H + h + \Delta)$$

welke formule die van BORDA genoemd wordt.

Ten einde de berekening van deze formule eenigzins te bekorten, heeft men den factor $\frac{\cos H' \cos h'}{\cos H \cos h}$ in eene Tafel gebragt, waarin men, met de argumenten: schijnbare hoogte en horizontaal verschilzigt der maan, den logarithmus van dien factor kan opzoeken.

De zamenstelling van deze Tafel, zijnde Tafel XXX, welke nader wordt aangeduid door de benaming logarithmen-verschil, berust op den volgenden grondslag. Zij het andere hemellicht eene vaste ster, dan is, als wij de straalbuiging R noemen,

$$h' = h - R$$

en wij verkrijgen dus voor den logarithmus van den bedoelden factor:

$$\log \frac{\cos H'}{\cos H} + \log \frac{\cos (h - R)}{\cos h}.$$

Dewijl R voor tamelijk groote hoogten zeer klein is, zoo zullen wij, bij de ontwikkeling van den tweeden term, voor $\cos R$ de eenheid mogen schrijven, waardoor wij vinden:

$$\log \frac{\cos (h - R)}{\cos h} = \log \left\{ \frac{\cos h + R \sin h \sin 1''}{\cos h} \right\}$$

$$= \log \{ 1 + R \operatorname{tang} h \sin 1'' \}$$

en dewijl $R = \alpha \operatorname{tang} Z = \alpha \operatorname{cotg} h$ is, bladz. 4 van het IIe Deel:

$$\log \frac{\cos (h - R)}{\cos h} = \log (1 + \alpha \sin 1'').$$

Nu is α, zoo als wij vroeger zagen, eene grootheid, die met de hoogte verandert; doch wij zullen geene fout begaan, als wij met het oog op den stand van den barometer en thermometer, waarvoor Tafel XIII berekend is, bij hoogten grooter dan 30°, voor α eene standvastige waarde van 58″,3 aannemen. Berekenen wij met deze waarde bovenstaande uitdrukking, dan komt:

$$\alpha = 58'',3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \log = 1,7656686$$

$$\log \sin 1'' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = 4,6855748 - 10$$

$$\log \alpha \sin 1'' = 6,4512435 - 10$$

$$\alpha \sin 1'' = 0,00028256$$

$$\frac{\cos (h - R)}{\cos h} = 1 + \alpha \sin 1'' = 1,00028256$$

$$\log \frac{\cos (h - R)}{\cos h} = 0,00012268$$

De factor uit formule (V) gaat dus over in:

$$\log \frac{\cos H'}{\cos H} + 0{,}00012268.$$

Zijn de schijnbare hoogte der maan en haar horizontaal verschilzigt gegeven, dan vindt men, met behulp van Tafel XX, ligtelijk de ware hoogte der maan H'. De term $\frac{\cos H'}{\cos H}$ kan dus berekend worden, en als men daarbij den standvastigen tweeden term der formule voegt, zal men het logarithmen-verschil of den overeenkomstigen term uit Tafel XXX bepaald hebben.

Zij b. v. de schijnbare hoogte der maan 15° en haar horizontaal verschilzigt 60′, dan komt de bewerking aldus te staan:

H = ☾ schijnb. hoogte = 15° 0′ 0″ . . . sec = 0,015056
Term. Tafel XX = 54′24″
H' = ☾ ware hoogte = 15°54′24″ . . . cos = 9,983044 — 10
Standvastige log = $\log \frac{\cos h'}{\cos h}$ = 0,000123
Logarithmen-verschil = 9,998223 — 10

als in de Tafel.

Is de hoogte van de ster kleiner dan 30°, of heeft het hemellicht, dat met de maan is waargenomen, verschilzigt, dan moet de waarde, die wij voor $\log \frac{\cos h'}{\cos h}$ gevonden hebben, met eene kleine hoeveelheid verminderd worden. Zoeken wij b. v. de waarde van $\log \frac{\cos h'}{\cos h}$ voor eene ster en voor de zon, als beide hemellichten 10° hoogte hebben, dan is:

Schijnb. ⊙ hoogte = 10° 0′ 0″ . . . sec = 0,006649
Straalb. = 0° 5′19″
Ware loc. hoogte = 9°54′41″
Verschilz. = 8″
Ware hoogte = 9°54′49″ . . . cos = 9,993466
$\log \frac{\cos h'}{\cos h}$ = 0,000115
In de vorige berekening is gebezigd . . . 0,000123
Verschil = 8

welke verbetering, voor de zon, onderaan de Tafel, bij 10° hoogte wordt aangetroffen. Voor de ster vinden wij:

Schijnb. ✱ hoogte = 10° 0′ 0″ . . . sec = 0,006649
Straalb. = 0° 5′19″
Ware ✱ hoogte = 9°54′41″ . . . cos = 9,993469
$\log \frac{\cos h'}{\cos h}$ = 0,000118
In de berekening is gebezigd . . . 0,000123
Verschil = 5

zooals onderaan de bladzijde, voor 10° stershoogte, voor de af te trekken verbetering staat opgegeven.

Dewijl Tafel XXX met de middelbare straalbuiging is berekend, zoo zal klaarblijkelijk de term der Tafel eene verbetering moeten ondergaan, als de aanwijzingen van barometer en thermometer een anderen toestand van den dampkring dan den gemiddelden aanwijzen. In de verklaring van de Tafel, bladz. 354, vindt men de noodige voorschriften hoedanig men in dat geval heeft te handelen. Gemakkelijker nogtans is het, om onder die omstandigheid, de cosinussen van H, H', h en h' op te zoeken en dus het gebruik van de Tafel achterwege te laten.

b. Methode van KRAFFT.

Eene bij de zeelieden algemeen in gebruik zijnde methode, om den waren afstand uit den schijnbaren af te leiden, is die van KRAFFT. Zij berust op de volgende beschouwingen. Hernemen wij de vergelijking:

$$\frac{\cos A - \sin H \sin h}{\cos H \cos h} = \frac{\cos A' - \sin H' \sin h'}{\cos H' \cos h'}$$

die uit de gelijkheid van den hoek T in de driehoeken TSM en $TS'M'$, fig. 209, voortvloeit. Trekken wij beide leden der vergelijking van de eenheid af, dan komt:

$$1 - \frac{\cos A - \sin H \sin h}{\cos H \cos h} = 1 - \frac{\cos A' - \sin H' \sin h'}{\cos H' \cos h'}$$

waaruit

$$\frac{\cos (H - h) - \cos A}{\cos H \cos h} = \frac{\cos (H' - h') - \cos A'}{\cos H' \cos h'}$$

en dus

$$\cos A' = \cos (H' - h') + \frac{\cos H' \cos h'}{\cos H \cos h} \{\cos A - \cos (H - h)\}.$$

Stellen wij verder $\dfrac{\cos H' \cos h'}{\cos H \cos h} = 2 \cos P$,

dan komt, na substitutie:

$$\cos A' = 2 \cos P \cos A - 2 \cos P \cos (H - h) + \cos (H' - h)$$
$$\cos A' = \cos (H' - h') + \cos (A + P) + \cos (A - P) - \cos (H - h + P) - \cos (H - h - P)$$

waaruit, dewijl in het algemeen $\cos \varphi = 1 - \text{sin vers.}\, \varphi$ is:

(VI) . . $\text{sin vers.}\, A' = \text{sin vers.}\, (H' - h') + \text{sin vers.}\, (A + P) + \text{sin vers.}\, (A - P) -$
$- \text{sin vers.}\, (H - h + P) - \text{sin vers.}\, (H - h - P)$.

Let men op de overeenkomst, die er tusschen de uitdrukkingen voor het logarithmen-verschil en voor $2 \cos P$ bestaat, dan is klaarblijkelijk

$$\log \cos P = \text{logarithmen-verschil} - \log 2$$

en wij kunnen dus, met behulp van Tafel XXX, eene soortgelijke Tafel invullen, waarin met de argumenten: maans schijnbare hoogte en horizontaal verschilzigt, de overeenkomstige waarde van P gevonden wordt. Ziehier op welke wijze die Tafel berekend is.

Laat b. v. gevraagd worden den hulphoek P te berekenen voor 8°10′ maans schijnbare hoogte en 55′ horizontaal verschilzigt, dan vinden wij in Tafel XXX voor deze gegevens:

$$\begin{aligned} \text{Logarithmen-verschil} &= 9{,}999209 \\ \log 2 &= 0{,}301030 \\ \log\cos P &= 9{,}698179 \\ P &= 60°3'36'' \end{aligned}$$

zooals in Tafel XXXI, op de rij van 8°10′ hoogte, in de kolom met 55′ aan het hoofd, wordt gevonden.

Blijkens de beschouwing van Tafel XXXI, ligt de hulphoek P tusschen 60°0′44″ en 60°34′1″, en de verbetering, die onderaan de Tafel van het logarithmen-verschil staat, opgezocht in de evenredige deelen van den log cos 60°0′ tot die van den log cos 60°34′, zal dus de verbetering van P in secunden doen kennen voor de gevallen, die aldaar voorkomen. Wij verwijzen den lezer voor meer bijzonderheden naar de verklaring der Tafel, alwaar het gebruik in de verschillende gevallen nader wordt aangetoond.

c. Verbetering van den berekenden afstand voor de afplatting der aarde.

Zij $ABCD$, fig. 208, de elliptische meridiaan van de waarnemingsplaats A, O het middelpunt der afgeplatte aarde en O' het punt, alwaar de normaal in A den waren horizon BD snijdt, dan zal de ware afstand, dien men, volgens eene der beide voorgaande manieren, uit den schijnbaren heeft afgeleid, voor het punt O' gelden en tot het punt O moeten herleid worden, als men de afgeplatte gedaante der aarde bij de oplossing van het vraagstuk in rekening wil brengen.

Ten einde tot eene formule te geraken, waardoor de bedoelde herleiding wordt uitgedrukt, willen wij eerst onderzoeken, welken invloed het verwaarloozen van de afplatting der aarde, op de plaats van de maan en die van het andere hemellicht uitoefent. Zij daartoe M de voor refractie verbeterde plaats van de maan, T' het geocentrische, T het geographische toppunt der waarnemingsplaats A, en MM'' het verschilzigt in hoogte van de maan, dan is M'' hare ware plaats, dewijl het verschilzigt ten opzigte van het geocentrische toppunt moet gerekend worden. Bij de verwaarloozing echter van de afplatting, wordt dat verschilzigt gerekend ten opzigte van het geographische toppunt T, en als wij dus $MM' = MM''$ nemen, dan zal M' de plaats zijn, die in de laatst gevolgde afstandsherleiding verkeerdelijk voor de ware plaats der

maan is aangenomen, zoodat $M'M''$ de verplaatsing zal voorstellen, die de maan ten gevolge van de verwaarloozing der afplatting ondergaat. Neemt men voorts in aanmerking, dat T', T, A en dus ook O' in het vlak van den meridiaan liggen, dan zal het duidelijk zijn, dat die verplaatsing geschiedt in een grooten cirkel, die door het Noord- en Zuidpunt van den horizon gaat.

Dezelfde redenering gaat door voor het andere hemellicht, en ook dit zal streng genomen eene verplaatsing ondergaan in den grooten cirkel, die door de ware plaats van het hemellicht en de vroeger genoemde hoofdpunten van den horizon gaat. Het geringe bedrag echter van het verschilzigt der zon en der planeten veroorlooft ons die verplaatsing als nul aan te merken.

Ten einde eene uitdrukking voor $M'M''$ te vinden, zetten wij op den boog MT een stuk $MT'' = MT'$ af. In den gelijkbeenigen driehoek $MT'T''$ is dan

$$\sin \tfrac{1}{2} M = \frac{\sin \tfrac{1}{2} T'T''}{\sin MT''} = \frac{\sin \tfrac{1}{2} TT'}{\cos H}$$

of

$$\tfrac{1}{2} M = \frac{\tfrac{1}{2} TT'}{\cos H}$$

als H de schijnbare geocentrische hoogte der maan beteekent.

Voorts is in den driehoek $T'T''T$, dien wij als plat en regthoekig in T'' mogen aanmerken,

$$\begin{aligned} T'T'' &= T'T \sin T'TT'' \\ &= (\varphi - \varphi') \sin T \end{aligned}$$

als $(\varphi - \varphi')$ het verschil van de geographische en de geocentrische Breedte der waarnemingsplaats, en T het azimuth der maan is.

Substitueren wij deze waarde in de uitdrukking voor $\tfrac{1}{2} M$, dan komt:

$$\tfrac{1}{2} M = \frac{\tfrac{1}{2} (\varphi - \varphi') \sin T}{\cos H}.$$

In den gelijkbeenigen driehoek $MM'M''$ is

$$\sin \tfrac{1}{2} M'M'' = \sin \tfrac{1}{2} M \sin MM'$$

of, dewijl MM' het verschilzigt in hoogte voorstelt, dat, zooals wij weten, gelijk is aan $P \cos H$, als P het horizontale verschilzigt beteekent, zoo hebben wij:

$$\sin \tfrac{1}{2} M'M'' = \sin \tfrac{1}{2} M \sin P \cos H$$

of

$$\tfrac{1}{2} M'M'' = \tfrac{1}{2} M \sin P \cos H$$

waaruit, na substitutie van de gevonden waarde voor $\tfrac{1}{2} M$,

$$M'M'' = (\varphi - \varphi') \sin T \sin P$$

of, dewijl sin P nagenoeg $\frac{1}{60}$ is,

$$M'M'' = \frac{\varphi - \varphi'}{60} \sin T.$$

Is nu in fig. 210, $M'S''$ de berekende ware afstand, wanneer de aarde als een bol beschouwd wordt, en $M'M''$ de bedoelde verplaatsing van de maan, dan is SM'' de ware geocentrische afstand, dien wij aldus uit $M'S$ kunnen afleiden. Nemen wij op SM' een afstand $Sa = SM''$, dan is

$$SM'' = SM' - M'a$$

en $M'a$ zal de verbetering zijn, die op den berekenden afstand moet worden toegepast om den geocentrischen te verkrijgen.

Dewijl de boog $M'M''$ klein is, mogen wij het driehoekje $aM''M'$ als plat en regthoekig in a aanmerken. Hierdoor wordt:

$$\text{Verbetering voor afplatting} = a\,M' = M'M'' \cos a\,M'M''$$
$$\text{„} \quad \text{„} \quad = \text{„} = M'M'' \sin SM'T$$
$$\text{(VII)} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad = \text{„} = \frac{\varphi - \varphi'}{60} \sin T \sin M'.$$

Ofschoon de hoek M', gevormd door den waren afstand en den vertikaal-cirkel der maan, eenigzins verschilt van dien, welken wij vroeger M hebben genoemd, en die gevormd wordt door den schijnbaren afstand en den bedoelden vertikaal-cirkel, zoo zullen wij nogtans zonder bezwaar in de bovenstaande formule voor M', M mogen bezigen. Naauwkeuriger echter handelt men, door in aanmerking te nemen, dat in den bolvormigen driehoek STM'

$$\sin M' = \frac{\sin T_0}{\sin \text{Afst.}} \cos h$$

is, als h de ware hoogte van het andere hemellicht en T_0 het verschil der azimuths van de beide hemellichten beteekent. Wij vinden dan, door substitutie in de vorige uitdrukking, de meer naauwkeurige formule:

$$\text{(VIII)} \quad a\,M' = \frac{\varphi - \varphi'}{60} \cdot \frac{\sin T \sin T_0 \cos h}{\sin.\ \text{Afst.}}.$$

Den term $\frac{\varphi - \varphi'}{60}$ vindt men onmiddellijk in de Tafel van bladz. 9, I[e] Deel, door in de plaats van het daarin opgegeven aantal minuten, secunden te lezen.

Omtrent het teeken der correctie valt op te merken, dat deze bij den berekenden afstand wordt opgeteld:

1⁰. als de maan op N. Breedte in het Oostelijke deel des hemels staat, en het andere hemellicht zich links van de maan bevindt;

2⁰. als de maan op N. Breedte in het Westelijke deel des hemels staat, en het andere hemellicht zich regts van haar bevindt;

3⁰. als de maan op Z. Breedte zich in het Oostelijke deel des hemels bevindt, en het andere hemellicht regts van de maan staat;

4°. als de maan op Z. Breedte in het **Westelijke** deel des hemels staat, en het andere hemellicht zich **links** van haar bevindt.

In alle andere gevallen moet de verbetering van den waren afstand worden afgetrokken.

Blijkens de figuur, heeft de verbetering hare grootste waarde, als hoek $aM'M''$ nul is, hetgeen plaats heeft, wanneer de boog des afstands, verlengd zijnde, door het N. en Z. punt van den horizon gaat, en hoek T of het azimuth van de maan 90° is. De grootste waarde der correctie is blijkbaar 11″,5 op 45° Breedte.

Voorbeeld. De gegevens zijn die van het vraagstuk op bladz. 279, IIe Deel. Men vraagt den waren afstand, volgens de methoden van BORDA en van KRAFFT, met inachtneming van de afplatting der aarde.

De gegevens waren:

☾ Schijnb. vertik. ½ midd. =	16′22″	hoek M =	94°26′
☉ „ „ „ =	15′58″		
☾ „ hellende „ =	16′25″	„ T =	N 160° W.
☉ „ „ „ =	16′18″		
☾ Gemeten hoogte =	18°35′26″		
☉ „ „ =	6° 7′36″		
☉☾ Schijnb. middelpuntsafstand =	57°48′13″		
☾ Horizont. verschilz. =	59′40″		

Gemeten ☾ hoogte =	18°35′26″	Gemeten ☉ hoogte =	6° 7′36″
Kimd. =	4′ 6″	Kimd. =	4′ 6″
Schijnb. ☾ hoogte =	18°31′20″	Schijnb. ☉ hoogte =	6° 3′30″
„ ½ midd. =	16′22″	„ ½ midd. =	15′58″
Schijnb. ☾ hoogte =	18°47′42″ = H	Schijnb. ☉ hoogte =	6°19′28″ = h
Tafel XX =	53′41″	Straalb. — verschilz. =	7′57″
Ware ☾ hoogte =	19°41′23″ = H'	Ware ☉ hoogte =	6°11′31″ = h'.

Oplossing volgens BORDA. (form. V.)

H =	18°47′42″	sec = 0,023798	
h =	6°19′28″	„ = 0,002652	
Δ =	57°48′13″		
Σ =	41°27′42″	cos = 9,874713	
$\Sigma - \Delta$ =	−16°20′31″	„ = 9,982090	
H' =	19°41′23″	„ = 9,973834	
h' =	6°11′31″	„ = 9,997459	
$H' + h'$ =	25°52′54″	½ som = 9,927273	
½ $(H' + h')$ =	12°56′27″	sec = 0,011173	cos = 9,988827
		sin ψ' = 9,938446	
		ψ' = 60°12′36″	cos = 9,696201
			sin ½ Δ' = 9,685028
			½ Δ' = 28°57′37″
			Ware afstand = 57°55′14″.

Verbetering voor de afplatting (form. VII.)

$$\text{hoek } M = 94°26' \quad \log \sin = 9,998699$$
$$T = 160° \quad „ \; „ = 9,534052$$
$$\frac{\varphi - \varphi'}{60} = 10'',9 \quad \log = 1,037426$$
$$\text{log verbetering} = 0,570177$$
$$\text{Verbetering} = 3'',7.$$

Dewijl de Breedte Noordelijk is, en de maan in het Westelijke deel des hemels, doch regts van de zon staat, zooals uit de benaming der azimuths van de beide hemellichten kan worden opgemaakt, zoo moet de verbetering van den gevonden waren afstand worden afgetrokken. Hierdoor hebben wij dan:

Berekende ware afstand =	57°55′14″
Verbetering voor de afplatting =	3″,7
Verbeterde afstand =	57°55′10″,3

zooals door de naauwkeurige oplossing regtstreeks is gevonden.

Met behulp van het logarithmen-verschil, komt de bewerking aldus te staan:

$H =$	18°47′42″			
$h =$	6°19′28″			
$A =$	57°48′13″			
$\Sigma =$	41°27′42″	. . . . . cos = 9,874713		
$\Sigma - A =$	— 16°20′31″	. . . . . „ = 9,982090		
$H' =$	19°41′23″	log.-versch. = 9,997743	(Tafel XXX)	
$h' =$	6°11′31″	som = 9,854546		
$H' + h' =$	25°52′54″	½ som = 9,927273		
$\frac{1}{2}(H' + h') =$	12°56′27″	. . . . . sec = 0,011173	cos = 9,988827	
		sin ψ' = 9,938446		
		ψ' = 60°12′36″	cos = 9,696201	
			sin ½ A' = 9,685028	
			½ A' = 28°57′37″	
			Ware afstand = 57°55′14″.	

In Tafel XXX vinden wij namelijk:

Voor 18°40′ ☾ schijnb. hoogte en 59′ 0″ verschilz. . .	log.-versch. =		9,997800
„ 7′,7 „ „	evenr. deelen =	—	16
„ . . . . 40″ „ . . „	„ =	—	28
„ 6°19′ ☉ schijnb. hoogte . . . . „	„ =	—	13
	Gevraagd logarithmen-verschil =		9,997743.

Oplossing volgens KRAFFT. (form. VI.)

Zoeken wij eerst de waarde van den hulphoek P.

In Tafel XXXI vinden wij:

Voor 18°40′ ☾ schijnb. hoogte en 59′ 0″ verschilz. . .			hoek $P =$	60°10′ 1″
„ 7′,7 „ „			evenr. deelen $=$	$+$ 4″
„ . . . . 40″			„ „ „ $=$	$+$ 8″
„ 6°19′ ☉ schijnb. hoogte . . . . „			„ $=$	$+$ 4″
			Hoek $P =$	60°10′17″.

$H' =$	19°41′23″		
$h' =$	6 11′31″		
$H' - h' =$	13°29′52″	. . . . sin vers. $=$	0,027621
$A =$	57°48′13″		
$P =$	60°10′17″		
$A - P =$	$-$ 2°22′ 4″	. . . . „ $=$	0,000854
$A + P =$	117°58′30″	. . . . „ $=$	1,469086
$H =$	18°47′42″	. . . . som $=$	1,497561
$h =$	6°19′28″		
$H - h =$	12°28′14″		
$P =$	60°10′17″		
$H - h - P =$	$-$ 47°42′ 3″ sin vers. $=$ 0,326998		
$H - h + P =$	72°38′31″ „ $=$ 0,701658		
	Som $=$ 1,028656	. . . . $=$	1,028656
		sin vers. $A' =$	0,468905
		Ware afstand $A' =$	57°55′14″.

3°. Oplossing, in de vooronderstelling, dat de straalbuiging de hemellichten verplaatst volgens groote cirkels, die door het geocentrische zenith gaan.

Zij T, fig. 211, het geographische en T' het geocentrische zenith van de waarnemingsplaats, M de schijnbare plaats van de maan en S die van het andere hemellicht, dan kunnen wij, om de oplossing te vereenvoudigen, de straalbuiging laten werken volgens de vertikaal-cirkels, die door T' gaan, en door de straalbuiging en het verschilzigt voor elk hemellicht in rekening te brengen, ons de ware plaatsen in M' en S' denken.

Noemen wij:

$90° - T'M$ of de schijnbare hoogte der maan ten opzigte van het geocentrische toppunt. H_0

$90° - T'M'$ „ de ware hoogte der maan ten opzigte van dat toppunt . . . H'_0

$90° - T'S$ „ de schijnbare hoogte van het andere hemellicht ten opzigte van het geocentrische toppunt . . . . h_0

$90° - T'S'$ „ de ware hoogte van het andere hemellicht ten opzigte van dat toppunt . . . . h'_0

SM „ den schijnbaren afstand. . . . . A_0

$S'M'$ „ den waren afstand. . . . . A'_0

dan vinden wij, door eene soortgelijke herleiding als de vroegere:

$$\sin \tfrac{1}{2} A'_0 = \cos \tfrac{1}{2} (H'_0 + h'_0) \cos \psi_0$$

$$\text{(VIII)}. \quad . \quad \sin \psi_0 = \frac{1}{\cos \tfrac{1}{2} (H'_0 + h'_0)} \sqrt{\left\{ \cos \Sigma \cos (\Sigma - A_0) \frac{\cos H'_0 \cos h'_0}{\cos H_0 \cos h_0} \right\}}$$

$$\Sigma = \tfrac{1}{2} (H_0 + h_0 + A_0)$$

of

$$\text{(IX)} .. \sin \text{vers.} A'_0 = \sin \text{vers.} (H'_0 - h'_0) + \sin \text{vers.} (A_0 + P) + \sin \text{vers.} (A_0 - P) - \\ - \sin \text{vers.} (H_0 - h_0 + P) - \sin \text{vers.} (H_0 - h_0 - P)$$

door welke formulen A'_0 of de ware afstand, met eene voor de praktijk allezins voldoende naauwkeurigheid, gevonden wordt.

Inzonderheid verdient deze manier de voorkeur boven de vorige, als men de hoogten der hemellichten moet berekenen, zooals wij later zien zullen.

Passen wij deze methode toe op het vraagstuk van bladz. 279, II$_e$ Deel, dan is de bewerking als volgt:

Gemeten ☉ hoogte = 6° 7′36″	Gemeten ☾ hoogte = 18°35′26″
Kimd. = 4′ 6″	Kimd. = 4′ 6″
Schijnb. ☉ hoogte = 6° 3′30″	Schijnb. ☾ hoogte = 18°31′20″
„ ½ midd. = 15′58″	„ ½ midd. = 16′22″
Schijnb. ⊖ hoogte = 6°19′28″	Schijnb. ☾ hoogte = 18°47′42″
Verb. voor afplatting = + 9′ 2″	Verb. voor afplatting = + 10′15″
Schijnb. ⊖ geoc. hoogte = 6°28′30″ = h_0	Schijnb. ☾ geoc. hoogte = 18°57′57″ = H_0
Straalb. — verschilz. = 7′47″	Tafel XX = 53′38″
Ware ⊖ geoc. hoogte = 6°20′43″ = h'_0	Ware ☾ geoc. hoogte = 19°51′35″ = H'_0.

Volgens BORDA:

H_0 = 18°57′57″	sec = 0,024241	
h_0 = 6°28′30″	„ = 0,002779	
A_0 = 57°48′13″		
Σ = 41°37′20″	cos = 9,873635	
$\Sigma - A_0$ = 16°10′53″	„ = 9,982445	
H_0' = 19°51′35″	„ = 9,973371	
h_0' = 6°20′43″	„ = 9,997331	
$(H_0' + h_0')$ = 26°12′18″	½ som = 9,926901	
½ $(H_0' + h_0')$ = 13° 6′ 9″	sec = 0,011456	cos = 9,988544
	sin ψ_0 = 9,938357	
	ψ_0 = 60°11′22″	cos = 9,696473
		sin ½ A'_0 = 9,685017
		½ A'_0 = 28°57′34″
		A'_0 = 57°55′ 8″.

Onderzoek aangaande de fout, die volgens de laatste methode in den waren afstand wordt begaan.

Zij, in fig. 212, T het geographische, T' het geocentrische toppunt, M de schijnbare en M' de voor straalbuiging verbeterde plaats der maan, en zijn S en S' de overeenkomstige standen van het andere hemellicht, dan stelt $S'M'$ den voor straalbuiging verbeterden afstand voor.

Neemt men nu $SS'' = SS'$ en $MM'' = MM'$, dan is $S''M''$ de voor straalbuiging verbeterde afstand, volgens de vooronderstelling, die bij de

laatste oplossingswijze is aangenomen. Laat men uit M' de loodlijn $M'a$ op $M''S'$ vallen en neemt men $M'b = S''a$, dan is

$$M'S' = S''M'' - a\,M'' + S'b$$

als de beide hemellichten zich aan denzelfden kant van den meridiaan bevinden.

Vereenigen wij M' met M'' en S' met S'', dan verkrijgen wij de driehoekjes $M'aM''$ en SbS'', die wij als plat kunnen beschouwen. In den driehoek $M'aM''$ is

$$\begin{aligned} a\,M'' &= M'M'' \sin a\,M'M'' \\ &= -\,M'M'' \cos S'M'M'' \end{aligned}$$

als men hoek $S'M'a = 90°$ stelt.

In den gelijkbeenigen driehoek $MM'M''$ is

$$M'M'' = 2\,M'M \sin \tfrac{1}{2}\,M'MM''$$

en dus

$$\begin{aligned} a\,M'' &= -\,2\,M'M \cos S'M'M'' \sin \tfrac{1}{2}\,M'MM'' \\ \text{(A)} \quad \ldots\ldots \quad ,, &= -\,2\,R \cos M' \sin \tfrac{1}{2}\,M \end{aligned}$$

als wij de refractie van de maan R noemen.

Op gelijksoortige wijze vindt men uit den driehoek $S'bS''$, dien wij als regthoekig in b mogen aanmerken:

$$\begin{aligned} S'b &= 2\,SS' \cos b\,S'S'' \sin \tfrac{1}{2}\,S'SS'' \\ \text{(B)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad ,, &= 2\,r \cos S' \sin \tfrac{1}{2}\,S \end{aligned}$$

als r de refractie van het andere hemellicht beteekent.

De fout, die alzoo volgens de laatste methode in den waren afstand kan ontstaan, door de refractiën te rekenen langs de vertikalen, die door het geocentrische toppunt gaan, kan gelijk zijn aan de som of het verschil der waarden $a\,M''$ en $S'b$ en zal blijkens de vergelijkingen (A) en (B) de grootste waarde hebben, als R en r groot, de hoeken S' en M' beide 180° of 0° en de hoeken S en M 180° zijn. Klaarblijkelijk kunnen deze omstandigheden zich niet gelijktijdig voordoen. Zoo kunnen S en M alleen dan 180° worden, als de beide hemellichten in den meridiaan staan tusschen de twee toppunten; doch deze omstandigheid is voor de Lengtebepaling door afstanden eene ongerijmdheid. Worden de hoogten tamelijk groot, dan nemen de refractiën R en r sterk af, en de grootste fout zal dus dan ontstaan, als de hoogten ongeveer nul, de hoeken S' en M' ongeveer nul of 180°, en bovendien de hoeken S en M groot zijn.

Nu zijn de hoeken S en M het grootst, als de hemellichten in den eersten vertikaal staan en de Breedte 45° bedraagt. Stelt men in dit geval de hoogten gelijk nul, dan is hoek $S =$ hoek $M = (\varphi - \varphi')$, en dewijl $(\varphi - \varphi')$ op 45° Breedte $= 11'30''$ is, en M' en S' ongeveer 180° of

0° kunnen gedacht worden, zoo zal de grootste fout, door $a M'' + S' b$ voorgesteld, niet meer dan 14″,1 bedragen. Wij hebben namelijk:

$$a M'' + S' b = 4 R \sin \tfrac{1}{4}\, 11'30''$$

en dewijl R voor 0° hoogte = 35′14″ is:

$$\begin{array}{rr} R = 35'14'' = 2114'' \;.\;.\; \log = & 3{,}325105 \\ \tfrac{1}{4}\, 11'30'' = 5'45'' \;.\;.\; \sin = & 7{,}223394 \\ 4 \;.\;.\;.\;.\; \log = & 0{,}602060 \\ \hline \log \text{fout} = & 1{,}150559 \\ \text{fout} = & 14'',1. \end{array}$$

Worden de hoogten grooter, dan neemt deze fout snel af. Zoo vindt men bij 10° hoogte, onder overigens dezelfde omstandigheden:

$$\begin{array}{rr} R = 5'19'' = 319'' \;.\;.\; \log = & 2{,}503791 \\ \tfrac{1}{4}\, 11'30'' = 5'45'' \;.\;.\; \sin = & 7{,}223394 \\ 4 \quad \log = & 0{,}602060 \\ \hline \log \text{fout} = & 0{,}329245 \\ \text{fout} = & 2'',1. \end{array}$$

en men zal dus mogen aannemen, dat de fout, die in den waren afstand, naar de gevolgde methode, door eene minder juiste toepassing der refractie ontstaat, over het algemeen niet in aanmerking behoeft te komen, dewijl zeer kleine hoogten, wegens de onzekerheid der refractie, vermeden worden.

b. BEPALING VAN DEN TIJD TE GREENWICH, MET BEHULP VAN DEN WAREN AFSTAND.

1°. Door gewone interpolatie.

Neemt men aan dat de afstand evenredig met den tijd verandert, dan zal men, om den tijd te Greenwich te vinden, die met den berekenden waren afstand overeenkomt, hebben na te gaan, tusschen welke in den almanak opgegeven tijdstippen die afstand valt, en vervolgens door eene gewone evenredigheid hebben te bepalen de hoeveelheid, die op een dier tijdstippen moet worden toegepast, om het juiste oogenblik te vinden.

Laat b. v. de ware afstand van de middelpunten van zon en maan den 21sten Maart 18.. zijn bevonden 114°50′23″, dan vinden wij in den almanak van dat jaar, den 21sten Maart:

te VI^u middelb. tijd Greenw. afstand = 114°17′22″
„ IX^u „ „ „ „ = 115°51′ 3″

en de tijd, die met den gegeven afstand overeenkomt, zal later dan 6^u, doch vroeger dan 9^u zijn.

Nu verandert de afstand 115°51′3″ — 114°17′22″ = 1°33′41″ in 3^u

terwijl het verschil tusschen den gevonden afstand en dien te VI^u $114\,50'23'' - 114°17'22'' = 0°33'1''$ bedraagt. De hoeveelheid x, waarmede het tijdstip VI^u moet vermeerderd worden, zal dus worden gevonden door de evenredigheid:

$$1°33'41'' : 0°33'1'' = 3^u : x$$

waaruit, met behulp van de proportionaal-logarithmen:

$$\begin{aligned} 0°33'\,1''\ \text{prop. log} &= 0{,}7365 \\ 1°33'41''\ \ „\ \ \ „ &= 0{,}2836 \\ \hline \text{prop. log}\, x &= 0{,}4529 \\ x &= 1^u 3'26'' \\ VI^u &= 6^u \\ \hline \text{Gevraagde tijd Greenw.} = VI^u + x &= 7^u 3'26''. \end{aligned}$$

2°. Interpolatie met inachtneming der 2de verschillen.

Vestigt men het oog op de verandering, die de afstanden in den almanak ondergaan, dan zal men opmerken, dat de vooronderstelling, als of de genoemde verandering evenredig is met den tijd, over het algemeen niet doorgaat, zoodat men de 2de verschillen in aanmerking moet nemen, als men met naauwkeurigheid te werk wil gaan.

Hernemen wij daartoe de interpolatie-formule van bladz. 301, Ie Deel:

$$Q = A + \frac{n P_1}{R} - \frac{n(R-n)}{2R^2} D$$

dan is, met toepassing op het onderhavige geval,

Q de gegeven afstand
A de afstand uit den almanak voor het tijdstip T
P_1 het 1e verschil
D het 2e „

en bijgevolg $(T+n)$ de gevraagde tijd te Greenwich, die met den afstand Q overeenkomt, zoodat wij n moeten zoeken.

Schrijven wij daartoe de formule onder den vorm:

$$\text{(C)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad n = \frac{Q-A}{P_1} R + \frac{n(R-n)}{2R} \cdot \frac{D}{P_1}$$

dan merken wij op, dat de term $\dfrac{Q-A}{P_1} R = \dfrac{Q-A}{P_1} 3^u$ niet anders is dan de grootheid x, die wij, door op de gewone wijze te interpoleren, volgens de vorige manier zouden gevonden hebben, en dat dus deze meer naauwkeurige manier neerkomt op het zoeken van eene verbetering voor de grootheid x.

De eenvoudigste manier daartoe is, dat men in den tweeden term

$\frac{n(R-n)}{2R} \cdot \frac{D}{P_1}$, voor n de waarde van x schrijft en daarmede dien term berekent. Voegt men dan de daardoor verkregen waarde met haar teeken bij x, dan zal men eene benaderde waarde voor n vinden, die als voldoend naauwkeurig kan worden aangemerkt.

Omtrent het teeken van de verbetering valt op te merken, dat het positief is, als D en P_1 gelijke teekens hebben, doch negatief, als de teekens dier grootheden verschillen.

Ten einde de berekening met proportionaal-logarithmen te volbrengen, stellen wij in formule (C) den term $\frac{Q-A}{P_1} R = x$ en substitueren, in den tweeden term, x in de plaats van n. Noemen wij dien term y, dan is

$$y = \frac{x(3^u - x)}{2.\,3^u} \cdot \frac{D}{P_1}$$

en dus

$$\frac{3^u}{y} = \frac{3^u}{\frac{x(3^u - x).\,D}{2.\,3^u \quad P_1}} = \frac{3^u.3^u.P_1}{x(3^u - x)\frac{D}{2}}$$

$$\frac{3^u}{y} = \frac{3^u}{x} \cdot \frac{3^u}{(3^u - x)} \cdot \frac{3^u}{\frac{1}{2}D} : \frac{3^u}{P_1}$$

waaruit:

$$\text{prop. log}\, y = \text{prop. log}\, x + \text{prop. log}\,(3^u - x) + \text{prop. log}\, \tfrac{1}{2}D - \text{prop. log}\, P_1.$$

Voorbeeld. Den 27sten Mei 18.. wordt de ware afstand tusschen de maan en Antares bevonden 44°20′16″. Men vraagt den middelbaren tijd te Greenwich, welke met dien afstand overeenkomt.

Men vindt in den almanak:

			P_1	D
27 Mei te	0^u Greenw. afstand =	41°50′ 2″		
			+ 1°42′14″	
	III^u „	43°32′16″		— 25″
			+ 1°41′49″	
	VI^u „	45°14′ 5″		— 25″
			+ 1°41′24″	
	IX^u „	46°55′29″		

Zoeken wij eerst de waarde van x. Hiertoe merken wij op, dat de gegeven afstand valt tusschen 43°32′16″ en 45°14′5″. Het verschil van den afstand te $III^u + x$ met dien te III^u bedraagt 0°48′0″, en wij hebben dus de evenredigheid:

$$1°41'49'' : 0°48'0'' = 3^u : x$$

prop. log 0°48′ 0″ = 0,5740
„ „ 1°41′49″ = 0,2475
prop. log x = 0,3265
$x = 1^u24'53''$.

Om y te vinden, hebben wij:

$$x = 1^u 24'53'' \text{ prop. log} = 0{,}3265$$
$$3^u - x = 1^u 35'\ 7'' \quad ,, \quad = 0{,}2770$$
$$\tfrac{1}{3} D = 0^u\ 0'12'',5 \quad ,, \quad = 2{,}9368 \ (-)$$
$$\text{Som} = 3{,}5403$$
$$P_3 = 1^u 41'49'' \text{ prop. log} = 0{,}2475 \ (+)$$
$$\text{prop. log}\, y = 3{,}2928$$
$$y = 0'5'',5 \ (-)$$

Benaderde tijd te Greenw. $= \text{III}^u + x = 4^u 24'53''$
$y = \quad - \quad 5'',5$
Verbeterde tijd te Greenw. $= 4^u 24'47'',5$.

C. BEPALING VAN DEN TIJD AAN BOORD VOOR HET OOGENBLIK VAN DEN AFSTAND.

De middelbare tijd aan boord, op het oogenblik van de afstandswaarneming, behoort met alle naauwkeurigheid bekend te zijn, als men, met behulp van de laatstgenoemde, de volstrekte Lengte van het schip wil bepalen. De kennis daarvan wordt insgelijks vereischt, als men de hoogten der waargenomen hemellichten moet berekenen, zooals somwijlen voorkomt. Beschouwen wij de verschillende gevallen, die zich hierbij kunnen voordoen, eenigzins nader:

1°. Denken wij ons den afstand tusschen de zon en de maan, waargenomen op een tijdstip, waarop de omstandigheid voor de tijdsbepaling door de zon gunstig is, dan neme men kort voor of na de waarneming van den afstand eenige zonshoogten en berekene daaruit, op de bekende wijze, den tijd aan boord. Is dan zoowel bij de waarneming der hoogten, als bij die van den afstand, de aanwijzing van denzelfden tijdmeter opgeteekend, dan heeft men slechts het tijdsverloop tusschen de beide aanwijzingen op den gevonden middelbaren tijd toe te passen, om den gevraagden tijd voor den afstand te verkrijgen. Deze manier verdient de voorkeur boven die, waarbij de tijd aan boord uit de zonshoogte wordt berekend, die gelijktijdig met den afstand is waargenomen.

2°. Is het oogenblik van de afstandswaarneming ongunstig voor de tijdsbepaling met behulp van de zonshoogte, doch bestaat er gelegenheid om de hoogte van eene planeet of eene vaste ster met juistheid te meten, dan berekene men daarmede den tijd aan boord en herleide dien, onder het in acht nemen van het genoemde tijdsverloop, dat slechts weinige minuten mag bedragen, tot het oogenblik van den afstand.

3°. Bestaat er geene gelegenheid om den tijd aan boord naar de opgegeven manieren te bepalen, dan moet hij uit eene vroegere tijdsbepaling worden afgeleid. Men zie hierover hetgeen op bladz. 96, II[e] Deel, is voorgeschreven.

De Breedte, die men ter berekening van den tijd aan boord in de beide eerste gevallen noodig heeft, zal bij gissing volgens het bestek bekend zijn, en het is dus zaak, den daarmede berekenden uurhoek te verbeteren, als men, door eene latere waarneming, de misgissing in Breedte voor dat oogenblik bepaald heeft.

De declinatie, waarvan men voor de berekening van den uurhoek gebruik maakt, wordt gevonden met behulp van den tijd te Greenwich, dien men uit den afstand heeft berekend.

Ofschoon de oplossing omslagtig is, kan tot bepaling van den tijd en de Breedte, wanneer zoowel de afstand als de beide hoogten naauwkeurig gemeten zijn, gebruik gemaakt worden van de methode, die wij op bladz. 136, IIe Deel, hebben leeren kennen, waarbij namelijk de tijd en de Breedte uit twee gelijktijdig waargenomen hemellichten gevonden worden. Men zoekt dan eerst den waren afstand der hemellichten, en met behulp daarvan den tijd te Greenwich. Met dien middelbaren tijd bepaalt men vervolgens de declinatiën der beide hemellichten benevens hun verschil in regte-opklimming, en berekent verder de Breedte en den tijd aan boord, zoo als bij de behandeling dier methode is voorgeschreven. Klaarblijkelijk is de boog van den grooten cirkel, dien wij aldaar *a* noemden, niet anders dan de ware afstand der waargenomen hemellichten, en aan de waarde van dien boog zal men dus den herleiden afstand eenigermate kunnen toetsen.

Onder de voorbeelden, die wij later tot opheldering van de volledige berekening der Lengtebepaling door maansafstanden geven, zal men er een van de laatstgenoemde methode aantreffen.

d. BEPALING VAN DE LENGTE MET BEHULP VAN DEN WAREN AFSTAND EN DEN MIDDELBAREN TIJD AAN BOORD.

Heeft men naar eene der opgegeven manieren den tijd te Greenwich uit den waren afstand, benevens den middelbaren tijd aan boord bepaald, dan is het verschil dier tijden de Lengte in tijd uitgedrukt, die op de gebruikelijke wijze tot boog gebragt, Oostelijk is, als de tijd aan boord grooter, doch Westelijk, als hij kleiner is, dan de tijd te Greenwich. De Lengte, die men vindt, geldt voor de plaats, alwaar de afstand is waargenomen, indien de waarnemingen van den tijd en den afstand elkander onmiddellijk opgevolgd hebben, of ook, indien bij eenig tijdsverloop tusschenbeide de Lengteverandering van het schip daarvoor in rekening is gebragt.

Laat men echter de verandering in Lengte, in het tijdsverloop tusschen de bedoelde waarnemingen, buiten rekening, dan verkrijgt men de Lengte voor het punt op aarde, alwaar de tijdsbepaling is geschied.

Voorbeelden.

Bevonden middelb. tijd te Greenw. door afstand $= 2^u\ 7'40''$
Bevonden middelb. tijd aan boord $= 6^u\ 5'10''$
O. Lengte in tijd $= 3^u57'30''$
O. Lengte in boog $= 59^\circ22'30''$.

Bevonden middelb. tijd te Greenw. door afstand $= 13^u10'40''$
Bevonden middelb. tijd aan boord $= 8^u\ 6'20''$
W. Lengte in tijd $= 5^u\ 4'20''$
W. Lengte in boog $= 76^\circ\ 5'\ 0''$.

Voorbeeld. Op zekeren dag is bevonden:

Aanw. tijdmeter $= 5^u\ 7'\ 6''$ . . . Tijd Greenw. door afstand $= 7^u4'40''$
„ „ $= 7^u15'40''$ . . . . Tijd aan boord $= 3^u2'10''$.

Indien men tusschen de waarneming van den afstand en de tijdsbepaling 10′ in tijd om de West is veranderd, vraagt men de Lengte van de plaatsen op aarde, alwaar die waarnemingen zijn verrigt:

2^e Aanw. tijdmeter $= 7^u15'40''$
1^e „ „ $= 5^u\ 7'\ 6''$
Tijdsverloop $= 2^u\ 8'34''$
Tijd Greenw. door afstand $= 7^u\ 4'40''$
Tijd Greenw. bij de tijdsbepaling $= 9^u13'14''$
Tijd aan boord $= 3^u\ 2'10''$
W. Lengte in tijd 2^e waarnemingsplaats $= 6^u11'\ 4''$
W. Lengte „ $= 92^\circ46'\ 0''$.

Tijdsverloop $= 2^u\ 8'34''$
Verand. West $= 10'\ 0''$
Herleid tijdsverloop $= 1^u58'34''$
Tijd aan boord 2^e waarnemingsplaats $= 3^u\ 2'10''$
Tijd aan boord tijdens den afstand $= 1^u\ 3'36''$
Tijd Greenw. tijdens den afstand $= 7^u\ 4'40''$
W. Lengte in tijd 1^e waarnemingsplaats $= 6^u\ 1'\ 4''$
W. Lengte „ $= 90^\circ16'\ 0''$.

e. DE BEREKENING DER HOOGTEN.

Zeer dikwijls komt het voor, dat men, bij de waarneming van den afstand, eene der hoogten of wel beide niet heeft kunnen meten; of zoo dit al mogelijk was, dat men, de gelijktijdige waarneming van de hoogten en den afstand minder naauwkeurig achtende, aan de berekening der hoogte de voorkeur geeft.

De formulen, die wij daartoe noodig hebben, laten zich uit den parallaktischen driehoek *TPS*, fig. 213, gemakkelijk afleiden.

Is namelijk b de Breedte des waarnemers en d de declinatie van

het hemellicht, waarvan men de hoogte h vraagt, dan kunnen wij in dien driehoek bekend stellen:

$$TP = 90^\circ - b$$
$$\text{hoek } P = \text{den uurhoek van het hemellicht}$$
$$PS = 90^\circ \mp d$$

De grondformule van de bolvormige trigonometrie geeft ons:

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d.$$

Schrijven wij hierin voor $\cos d$, $\sin d \operatorname{cotg} d$, dan komt:

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos P \operatorname{cotg} d \sin d \cos b.$$

Stellen wij

(D) . . . . $\cos P \operatorname{cotg} d = \operatorname{tang} \varphi$

dan wordt

$$\sin h = \sin d (\sin b + \operatorname{tang} \varphi \cos b)$$
$$= \frac{\sin d}{\cos \varphi} (\sin b \cos \varphi + \sin \varphi \cos b)$$

(E) . . . . $= \frac{\sin d}{\cos \varphi} \sin (b + \varphi)$

door welke formule h gevonden kan worden, als P, b en d gegeven zijn.

Eene andere formule om h te berekenen, door sommigen meer verkieslijk geacht, vinden wij op de volgende wijze. Nemen wij de grondformule:

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d$$

en schrijven wij voor $\cos P$, $1 - \sin \text{vers.}\, P$, dan komt na substitutie:

$$\sin h = \sin b \sin d + \cos b \cos d - \sin \text{vers.}\, P \cos b \cos d$$

(F) . . . . $= \cos (b - d) - \sin \text{vers.}\, P \cos b \cos d$

welke formule, met behulp van de natuurlijke sinussen en cosinussen en van Tafel XXIX C, gemakkelijk berekend wordt.

Bij de oplossing van de formulen (D) en (E) moet worden acht gegeven op de teekens. Men vangt de berekening aan, onder het aannemen van een bepaald teeken voor N o o r d, waardoor dan Z u i d het tegenovergestelde teeken krijgt. Voorts let men op het teeken van $\cos P$ en op dat van $\operatorname{tang} \varphi$. Sin h moet het positieve teeken hebben, zal de hoogte bestaanbaar zijn.

Bij de berekening van de formule (F) heeft men slechts in het oog te houden, dat het verschil van b en d genomen moet worden, als Breedte en declinatie gelijknamig zijn; in het omgekeerde geval neme men de som dier grootheden.

Omtrent de grootheden, die men in de berekening noodig heeft, valt op te merken:

1°. dat de uurhoek van het hemellicht, waarvan de hoogte berekend

moet worden, afgeleid wordt uit den middelbaren tijd aan boord voor het oogenblik van de afstandswaarneming. Is die tijd, volgens de voorschriften op bladz. 296, IIe Deel, voor dat oogenblik bepaald, dan wordt hij verder met behulp van de tijdvereffening tot waren tijd aan boord herleid, als men den uurhoek van de zon wil kennen. Is het des voormiddags, dan trekke men den waren tijd van 12^u af, om den Oostelijken uurhoek te verkrijgen; is het daarentegen des namiddags, dan is de bedoelde tijd onmiddellijk de Westelijke uurhoek der zon, die ter berekening van de zonshoogte in het schema gebezigd wordt.

Moet de hoogte van een ander hemellicht dan de zon berekend worden, dan zoeke men op de bekende wijze den uurhoek van het hemellicht, met behulp van zijne regte-opklimming en die van den meridiaan, welke laatstgenoemde door middel van den als bekend aangenomen middelbaren tijd aan boord gevonden wordt. Vindt men alsdan den uurhoek van het hemellicht, die zooals vroeger is aangetoond altijd Westelijk is, grooter dan 12^u, dan trekke men hem van 24^u af en bezige bijgevolg den Oostelijken uurhoek, omdat dezelfde hoogte, zoowel bij den eenen als bij den anderen uurhoek, in bovengemelden zin genomen, behoort.

2°. De Breedte, die men in het vraagstuk gebruikt, wordt op de bekende wijze, met behulp van de koers- en verheidsrekening uit de laatstvoorgaande Breedtebepaling afgeleid. Uit den aard der zaak vindt men door de berekening der formulen de geographische hoogte, als in het schema de geographische Breedte gebezigd is; doch de geocentrische hoogte, als de Breedte van dien naam is gebruikt. Heeft men dus de hoogten voor de afstandsherleiding te berekenen, dan is het raadzaam de geographische Breedte eerst tot de geocentrische te herleiden en daarmede de berekening der hoogten te volbrengen, ten einde het vraagstuk verder volgens form. (VIII) of (IX) op te lossen. De wijze, waarop uit eene berekende ware hoogte de schijnbare wordt afgeleid, hebben wij op bladz. 38 van het IIe Deel leeren kennen.

3°. De declinatie wordt met behulp van den tijd te Greenwich, die uit de aanwijzing van den tijdmeter kan worden afgeleid, op de gebruikelijke wijze in den almanak gezocht.

Voorbeeld. Den 4den Mei 18.., op 30°20′ Z. Breedte (geographische) en 22°10′ W. Lengte, vraagt men des morgens te $9^u50'7''$ middelbaren tijd aan boord, de ware geocentrische hoogte van de zon.

In den almanak vindt men:

4 Mei te 0^u Greenw. ☉ N. declin. = 15°54′ 5″,4 in 1^u verand. = + 44″,24
„ „ „ Tijdvereff. = 3′20″,70 „ „ = + 0″,280
(Bijtellen bij den middelb. tijd).

W. Lengte = 22°10′
in tijd = $1^u 28'40''$
3 Mei middelb. tijd a/b = $21^u 50'\ 7''$
3 Mei middelb. tijd Greenw. = $23^u 18'47''$
4 „ „ „ „ = − $0^u 41'13''$
= − $0^u,686$

te 0^u ⊙ N. declin. = 15°54′ 5″,4
in $0^u 41'$ verand. = 30″,8
⊙ N. declin. = 15°53′34″,6

te 0^u Tijdvereff. = 3′20″,7
in $0^u 41'$ verand. = 0″,2
Tijdvereff. = 3′20″,5

Middelb. tijd aan boord = $9^u 50'\ 7''$
Tijdvereff. = 3′20″,5
Ware tijd aan boord = $9^u 53'27'',5$
Oostelijke uurh. ⊙ = $2^u\ 6'32'',5 = P$.

Geographische Breedte = 30°20′
Verb. bladz. 10, I^e Deel = 10′ 1″
Geocentrische Breedte = 30° 9′59″

Berekening van h volgens de formulen (D) en (E).

Men stelle Noord (+).

$P = 2^u\ 6'32'',5$ cos = 9,930136 (+)
$d = 15°53'35''$ cotg = 0,545572 (+) sin = 9,437501 (+)
tang φ = 0,475708 (+)
$\varphi = +\ 71°30'33''$ sec = 0,498731 (+)
$b = -\ 30°\ 9'59''$
$b + \varphi = +\ 41°20'34''$ sin = 9,819914 (+)
sin h = 9,756146 (+)
Ware geocentrische hoogte = h = 34°46′30″.

Had men Zuid (+) gesteld, dan zoude de bewerking aldus komen te staan:

$P = 2^u\ 6'32'',5$ cos = 9,930136
$d = 15°53'35''$ cotg = 0,545572 (—) sin = 9,437501 (−)
tang φ = 0,475708 (—)
$\varphi = -\ 71°30'33''$ sec = 0,498731 (+)
$b = +\ 30°\ 9'59''$
$b + \varphi = -\ 41°20'34''$ sin = 9,819914 (−)
sin h = 9,756146 (+)
Ware geocentrische hoogte = h = 34°46′30″.

Berekening van h volgens formule (F).

$P = 2^u\ 6'32'',5$ . . . . log sin vers. = 9,17201—10
b = 30° 9′59″ (—) . . . . „ cos = 9,93680—10
d = 15°53′35″ (+) . . . . „ „ = 9,98307—10
$b - d$ = 46° 3′34″ nat. cos = 0,69391
getal = 0,12356 . . . . log = 9,09188—10
nat. sin h = 0,57035
h = 34°46′29″.

Voorbeeld. Den 8sten Junij 18.. op 40°10′ N. Breedte en 18°30′ O. Lengte, vraagt men, des morgens te $10^u 6'40''$ middelbaren tijd aan boord, de ware hoogte van de zon.

In den almanak vindt men:

8 Junij te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 22°50′ 4″1, in 1^u verand. = + 10″,93
„ „ „ Tijdvereff. = 1′22″,13 „ „ = − 0″,502
(Bijtellen bij den middelb. tijd).

O. Lengte = 18°30′ 0″
in tijd = $1^u14'$ 0″
7 Junij middelb. tijd a/b = 22^u 6′40″
7 Junij middelb. tijd Greenw. = $20^u52'40''$
8 „ „ „ „ = − $3^u7'20''$

te 0_u ⊙ N. declin. = 22°50′ 4″1,
in $3^u7'$ verand. = 0′34″,1
⊙ N. declin. = 22°49′30″

te 0^u tijdvereff. = 1′22″,13
in $3^u7'$ verand. = 1″,57
Tijdvereff. = 1′23″,7.

Berekening van h volgens de formulen (D) en (E).

Men stelle Noord (+).

Middelb. tijd a/b = 10^u 6′40″
Tijdvereff. = 1′23″,7
Ware tijd a/b = 10^u 8′ 3″,7

P = $1^u51'56'',3$ cos = 9,945997 (+)
d = 22°49′30″ cotg = 0,375847 (+) sin = 9,588740 (+)
tang φ = 0,321844 (+)
φ = + 64°31′3″ sec = 0,366294 (+)
b = + 40°10′0″
$b + \varphi$ = 104°41′3″ sin = 9,985578 (+)
sin h = 9,940612
Ware hoogte = h = 60°42′51″.

Hadden wij Zuid (+) gesteld, dan zoude de bewerking geweest zijn als volgt:

P = $1^u51'56'',3$ cos = 9,945997 (+)
d = 22°49′30″ cotg = 0,375847 (—) sin = 9,588740 (—)
tang φ = 0,321844 (—)
φ = — 64°31′3″ sec = 0,366294 (+)
b = — 40°10′0″
$(b + \varphi)$ = — 104°41′3″ sin = 9,985578 (—)
sin h = 9,940612 (+)
h = 60°42′51″.

Berekening van h volgens formule (F).

P = $1^u51'56'',3$ . . . . log sin vers. = 9,06792—10
b = 40°10′ (+) . . . . „ cos = 9,88319—10
d = 22°49′30″ (+) . . . . „ „ = 9,96459—10
$b - d$ = 17°20′30″ nat. cos = 0,95454
getal = 0,08236 . . . . log = 8,91570—10
nat. sin h = 0,87218
h = 60°42′50″.

Voorbeeld. Den 6^{den} Maart 18.., op 10°40′ N. Breedte en 19°45′45″ W. Lengte, vraagt men, des avonds te 11^{u}40′57″ middelbaren tijd aan boord, de ware hoogte der maan.

In den almanak vindt men:

6 Maart te 0^u Greenw.	⊙ Æ. =	23^{u}6′25″,59	Tijdvereff. =	11′32″,26 (aftr.)
„ „ 12^u „	☾ Æ. =	12^{u}2′14″,45	☾ Z. declin. =	5°18′43″,1
„ „ 15^u „	„ =	12^{u}8′23″,70	in 10′ verand. =	+ 121″,3

W. Lengte = 19°45′45″
in tijd = 1^{u}19′ 3″
6 Maart middelb. tijd a/b = 11^{u}40′57″
6 Maart tijd Greenw. = 13^u 0′ 0″

te 12^u ☾ Z. declin. = 5°18′43″,1
in 1^u verand. = 12′ 7″,8
☾ Z. declin. = 5°30′51″

te 0^u ⊙ Æ. = 23^u 6′25″,59
Tijdvereff. = 11′32″,26
te 0^u middelb ⊙ Æ. = 22^{u}54′53″,33
in 13^u verand. = 2′ 8″,18
Middelb. ⊙ Æ. = 22^{u}57′ 1″,51
Middelb. tijd a/b = 11^{u}40′57″,0 = Westelijken ⊙ uurh.
Æ. meridiaan = 34^{u}37′58″,5
Æ. ☾ = 12^u 4′17″,5
Westelijke uurh. ☾ = 22^{u}33′41″
Oostelijke „ = 1^{u}26′19″ cos = 9,968442
☾ Z. declin. = 5°30′51″ cotg = 1,015299 (—) sin = 8,982686 (—)
tang φ = 0,983741 (—)
φ = — 84° 4′23″ sec = 0,986067 (+)
b = + 10°40′ 0″
$b + \varphi$ = — 73°24′23″ sin = 9,981527 (—)
sin h = 9,950280 (+)
Ware hoogte = h = 63°6′13″.

te 12^u ☾ Æ. = 12^{u}2′14″,45
in 1^u verand. = 2′ 3″,08
☾ Æ. = 12^{u}4′17″,53

Voorbeeld. Den 25sten Junij 18.., des namiddags te 4^{u}24′8″,3 middelbaren tijd, op 50°9′18″ N. Breedte en 5° gegiste W. Lengte, is de aanwijzing van een tijdmeter 2^{u}8′40″. De stand van dien tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich, te 0^u aldaar, was den 31sten Mei van hetzelfde jaar + 2^{u}39′30″, terwijl zijn dagelijksche gang — 8″,4 bedraagt.

Des avonds van den 25sten, naar aanwijzing van dien tijdmeter te 6^{u}20′30″, vraagt men de ware hoogten van de maan en van Venus, als het schip tusschen de beide aflezingen van den tijdmeter ZWtW met eene 8 mijls vaart per wacht gestuurd heeft.

In den almanak vindt men:

25 Junij te 0^u Greenw.	⊙ Æ. =	6^{u}14′43″,03	Tijdvereff. =	2′12″,13 (aftr.)
„ „ 9^u „	☾ Æ. =	13^{u}11′58″,63	☾ Z. declin. =	11°41′11″,3
„ „ 6^u „	„ =	13^u 5′34″,71	in 10′ verand. =	+ 106″,7
„ „ 0^u „	♀ Æ. =	9^{u}20′36″,98	♀ N. declin. =	17°26′ 8″,8
26 „ „ „ „	„ =	9^{u}24′52″,03	„ =	17° 3′47″,7.

1e aanwijzing tijdmeter = 2u 8'40"
31 Mei stand „ = 2u39'30" (+)
Benaderde tijd Greenw. = 4u48'10"
Verb. voor gang in 25d4u48' = 3'31",7 (—)
25 Junij middelb. tijd Greenw. = 4u44'38",3
25 Junij middelb. tijd a/b = 4u24' 8",3
W. Lengte in tijd = 0u20'30"
W. Lengte in boog = 5° 7'30"
Verand. W. = 43'25"
Bek. W.Lengte des avonds = 5°50'55"

1e aanw. tijdm. = 2u 8'40"
2e „ „ = 6u20'30"
Tijdsverloop = 4u11'50".

In 4u . . . verh. = 32'
„ 4u12' . „ = 33',6
In 5 streek geeft:
33',6 verh. 27,9 afw. en 18,6 △ b

Afgev. N. Breedte = 50° 9'18"
Verand. Z. = 18'36"
Bek. N. Breedte = 49°50'42"
Middelbreedte = 50° 0' 0".

Middelb. tijd a/b = 4u24' 8",3
1e aanwijz. tijdm. = 2u 8'40",0
Tijdmeter is na = 2u15'28",3
Versnelt in 4u12' = 1",5
Stand bij de 2e aanw. = 2u15'26",8 (+)
2e aanwijzing = 6u20'30"
Benaderde middelb. tijd aan boord = 8u35'56",8
Verand. West = 2'53",7
Verbeterde tijd a/b = 8u33' 3",1.

Op 50°0' middelbr. geeft:
27',9 afw. . . 43',41 verand. Lengte
dus in tijd:
Verand. West = 2'53",7.

W. Lengte = 5°50'55"
in tijd = 0u23'23"
25 Junij tijd a/b = 8u33' 3"
25 Junij tijd Greenw. = 8u56'26"

te 9u ☾ Æ. = 13u11'58",63 . . . te 9u ☾ Z. declin. = 11°41'11",3
in 3'34" verand. = 7",6 — in 3'34" verand. = 38",0
☾ Æ. = 13u11'51",0 — ☾ Z. declin. = 11°40'33"

te 0u ♀ Æ. = 9u20'36",98 . . . . te 0u ♀ N. declin. = 17°26' 8",8
in 8u56' verand. = 1'34",0 — in 8u56' verand. = 8'19",2
♀ Æ. = 9u22'10",98 — ♀ N. declin. = 17°17'49",6

te 0u ⊙ Æ. = 6u14'43",03
Tijdvereff. = 2'12",13
Middelb. ⊙ Æ. = 6u12'30",9
in 8u,94 verand. = 1'28",1
Middelb. ⊙ Æ. = 6u13'59",0
Middelb. tijd a/b = 8u33' 3",1
Æ. meridiaan = 14u47' 2",1 . . . . = 14u47' 2",1
Æ. ☾ = 13u11'51",0 . . . . . Æ. ♀ = 9u22'11",0
Uurhoek ☾ = 1u35'11",1 . . . Uurh. ♀ = 5u24'51",1.

Berekening van de maanshoogte.

☾ P = 1u35'11",1 cos = 9,961415 (+)
☾ Z. d = 11°40'33" cotg = 0,684764 (—) sin = 9,306156 (—)
tang φ = 0,646179 (—)
φ = — 77 16'24" sec = 0,656987 (+)
b = + 49°50'42"
$b + \varphi$ = — 27°25'42" sin = 9,663361 (—)
sin h = 9,626504
Ware ☾ hoogte = h = 25°2'3".

Berekening van de hoogte van Venus.

$$
\begin{array}{rll}
♀\ P = & 5^u 24'51'',1 & \cos = 9{,}184019 \\
♀\ \text{N.}\ d = & 17°17'50'' & \cot g = 0{,}506665\ (+) \quad \sin = 9{,}473236\ (+) \\
& & \tan g\ \varphi = 9{,}690684 \\
& \varphi = 26°\ 7'49''\ (+) & \sec = 0{,}046823\ (+) \\
& b = 49°50'42''\ (+) & \\
& b + \varphi = 75°58'31''\ (+) & \sin = 9{,}986858\ (+) \\
& & \sin h = 9{,}506917 \\
\end{array}
$$

Ware hoogte ♀ $= h = 18°44'31''$.

De invloed van eene fout in de gegevens op de berekende hoogte.

Niet onbelangrijk is het na te gaan, onder welke omstandigheden de berekende hoogte het meest vertrouwen zal verdienen, d. i. in welke gevallen de fouten in de gegevens den minsten invloed daarop zullen uitoefenen.

Volgens de algemeene formule, die de betrekking aanwijst tusschen de gelijktijdige veranderingen van de elementen des parallaktischen driehoeks:

$$\delta h = -\delta P \sin T \cos b + \delta b \cos T + \delta d \cos S$$

merken wij op, dat de fout in den uurhoek

1°. den grootsten invloed op de hoogte heeft, als $T = 90°$ is, of het hemellicht in den eersten vertikaal staat;

2°. den geringsten invloed daarop uitoefent, als $T = 0°$ of $= 180°$ is, hetgeen plaats heeft, als het hemellicht in den meridiaan staat;

3°. nimmer vergroot op de hoogte kan overgaan en alleen, in geval $b = 0$ en $T = 90°$ is, eene even groote fout in de hoogte veroorzaakt.

Daarentegen is de fout in de Breedte

1°. zonder invloed op de hoogte, als $T = 90°$ is;

2°. daarop van den grootsten invloed, als $T = 0$ of $= 180°$ is.

Ten slotte is de fout in de declinatie

1°. zonder invloed op de hoogte, als $S = 90°$ is;

2°. van grooten invloed op de hoogte, als $S = 0$ is, d. i. bij den doorgang van het hemellicht door den meridiaan.

Zooals men ontwaart, kan aan de eischen voor de gunstigste omstandigheid der hoogteberekening, wat al de elementen betreft, niet gelijktijdig worden voldaan. In het algemeen zal echter de meest geschikte gelegenheid daartoe zich voordoen, als het hemellicht tusschen den eersten vertikaal en den meridiaan staat.

f. VOORBEELDEN TOT OPHELDERING VAN HET BEHANDELDE.

Voorbeeld. Den 8sten Julij 18.., des voormiddags, op 52°32′25″

N. Breedte en 5° gegiste O. Lengte, naar aanwijzing van een tijdmeter te $5^u14'28'',5$, worden gelijktijdig waargenomen, met het oog 17 Rijnl. voet boven water:

☉ hoogte = 30°37′12″; ☾ hoogte = 44°57′46″; ☽☉ afst. = 85°30′0″.

Indien op dat oogenblik het azimuth van de zon N 92°31′ O, dat van de maan N 148°51′ W en de hoek, dien de schijnbare afstand met den vertikaal der maan maakt, 49° is, vraagt men den stand des tijdmeters tot den middelbaren tijd te Greenwich uit den afstand af te leiden, benevens de Lengte der waarnemingsplaats.

31 Mei van hetzelfde jaar, te 0^u Greenwich, was de stand van dien tijdmeter + $2^u1'8''$; dagelijksche gang — 7″,5.

In den almanak vindt men:

8 Julij te 0^u Greenw. ☉ N. declin. = 22°31′26″,4 in 1^u verand. = − 15″,77
„ „ „ „ Tijdvereff. = 4′39″,47 „ „ = + 0″,409 (aftr.)
7 Julij „ 12^u „ ☾ ½ midd. = 15′34″,7 ☾ e.h.verschilz. = 57′ 4″,4
8 „ „ 0^u „ „ „ = 15′28″,0 „ „ = 56′39″,9
7 „ „ XV^u „ ware afstand = 87°42′51″
„ „ XVIII^u „ „ = 86°12′22″ ☉ ½ midd. = 15′46″
„ „ XXI^u „ „ = 84°42′13″
„ „ XXIV^u „ „ = 83°12′24″

Voor de verbeteringen van de halve middellijn en het verschilzigt der maan, zoeken wij den tijd te Greenwich, met behulp van de aanwijzing des tijdmeters. Wij hebben dan:

8 Julij aanwijzing tijdmeter = $5^u14'28'',5$
Stand op den 31sten Mei = $2^u\ 1'\ 8'',0$ (+)
8 Julij benaderde tijd Greenw. = $7^u15'36'',5$
of, blijkens den gegisten „ „ = $19^u15'36'',5$ den 7den
Van 31 Mei tot 7 Julij te $19^u15',6$ . . . $37^d,8 \times -7'',5$ = − 4′43″,5
7 Julij tijd Greenw. = $19^u10'53''$ (volg. tijdmeter).

te 12^u ☾ ½ midd. = 15′34″,7
in $7^u10'$ verand. = 4″,0
☾ ware ½ midd. = 15′30″,7 . . . . ☾ ware ½ midd. = 15′30″,7
voor 44° hoogte = + 11″,0 (Tafel XVII) . . . . = + 11″,0
„ 44° „ = − 1″,0 („ XIX) . . . . voor 49° hell. = 0″
☾ schijnb.vertik. ½ m. = 15′41″ ☾ schijnb. hellende ½ m. = 15′42″

☉ ware ½ midd. = 15′46″ . . . . ☉ ware ½ midd. = 15′46″
voor 30° hoogte = − 1″ (Tafel XIX) . . . . voor 49° hell. = 0″
☉ schijnb. vertik. ½ m. = 15′45″ ☉ schijnb. hellende ½ m. = 15′46″

Gemeten afstand = 85°30′ 0″
☉ schijnb. hellende ½ midd. = 15′46″
☾ „ „ „ = 15′42″
Schijnb. afstand = 86° 1′28″

te 12^u ☾ e. h. verschilz. = 57′ 4″,4
in $7^u10'$ verand. = 14″,6
☾ e. h. verschilz. = 56′49″,8
voor 52° Breedte = 7″,1
☾ horiz. verschilz. = 56′42″,7

Gemeten $\underline{\odot}$ hoogte $= 30°37'12''$
Kimd. $= \quad 4'\ 6''$
Schijnb. $\underline{\odot}$ hoogte $= 30°33'\ 6''$
Schijnb. $\frac{1}{2}$ midd. $= \quad 15'45''$
Schijnb. ⊖ hoogte $= 30°48'51'' = h$
Straalb. — verschilz. $= \quad 1'30''$
Ware ⊖ hoogte $= 30°47'21'' = h'$

Gemeten $\overline{☾}$ hoogte $= 44°57'46''$
Kimd. $= \quad 4'\ 6''$
Schijnb. $\overline{☾}$ hoogte $= 44°53'40''$
Schijnb. $\frac{1}{2}$ midd. $= \quad 15'41''$
Schijnb. ☾ hoogte $= 44°37'59'' = H$
Tafel XX $= \quad 39'22''$
Ware ☾ hoogte $= 45°17'21'' = H'$

$H' = 45°17'21''$
$h' = 30°47'21''$
$H' - h' = 14°30'\ 0''$ . . . . sin vers. $= 0{,}031852$
$\Delta = 86°\ 1'28''$
$P = 60°21'58''$
$\Delta - P = 25°39'30''$ . . . . „ $= 0{,}098605$
$\Delta + P = 146°23'26''$ . . . . „ $= 1{,}832830$
Som $= 1{,}963287$

$H = 44°37'59''$
$h = 30°48'51''$
$H - h = 13°49'\ 8''$
$P = 60°21'58''$
$H - h - P = 46°32'50''$ sin vers. $= 0{,}312244$
$H - h + P = 74°11'\ 6''$ „ $= 0{,}727468$
Som $= 1{,}039712$ . . . $= 1{,}039712$
sin vers. $\Delta' = 0{,}923575$
Ware afstand $= \Delta' = 85°37'1''$.

Verbetering van den afstand voor de afplatting.

$\varphi - \varphi' = 11'7''$ . . . . $\frac{(\varphi - \varphi')}{60} = 11'',1$ . . . . log $= 1{,}045323$
Azimuth ☾ $= T = 148°51'$ . . . . sin $= 9{,}713831$
Verschil azimuth ⊙ en ☾ $= T_0 = 118°38'$ . . . . „ $= 9{,}943348$
⊙ hoogte $= h' = 30°47'21''$ . . . . . . cos $= 9{,}934022$
Afstand $= \Delta' = 85°37'\ 1''$ . . . . . cosec $= 0{,}001272$
log verb. $= 0{,}637796$
Verbetering $= 4'',34$.

Deze verbetering is negatief, dewijl de zon links van de maan staat, de laatstgenoemde zich in het Westelijke deel des hemels bevindt, en de Breedte Noordelijk is. Alzoo komt:

Berekende ware afstand $= 85°37'\ 1''$
Verbetering $= \ -\ 4''$
Verbeterde afstand $= 85°36'57''$.

Berekenen wij den afstand, naar de manier van bladz. 290, dan is:

Schijnb. ⊖ hoogte $= 30°48'51''$
$(\varphi - \varphi')$ cos azim. ⊙ $= +\ 24''$
Schijnb. geoc. ⊖ hoogte $= 30°49'15'' = h_0$
Straalb. — verschilz. $= \quad 1'30''$
Ware geoc. ⊖ hoogte $= 30°47'45'' = h'_0$

Schijnb. ☾ hoogte $= 44°37'59''$
$(\varphi - \varphi')$ cos azim. ☾ $= +\ 9'31''$
Schijnb. geoc. ☾ hoogte $= 44°47'30'' = H_0$
Tafel XX $= \quad 39'16''$
Ware geoc. ☾ hoogte $= 45°26'46'' = H'_0$

$H'_0 = 45°26'46''$

$h'_0 = 30\ 47'45''$

$H'_0 - h'_0 = 14°39'\ 1''$ . . . . sin vers. = 0,032511

$A_0 = 86°\ 1'28''$

$P = 60°22'\ 3''$

$A_0 - P = 25°39'25''$ . . . . „ = 0,098597

$A_0 + P = 146°23'31''$ . . . . „ = 1,832843

$H_0 = 44°47'30''$ Som = 1,963951

$h_0 = 30°49'15''$

$H_0 - h_0 = 13°58'15''$

$P = 60°22'\ 3''$

$H_0 - h_0 - P = 46°23'48''$ sin vers. = 0,310339

$H_0 - h_0 + P = 74°20'18''$ „ = 0,730045

Som = 1,040384 . . . = 1,040384

sin vers. A'_0 = 0,923567

Ware afstand = A'_0 = 85°36'59''.

Te XVIII^u . . . afstand = 86°12'22'' } Versch. = 0°35'23'' P. log = 0,7065
„ (XVIII + x)^u „ = 85°36'59'' } „ in 3^u = 1°30' 9'' „ = 0,3003
„ XXI^u „ = 84°42'13''

prop log x = 0,4062

x = 1^u10'39''

XVIII = 18^u 0' 0''

Tijd Greenw. door afstand = 19^u10'39''.

Tijd Greenwich door afstand = 19^u10'39''
Aanwijzing tijdmeter = 5^u14'28'',5
Gevraagde stand tijdm. tot tijd Greenw. = 1^u56'10'',5 (+) den 7^den Julij te 19^u10'.

Zoeken wij thans den middelbaren tijd aan boord, voor het oogenblik der waarneming, en vervolgens de Lengte.

te 0^u ⊙ N. declin. = 22°31'26'',4 . . . . te 0^u Tijdvereff. = 4'39'',47
in 4^u50' verand. = 1'16'',2 . . . . in 4^u50' verand. = 1'',98
⊙ N. declin. = 22°32'42'',6 Tijdvereff. = 4'37'',49
△ = 67°27'17''.

$b = 52°32'25''$ sec = 0,215951
$\Delta = 67°27'17''$ cosec = 0,034527
$h' = 30°47'21''$
$\Sigma = 75°23'31''$ cos = 9,401754
$\Sigma - h' = 44°36'10''$ sin = 9,846453
sin ½ P = 9,749342
½ P = 2^u16'38'',1
P = 4^u33'16'',2
Ware tijd = 7^u26'43'',8 des morgens van den 8sten
Tijdvereff. = 4'37'',5
Middelb. tijd a/b = 7^u31'21'',3
„ „ „ = 19^u31'21'',3 den 7^den
Middelb. tijd Greenw. = 19^u10'39'' „ „
O. Lengte in tijd = 0^u20'42'',3
„ in boog = 5°10'35''.

Wenscht men de 2[de] verschillen, bij de interpolatie van den afstand, in rekening te brengen, dan komt de bewerking aldus te staan:

		P_2	D
7 Julij te XV[u] Greenw.	afstand = 87°42′51″		
„ „ „ XVIII[u] „	„ = 86°12′22″	— 1°30′29″	
„ „ „ XXI[u] „	„ = 84°42′13″	— 1°30′ 9″	— 20″
„ „ „ XIV[u] „	„ = 83°12′24″	— 1°29′49″	— 20″

x = 1[u]10′39″ prop. log = 0,4062
3[u] — x = 1[u]49′21″ „ „ = 0,2165
$\frac{1}{4}D$ = 0[u] 0′10″ „ „ = 3,0334 (—)
Som = 3,6561 (—)
P_2 = 1[u]30′ 9″ prop. log = 0,3003 (—)
prop. log y = 3,3558
Verbetering voor 2[de] versch. = y = 4″,8 (+)
Benaderde tijd Greenw. = XVIII[u] + x = 19[u]10′39″
Verbeterde tijd Greenw. = 19[u]10′43″,8

en dus:

Stand tijdmeter tot tijd Greenw. door afstand = 1[u]56′15″,3
„ O. Lengte „ = 5° 9′23″.

Blijkbaar mag de verbetering voor de 2[de] verschillen niet verwaarloosd worden, wanneer men naauwkeurig wil te werk gaan. Valt echter de berekende afstand digt bij eene der grootheden in den almanak, waartusschen men interpoleert, dan wordt de verbetering klein, indien men namelijk den digtst bijkomenden afstand neemt, en hare verwaarloozing zal in dat geval weinig invloed uitoefenen.

Voorbeeld. Den 7[den] Julij 18.., op 52°31′30″ N. Breedte en 5°7′ gegiste O. Lengte, wordt waargenomen des voormiddags, naar aanwijzing van een tijdmeter te 5[u]37′4″, met het oog 15 Rijnl. voet boven water:

☉ hoogte = 34°9′14″; afstand ☉☾ = 97°42′0″.

Indien de stand van den tijdmeter, op dat oogenblik, tot den middelbaren tijd te Greenwich + 1[u]56′14″, de hoek, gevormd door den schijnbaren afstand en den vertikaal der maan, 38°, het azimuth van de zon N 97° O en de index-correctie van den sextant, waarmede de zonshoogte is waargenomen, — 2′20″ bedraagt, vraagt men den stand des tijdmeters te verbeteren, benevens de Lengte van het schip.

In den almanak vindt men:

7 Julij te 0[u] Greenw.	☉ Æ. = 7[u]4′19″,44		
„ „ „ „ „	☉ N. declin. = 22°37′56″,6	in 1[u] verand.	= — 14″,79
„ „ „ „ „	Tijdvereff. = 4′29″,84	„ „	= + 0″,423
	(Aftrekken van den middelb. tijd.)		
6 „ „ 12[u] „	☾ ½ midd. = 15′49″,	0 ☾ e. h. verschilz.	= 57′56″,9
7 „ „ 0[u] „	„ „ = 15′41″,	7 „ „	= 57′30″,2
6 „ „ 18[u] „	☾ Æ. = 0[u]15′13″,57	☾ N. declin.	= 6°33′53″,2
„ „ „ 21[u] „	„ = 0[u]21′31″,70	in 10′ verand.	= + 118″,9

6 Julij te XV^u afstand = 100° 0′ 9″
„ „ „ XVIII^u „ = 98°26′39″ ⊙ ½ midd. = 15′46″
„ „ „ XXI^u „ = 96°53′32″
„ „ „ XIV^u „ = 95°20′48″.

Aanwijzing tijdm. = 5^{u}37′ 4″
Stand tot middelb. tijd Greenw. = 1^{u}56′14″ (+)
Tijd Greenw. door tijdm. = 7^{u}33′18″
of, volgens den geg. tijd Greenw. = 19^{u}33′18″ den 7^{den} Julij.

te 0^u ⊙ Æ = 7^u 4′19″,44
Tijdvereff. = 4′29″,84
Middelb. ⊙ Æ. = 6^{u}59′49″,60
in 4^{u}26′7 verand. = 43″,75
Æ middelb. ⊙ = 6^{u}59′ 5″,85

te 18$_u$ ☾ Æ = 0^{u}15′13″,57
in 1$_u$33′,3 verand. = 3′16″, 0
☾ Æ. = 0^{u}18′29″, 6

te 0^u ⊙ N. declin. = 22°37′56″,6
in 4^{u}26′,7 verand. = 1′ 5″,7
⊙ N. declin. = 22°39′ 2″,3
△ = 67°20′58″.

te 18^u ☾ N. declin. = 6°33′53″,2
in 1^{u}33′,3 verand. = 18′29″
☾ N. declin. = 6°52′22″

te 12^u ☾ ware ½ midd. = 15′49″
in 7^{u}33′,3 verand. = 4″,6
☾ ware ½ midd. = 15′44″,4
voor 34° hoogte = + 9″ (Tafel XVII)
„ 38° helling = 0″ („ XIX)
☾ hellende ½ midd. = 15′53″.

te 12^u ☾ e. h. verschilz. = 57′56″,9
in 7^{u}33′,3 verand. = 16″,8
☾ e. h. verschilz. = 57′40″,1
voor 52° Br. = — 7″ (Tafel XVIII)
☾ h. verschilz. = 57′33″

⊙ ½ midd. = 15′46″
voor 34° hoogte = 1″ (Tafel XIX)
⊙ schijnb. vertik. ½ midd. = 15′45″

⊙ ½ midd. = 15′46″
voor 38° hell. = 0″ (Tafel XIX)
⊙ hellende ½ midd. = 15′46″.

Gemeten ⊙ hoogte = 34° 9′14″
Index-corr. = 2′20″
Gemeten ⊙ hoogte = 34° 6′54″
Kimd. = 3′51″
Schijnb. ⊙ hoogte = 34° 3′ 3″
Schijnb. ½ midd. = 15′45″
Schijnb. ⊖ hoogte = 34°18′48″
($\varphi - \varphi'$) cos azim. ⊙ = + 1′23″
Schijnb. geoc. ⊖ hoogte = 34°20′11″ = h_0
Straalb. — verschilz. = 1′18″
Ware geoc. ⊖ hoogte = 34°18′53″ = h'_0

Æ. middelb. ⊙ = 6^{u}59′ 5″,9
West. uurh. ⊙ = 19^{u}53′48″,0
Æ. meridiaan = 26^{u}52′53″,9
„ ☾ = 0^{u}18′29″,6
West. uurh. ☾ = 2^{u}34′24″,3 = P_0

Geographische Breedte = 52°31′30″
Verb. = $\varphi - \varphi'$ = 11′ 7″
Geocentrische Breedte = 52°20′23″

te 0^u tijdvereff. = 4′29″,84
in 4^{u}26′,7 verand. = 1″,88
Tijdvereff. = 4′28″

b = 52°20′23″ sec = 0,213974
△ = 67°20′58″ cosec = 0,034859
h'_0 = 34°18′53″
Σ = 79° 0′ 7″ cos = 9,352024
$\Sigma - h'_0$ = 42°41′14″ sin = 9,831227
sin ½ P = 9,716042
½ P = 2^u 5′20″,5
Uurh = P = 4^{u}10′41″
Ware tijd a/b = 7^{u}49′19″
Tijdvereff. = 4′28″
7 Julij des morgens midd. tijd a/b = 7^{u}53′47″

$P_0 =$ ☾ uurh. $= 2^u 34'24'',3$ cos $= 9,892933$
$d =$ ☾ declin. $= 6°52'22''$ cotg $= 0,918900$ (+) sin $= 9,077968$
tang $\varphi = 0,811833$
$\varphi = 81°13'57''$ (+) sec $= 0,816943$
$b = 52°20'23''$ (+)
$b + \varphi = 133°34'20''$ sin $= 9,860042$
sin $h = 9,754953$
Ware geoc. ☾ hoogte $= 34°39'58''$.

Gemeten afstand $= 97°42'\ 0''$
Hellende ½ midd. ☾ $= 15'53''$
„ „ ⊙ $= 15'46''$
Schijnb. afstand $= 98°13'39''$

Ware geoc. ☾ hoogte $= 34°39'58''$
Tafel XX $= 45'57''$
Schijnb. geoc. ☾ hoogte $= 33°54'\ 1'' = H_0$
Tafel XX $= 46'20''$
Ware geoc. ☾ hoogte $= 34°40'21'' = H'_0$

$H'_0 = 34°40'21''$
$h'_0 = 34°18'53''$
$H'_0 - h'_0 = 0°21'28''$ . . . . sin vers. $= 0,000019$
$A_0 = 98°13'39''$
$P = 60°17'37''$
$A_0 - P = 37°56'12''$ . . . . „ $= 0,211279$
$A_0 + P = 158°31'16''$ . . . . „ $= 1,930552$
$H_0 = 33°54'\ 1''$ Som $= 2,141850$
$h_0 = 34°20'11''$
$H_0 - h_0 = 0°26'10''$
$P = 60°17'37''$
$H_0 - h_0 - P = 59°51'27''$ sin vers. $= 0,497847$
$H_0 - h_0 + P = 60°43'47''$ „ $= 0,511069$
Som $= 1,008916$ . . . . $= 1,008916$
sin vers. $A'_0 = 1,132934$
Ware afstand $= 97°38'21''$.

		afstand	P_1	D
6 Julij te	XVu	$= 100°\ 0'\ 9''$		
			$-1°33'30''$	
„ „	XVIIIu	„ $= 98°26'39''$		$-23''$
			$-1°33'\ 7''$	
„ „	XXIu	„ $= 96°53'32''$		$-23''$
			$-1°32'44''$	
„ „	XXIVu	„ $= 95°20'48''$		

Te XVIIIu afstand $= 98°26'39''$
Berekende „ $= 97°38'21''$
Verschil $= 0°48'18''$ prop. log $= 0,5713$
$P_1 = 1°33'\ 7''$ „ „ $= 0,2862$
prop. log $x = 0,2851$
$x = 1^u 33'22''$

$x = 1^u 33'22''$ . . . prop. log $= 0,2851$
$3^u - x = 1^u 26'38''$ „ „ $= 0,3176$
$\frac{1}{2} D = 0^u\ 0'11'',5$ „ „ $= 2,9731$ (−)
Som $= 3,5758$
$P_1 = 1°33'7''$ . . . . prop. log $= 0,2862$ (−)
prop. log $y = 3,2896$
$y = 5'',4$ (+)

Benaderde tijd te Greenw. $= \mathrm{XVIII}^u + x = 19^u33'22''$
$y = 5'',4$
Gevraagde tijd Greenw. door afstand $= 19^u33'27'',4$
Aanwijzing tijdmeter $= 5^u37'\ 4'',0$
Stand van den tijdmeter $= 1^u56'23'',4$ (+)

Tijd Greenw. door afstand $= 19^u33'27'',4$ den 6den Julij
Middelb. tijd aan boord $= 19^u53'47'',0$ „ „
O. Lengte in tijd $= 0^u20'19'',6$
O. Lengte $= 5°\ 4'54''$.

Voorbeeld. Den 21sten September 18.., op 5°23′18″ Z. Breedte en 7°13′55″ W. Lengte volgens den tijdmeter, terwijl deze des namiddags $6^u26'10''$ aanwijst, wordt zijn stand tot den middelbaren tijd aan boord bevonden — $2^u6'10''$.

Den 31sten Augustus van hetzelfde jaar was de stand van dien tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich, op den middelbaren middag aldaar, — $1^u39'6'',8$; zijn dagelijksche gang bedraagt + 5″,3.

Nadat het schip, sedert de tijdsbepaling op den 21sten des namiddags, eenigen tijd WZW met 8 mijls vaart heeft gezeild, worden de navolgende waarnemingen verrigt, met het oog 20 voet boven water:

Aanw. tijdmeter.	Waarneming.	
$8^u31'14''$	☾ hoogte = 73°19′38″	
8 34 14	♃ „ = 21 25 10	
8 37 14	Afstand ♃ tot ☾ = 74 52 28	(naaste rand)
8 39 54	♃ hoogte = 20 1 35	
8 42 14	☾ hoogte = 74 36 55 .	

Als voorts het azimuth van Jupiter, tijdens de waarneming van den afstand, Z 81°4′ W, dat van de maan Z 28°4′ O is, en de schijnbare afstand met den vertikaal-cirkel van Jupiter een hoek van 15° maakt, vraagt men de Lengte, benevens den verbeterden stand des tijdmeters tot den middelbaren tijd te Greenwich.

In den almanak vindt men:

21 Sept. te 0^u Greenw. ☾ ½ midd. = 16′12″,2 . . . ☾ e. h. verschilz. = 59′21″,9
„ „ 12^u „ „ = 16′15″,3 . . . „ = 59′33″,3.
♃ e. h. verschilz. = 1″,4

te III^u Greenw. afstand ♃ ☾ = 72°44′41″
„ VI^u „ „ = 74 29 48
„ IX^u „ „ = 76 15 7
„ XII^u „ „ = 78 0 36 .

Zoeken wij eerst den middelbaren tijd aan boord en dien te Greenwich, voor het oogenblik der afstandswaarneming. Wij hebben daartoe:

Aanw. tijdm. bij de tijdsbepaling $= 6^u26'10''$
„ „ „ den afstand $= 8^u37'14''$
Tijdsverloop $= 2^u11'\ 4''$.

Koers WZW . . . verh. in 4^u . . . 32′

dus

in 2^u11′ . . . verh. = 17′,4.

In 6 streken geeft: 17′,4 verh. . . . 6′,7 △ *b* en 16′,1 afw.

Afgev. Z. Breedte = 5°23′18″
Verand. Zuid = 6′42″
Bekomen Z. Breedte = 5°30′ 0″.

16′,1 afw. = 16′,18 = 16′11″ △ Lengte.
Verand. West in tijd = 1′4″,7.

1^e stand tijdmeter tot middelb. tijd a/b = 2^u 6′10″ (—)
Verand. West = 1′ 4″,7
Stand tijdm. tot den middelb. tijd a/b, op de plaats van den afstand = 2^u 7′14″,7 (—)
Gang van den tijdm. in 2^u11′ = 0″,5 (+)
Verbeterde stand = 2^u 7′14″,2
21 Sept. aanwijzing tijdmeter = 8^u37′14″,0
21 Sept. middelb. tijd aan boord = 6^u29′59″,8.

21 Sept. aanwijzing tijdmeter = 8^u37′14″,0
31 Aug. stand tot middelb. tijd Greenw. = 1^u39′ 6″,8 (—)
21 Sept. benaderde tijd Greenw. = 6^u58′ 7″,2
Verb. voor gang = 21,29 × 5,3 = 1′52″,8
21 Sept. tijd Greenw. volgens tijdm. = 7^u 0′ 0″.

te 0^u ☾ ½ midd. = 16′12″,2
in 7^u verand. = 1″,8
Ware ☾ ½ midd. = 16′14″ . . . . = 16′14″
voor 74° hoogte = 15″ (Tafel XVII) . . . = 15″ (Tafel XVII)
„ 15° helling = 0″ („ XIX) v. 74°hoogte = 0″ („ XIX)
☾ schijnb. hell. ½ midd. = 16′29″
☾ schijnb. vertik. ½ midd. = 16′29″.

te 0^u ☾ e. h. verschilz. = 59′21″,9
in 7^u verand. = 6″,6
☾ e. h. verschilz. = 59′28″,5
voor 5° Breedte = 0″,2 (Tafel XVIII)
☾ horizont. verschilz. = 59′28″

Gemeten afstand = 74°52′28″
☾ ½ midd. = 16′29″
Schijnb. afstand = 75° 8′57″.

Blijkens de opgaaf, zijn de hoogten en de afstand niet gelijktijdig waargenomen, en wij moeten dus de hoogten tot het oogenblik van den afstand herleiden. Nemen wij aan dat de veranderingen in hoogte evenredig zijn met de tijdsverloopen, dan is:

Afstand . . . te 8^u37′14″
1^e ☾ hoogte . . „ 8^u31′14″
Verschil = 6′ 0″

☾ hoogte = 73°19′38″ te 8^u31′14″
„ „ = 74°36′55″ „ 8^u42′14″
Verand. = 1°17′17″ in 0^u11′ 0″.

11′0″ : 6′0″ = 1°17′17″ : *x*

waaruit:

x = 42′10″
te 8^u31′14″ ☾ hoogte = 73°19′38″
☾ hoogte tijdens den afstand = 74° 1′48″.

Handelen wij op dezelfde wijze met de hoogten van Jupiter, dan komt:

Afstand te $8^u 37' 14''$ — Hoogte ♃ $= 21°25'10''$ te $8^u 34' 14''$

2^e hoogte ♃ „ $8^u 39' 54''$ — „ „ $= 20°\ 1'35''$ „ $8^u 39' 54''$

Verschil $=$ $2'40''$ — Verand. $=$ $1°23'35''$ in $0^u\ 5'40''$

$$5'40'' : 2'40'' = 1°23'35'' : y$$

waaruit:

$y = 39'20''$

te $8^u 39' 54'$ hoogte ♃ $= 20°\ 1'35''$

Hoogte ♃ tijdens den afstand $= 20°40'55''$

Gemeten hoogte ♃ $= 20°40'55''$	Gemeten ☾ hoogte $= 74°\ 1'48''$
Kimd. $=$ $4'27''$	Kimd. $=$ $4'27''$
Schijnb. hoogte ♃ $= 20°36'28''$	Schijnb. ☾ hoogte $= 73°57'21''$
$(\varphi - \varphi')$ cos. azim. ♃ $=$ — $0'28''$	„ ☾ ½ midd. $=$ $16'29''$
Schijnb. geoc. hoogte ♃ $= 20°36'\ 0'' = h_0$	Schijnb. ☾ hoogte $= 74°13'50''$
Straalb. — verschilz. $=$ $2'33''$	$(\varphi - \varphi')$ cos azim. ☾ $=$ — $1'56''$
Ware geoc. hoogte ♃ $= 20°33'27'' = h'_0$	Schijnb. geoc. ☾ hoogte $= 74°11'54'' = H_0$
	Tafel XX $=$ $15'55''$
	Ware geoc. ☾ hoogte $= 74°27'49'' = H'_0$.

$H'_0 = 74°27'49''$

$h'_0 = 20°33'27''$

$H'_0 - h'_0 = 53°54'22''$ . . . . sin vers. $= 0{,}410879$

$A_0 = 75°\ 8'57''$

$P = 60°31'51''$

$A - P = 14°37'\ 6''$ . . . . „ $= 0{,}032371$

$A_0 + P = 135°40'48''$ . . . . „ $= 1{,}715449$

$H_0 = 74°11'54''$ — Som $= 2{,}158699$

$h_0 = 20°36'\ 0''$

$H_0 - h_0 = 53°35'54''$

$P = 60°31'51''$

$H_0 - h_0 - P = 6°55'57''$ sin vers. $= 0{,}007311$

$H_0 - h_0 + P = 114°\ 7'45''$ „ $= 1{,}408784$

Som $= 1{,}416095$ . . . . . . $= 1{,}416095$

sin vers. $A'_0 = 0{,}742604$

Ware afstand $= A'_0 = 75°5'4''$.

		P_3.	D.	
21 Sept. te III^u afstand	$= 72°44'41''$			
„ „ VI^u „	$= 74°29'48''$	$+ 1°45'\ 7''$	$+ 12''$	$+ 11''$
„ „ IX^u „	$= 76°15'\ 7''$	$+ 1°45'19''$	$+ 10''$	
„ „ XII^u „	$= 78°\ 0'36''$	$+ 1°45'29''$		

Te VI^u afstand $= 74°29'48''$

Berekende „ $= 75°\ 5'\ 4''$

Verschil $= 0°35'16''$ prop. log $= 0{,}7079$

$P_3 = 1°45'19''$ „ „ $= 0{,}2328$

prop. log $x = 0{,}4751$

$x = 1^u 0'17''$.

$x = 1^u\ 0'17''$ prop. log = 0,4751
$3^u - x = 1^u59'43''$ „ „ = 0,1771
$\frac{1}{2} D = 0^u\ 0'\ 5'',5$ „ „ = 3,2949 (+)
Som = 3,9471
$P_1 = 1^u45'19''$ prop. log = 0,2328 (+)
prop. log y = 3,7143
$y = 2''$ (+)

Benaderde tijd te Greenw. door afstand = $VI^u + x = 7^u\ 0'17''$
$y = +\ 2''$
Verbeterde tijd te Greenw. door afstand = $7^u\ 0'19''$
Aanwijzing tijdmeter = $8^u37'14''$
Stand van den tijdmeter = $1^u36'55''$ (−).

Tijd te Greenw. door afstand = $7^u\ 0'19''$
Middelb. tijd a/b = $6^u29'59'',8$
W. Lengte in tijd = $0^u30'19'',2$
W. Lengte = $7°34'48''$.

Voorbeeld. Den 5[den] Februarij 18.., op 40°20′ N. Breedte, des avonds naar aanwijzing van een tijdmeter te $7^u5'10''$, wordt waargenomen de afstand tusschen den versten rand der maan en Aldebaran 92°41′4″. Met behulp van eene tijdsbepaling op den A. M. en onder het in acht nemen van de Lengteverandering sedert dat oogenblik, vindt men voor den stand des tijdmeters tot den middelbaren tijd aan boord, op het oogenblik van den afstand, $+\ 2^u43'16''$. Indien, volgens de regeling, de stand van den tijdmeter tot den tijd te Greenwich $+\ 4^u25'0''$ is, vraagt men dezen stand door middel van den afstand te verbeteren, benevens de Lengte van het schip.

In den almanak vindt men:

5 Febr. te 0^u Greenw.	☉ Æ.	= $21^u14'49'',53$	Tijdvereff. =	$14'16'',26$ (aftr.)
„ „ „ „	☾ ½ midd. =	$15'\ 8'',4$	☾ e.h.verschilz. =	$55'28'',0$
„ „ 12^u „	„ =	$15'12'',0$	„ =	$55'41'',2$
„ „ „ „	☾ Æ.	= $10^u39'56'',03$	☾ N. declin. =	$3°\ 0'22'',8$
„ „ 9^u „	„	= $10^u34'\ 6'',31$	in 10′ verand. =	$-\ 119'',5$
„ „ IX^u „	afstand	= $90°25'57''$		
„ „ XII „	„	= $91°59'48''$		
	✱ Æ. = $4^u28'5'',8$		✱ N. declin. =	$16°13'51''$.

Aanwijzing tijdmeter = $7^u\ 5'10''$ . . . . $7^u\ 5'10''$
Stand tot middelb. tijd a/b = $2^u43'16''$ (+) Stand tot Greenw. = $4^u25'\ 0''$ (+)
5 Febr. middelb. tijd a/b = $9^u48'26''$ 5 Febr. midd. tijd Greenw. = $11^u30'10''$.

te 0^u ☉ Æ. = $21^u14'49'',53$
Tijdvereff. = $14'26'',26$
Æ. middelb. ☉ = $21^u\ 0'23'',27$
in $11^u,5$ verand. = $1'53'',39$
Æ. middelb. ☉ = $21^u\ 2'16'',66$

te 12^u ☾ Æ. = $10^u39'56'',03$
in $29'50''$ verand. = $57'',96$
☾ Æ. = $10^u38'58'',07$

te 12^u ☾ N. declin. = $3°0'22'',8$
in $29'50''$ verand. = $5'56'',1$
☾ N. declin. = $3°6'19''$.

te 12ᵘ ☾ e. h. verschilz. = 55′41″,2
in 30′ verand. = 0″,6
☾ e. h. verschilz. = 55′40″,6
voor 40°20′ Br. = 4″,6 (Tafel XVIII)
☾ horiz. verschilz. = 55′36″.

te 12ᵘ ☾ ½ midd. = 15′12″,0
in 30′ verand. = 0″,2
☾ ½ midd. = 15′11″,8
voor 26° h. = + 7″,0 (Tafel XVII)
voor 41° helling = − 1″ („ XIX)
☾ hellende ½ midd. = 15′18″

Æ. middelb. ⊙ = 21ᵘ 2′16″,66
West. uurh. „ = 9ᵘ48′26″,00
Æ. meridiaan = 6ᵘ50′42″,66 . . . . = 6ᵘ50′42″,66
„ ☾ = 10ᵘ38′58″,07 Æ. ✱ = 4ᵘ28′ 5″,8
W. uurh. ☾ = 20ᵘ11′44″,59 W. uurh. ✱ = 2ᵘ22′36″,86
O. „ „ = 3ᵘ48′15″,41.

☾ uurh. = 3ᵘ48′15″,4 cos = 9,735354
☾ N. declin. = 3° 6′19″ cotg = 1,265598 . . . sin = 8,733764
tang φ = 1,000952
φ = 84°18′ 7″ . . sec = 1,003111
b = 40° 8′38″
$b + \varphi$ = 124°26′45″ . . sin = 9,916275

Geograph. Breedte = 40°20′ 0″
$\varphi - \varphi'$ = 11′22″
Geocentr. Breedte = 40° 8′38″

sin ☾ hoogte = 9,653150
Ware geoc. ☾ hoogte = 26°44′22″
Tafel XX = 47′44″
Schijnb. geoc. ☾ hoogte = 25°56′38″ = H_0
Tafel XX = 48′ 2″
Ware geoc. ☾ hoogte = 26°44′40″ = H'_0

✱ uurh. = 2ᵘ22′36″,9 cos = 9,909852
✱ N. declin. = 16°13′51″ cotg = 0,535941 sin = 9,446395
tang φ = 0,445793
φ = 70°17′21″ sec = 0,472019
b = 40° 8′38″
$b + \varphi$ = 110°25′59″ sin = 9,971777

Gemeten afstand = 92°41′ 4″
☾ schijnb. ½ midd. = 15′18″
Schijnb. afstand = 92°25′46″

sin ✱ hoogte = 9,890191
Ware geoc. ✱ hoogte = 50°56′57″ = h'_0
Straalb. = 0′47″
Schijnb. geoc. ✱ hoogte = 50°57′44″ = h_0

H'_0 = 26°44′40″
h'_0 = 50°56′57″
$H'_0 - h'_0$ = 24°12′17″ . . . . sin vers. = 0,087914
A_0 = 92°25′46″
P = 60°13′ 6″
$A_0 - P$ = 32°12′40″ . . . . „ = 0,153911
$A_0 + P$ = 152°38′52″ . . . . „ = 1,888200
Som = 2,130025
H_0 = 25°56′38″
h_0 = 50°57′44″
$H_0 - h_0$ = 25° 1′ 6″
P = 60°13′ 6″
$H_0 - h_0 - P$ = 35°12′ 0″ sin vers. = 0,182855
$H_0 - h_0 + P$ = 85°14′12″ „ = 0,916960
Som = 1,099815 . . . . . = 1,099815
sin vers. A'_0 = 1,030210
Ware afstand A'_0 = 91°43′52″.

5 Febr. te XII^u afstand = 91°59′48″
„ „ IX^u „ = 90°25′57″
Verschil = 1°33′51″ . . . prop. log = 0,2828
„ „ XII^u afstand = 91°59′48″
Berekende „ = 91°43′52″
Verschil = 0°15′56″ . . . „ „ = 1,0530
prop. log x = 0,7702
x = $0^u30'33''$
$XII^u = 12^u$
Tijd Greenw. door afstand = $XII^u - x = 11^u29'27''$.

Tijd Greenw. door afst. = $11^u29'27''$ . . . . = $11^u29'27''$
Aanw. tijdmeter = $7^u\ 5'10''$ Middelb. tijd a/b = $9^u48'26''$
Stand tijdm. tot dien tijd = $4^u24'17''$ (+) W. L. in tijd = $1^u41'\ 1''$
W. Lengte = 25°15′15″.

Voorbeeld. Den 27sten Julij 18.., naar gissing op 52° N. Breedte, des avonds ongeveer te $8^u30'$ middelbaren tijd aan boord, heeft men waargenomen: de bovenrandshoogte van de maan 14°33′0″, de middelpuntshoogte van Venus 7°51′0″, en den afstand van Venus tot den naasten rand van de maan 95°50′48″. Indien op dat oogenblik de tijd te Greenwich, volgens den tijdmeter, $8^u10'42''$ des namiddags bedraagt, de hellingshoek 75°, de hoek aan de maan 80°, het azimuth van de maan N 166°14′ O, en de hoogte van het oog 16 Rijnl. voeten is, vraagt men de Breedte en de Lengte van het schip uit de bovenstaande waarneming af te leiden.

Gegevens uit den almanak:

27 Julij te 0^u Greenw.	⊙ Æ.	= $8^u24'54'',34$	Tijdvereff. =	6′13″,62	(aftr.)
„ „ „ „ „	☾ ½ midd. =	16′28″,5	☾ e. h. verschilz. =	60′21″,5	
„ „ „ 12^u „	„ =	16′33″,8	„ =	60′41″,1	
„ „ „ 9^u „	☾ Æ.	= $17^u43'24'',92$	☾ Z. declin. =	21°34′54″,9	
„ „ „ 6^u „	„	= $17^u35'26'',83$	in 10′ verand. =	— 17″,7	
„ „ „ 0^u „	♀ Æ.	= $11^u19'51'',11$	♀ N. declin. =	3°38′36″,5	
28 „ „ 0^u „	„	= $11^u22'58'',97$	„ =	3°11′11″,1	
27 Julij te III^u afstand		= 93° 0′30″	♀ e. h. verschilz. =	13″,1	
„ „ „ VI^u „		= 94°44′22″			
„ „ „ IX^u „		= 96°28′34″			
„ „ „ XII^u „		= 98°13′ 6″			

Zoeken wij eerst den tijd te Greenwich met behulp van den afstand.

27 Julij tijd Greenw. volgens tijdm. = $8^u10'42''$.

te 0^u ☾ ½ midd. = 16′28″,5
in $8^u10'$ verand. = 3″,6
☾ ½ midd. = 16′32″,1
voor 14° hoogte = + 5″ (Tafel XVII)
„ „ = — 3″ („ XIX)
„ 75° helling = 0″ „ „
Vertik. ☾ ½ midd. = 16′34″
Hellende „ = 16′37″

te 0^u ☾ e. h. verschilz. = 60′21″,5
in $8^u10'$ verand. = 13″,3
☾ e. h. verschilz. = 60′34″,8
voor 52° Br. = — 7″,6 (Tafel XVIII)
☾ horizont. verschilz. = 60′27″

Gemeten afstand = 95°50′48″
☾ hell. ½ midd. = 16′37″
Schijnb. afstand = 96° 7′25″

Gemeten ☾ hoogte = 14°33′ 0″	Gemeten hoogte ♀ = 7°51′ 0″
Kimd. = 3′58″	Kimd. = 3′58″
Schijnb. ☾ hoogte = 14°29′ 2″	Schijnb. hoogte ♀ = 7°47′ 2″ = h
„ ½ midd. = 16′34″	Straalb. — verschilz. = 6′30″
Schijnb. ☾ hoogte = 14°12′28″ = H	Ware hoogte ♀ = 7°40′32″ = h'
Tafel XX = 54′50″	
Ware ☾ hoogte = 15° 7′18″ = H'	

$H' =$ 15° 7′18″
$h' =$ 7°40′32″
$H' - h' =$ 7°26′46″ . . . . sin vers. = 0,008433
$A =$ 96° 7′25″
$P =$ 60° 7′44″
$A - P =$ 35°59′41″ . . . . „ = 0,190928
$A + P =$ 156°15′ 9″ . . . . „ = 1,915328
$H =$ 14°12′28″ . . . . Som = 2,114689
$h =$ 7°47′ 2″
$H - h =$ 6°25′26″
$P =$ 60° 7′44″
$H - h - P =$ 53°42′18″ sin vers. = 0,408057
$H - h + P =$ 66°33′10″ „ = 0,602096
Som = 1,010153 . . . . = 1,010153
sin vers. A' = 1,104536
Ware afstand = A' = 96°0′2″.

$\varphi - \varphi' = 11'10''$ . . . $\frac{\varphi - \varphi'}{60} = 11'',17$ . . log = 1,048053
$T =$ 166°14′ . . . . sin = 9,376519
$M =$ 80° . . . . „ = 9,993351
log verb. = 0,417923
Verb. voor afplatting = 2″,6
Berekende ware afstand = 96° 0′ 2″
Verbeterde afstand = 95°59′59″.

De verbetering voor de afplatting is negatief, dewijl de maan in het Oostelijke deel des hemels staat, de Breedte Noordelijk is, en V e n u s zich r e g t s van de maan bevindt.

		P_1	D
27 Julij te III^u afstand	= 93° 0′30″		
		+ 1°43′52″	
„ „ VI^u „	= 94°44′22″		+ 20″
		+ 1°44′12″	
„ „ IX^u „	= 96°28′34″		+ 20″
		+ 1°44′32″	
„ „ XII^u „	= 98°13′ 6″		

Te VI^u afstand = 94°44′22″
Berekende „ = 95°59′59″
Verschil = 1°15′37″ prop. log = 0,3767
P_1 = 1°44′12″ „ „ = 0,2374
prop. log x = 0,1393
x = 2^u10′36″,5.

$x = 2^u10'36'',5$ . . . . . prop. log = 0,1393
$3^u - x = 0^u49'23'',5$ . . . . . „ „ = 0,5616
$\frac{1}{2}D = 0^u\ 0'10''$ . . . . . „ „ = 3,0334 (+)
Som = 3,7343
$P_1 = 1^o44'12''$ . . . . . . prop. log = 0,2374 (+)
prop. log y = 3,4969
$y = 3'',4$ (+).

Benaderde tijd te Greenw. = $VI^u + x = 8^u10'36'',5$
$y =\ + 3'',4$
Gevraagde tijd Greenw. = $8^u10'39'',9$.

Zoeken wij nu, ter verdere oplossing van het vraagstuk, de grootheden, die wij noodig hebben, voor den gevonden tijd te Greenwich. De bewerking is dan als volgt:

te 9^u ☾ Æ = $17^u43'24'',92$
in 49'20'' verand. = 2'11'', 0
☾ Æ = $17^u41'13'',92$

te 9^u ☾ Z. declin. = $21^o34'54'',9$
in 49'20'' verand. = 1'27'',2
☾ Z. declin. = $21^o36'22''$
$\triangle = 111^o36'22''$

te 0^u ♀ Æ = $11^u19'51'',11$
in $8^u10'$ verand. = 1' 4'', 0
♀ Æ = $11^u20'55'',11$

te 0^u ♀ N. declin. = $3^o38'36'',5$
in $8^u10'$ verand. = 9'20'',7
♀ N. declin. = $3^o29'16''$
$\triangle' = 86^o30'44''$.

te 0^u ⊙ Æ = $8^u24'54'',34$
Tijdvereff. = 6'13'',62
te 0^u middelb. ⊙ Æ. = $8^u18'40'',72$
in $8^u10'$ verand. = 1'20'',63
Middelb. ⊙ Æ. = $8^u20'\ 1'',35$.

Æ ☾ = $17^u41'13'',92$
„ ♀ = $11^u20'55'',11$
Verschil = $6^u20'18'',81 = W$

$W = 6^u20'18'',8$ cos = 8,947029 (−)
☾ $\triangle = 111^o36'22''$ tang = 0,402248 (−) cos = 9,566112 (−)
tang φ = 9,349277 (+)
$\varphi = 12^o35'55''$ sec = 0,010585
♀ $\triangle' = 86^o30'44''$
$\triangle' - \varphi = 73^o54'49''$ cos = 9,442615 tang = 0,540038
cos a = 9,019312 (−)
$a = 96^o0'4''$ cotg = 9,021701 (−)
cos B = 9,561739 (−)
$B = 111^o22'44''$.

$H' = 15^o\ 7'18''$
$h' = 7^o40'32''$ sec = 0,003909
$a = 96^o\ 0'\ 4''$ cosec = 0,002387
$\Sigma = 59^o23'57''$ cos = 9,706764
$\Sigma - H' = 44^o16'39''$ sin = 9,843938
2 sin $\frac{1}{2}B'$ = 9,556998
sin $\frac{1}{2}B'$ = 9,778499
$\frac{1}{2}B' = 36^o54'16''$
$B' = 73^o48'32''$
$B = 111^o22'44''$
$B_o = 37^o34'12''$

$B_0 = 37°34'12''$ cos = 9,899059
$h' = 7°40'32''$ cotg = 0,870404 sin = 9,125687
tang φ' = 0,769463
φ' = 80°21' 0'' sec = 0,775651
$\triangle'$ = 86°30'44''
$\triangle' - \varphi'$ = 6° 9'44'' cos = 9,997483 . . tang = 9,033294
sin b = 9,898821
N. Breedte = 52°23'22'' . . „ = 0,113285
cos uurh. ♀ = 9,146579
W. uurh. ♀ = 5ᵘ27'46'',5
Æ. ♀ = 11ᵘ20'55'',1
Æ. meridiaan = 16ᵘ48'41'',6
Æ. middelb. ⊙ = 8ᵘ20' 1'',4
Middelb. tijd a/b = 8ᵘ28'40'',2.

Middelb. tijd Greenw. door afstand = 8ᵘ10'39'',9
Middelb. tijd aan boord = 8ᵘ28'40'',2
O. Lengte in tijd = 0ᵘ18' 0'',3
O. Lengte = 4°30' 5''.

Voorbeeld. Den 2den Junij 1832, des voormiddags te 11ᵘ8'45'' waren tijd, op 19°31' N. Breedte en 132°30' gegiste O. Lengte, is waargenomen de afstand tusschen de randen van zon en maan 96°47'10''. Indien de aanwijzing van den barometer is 29,6 Eng. dm., en die van den thermometer 90° Fahr., vraagt men de Lengte van het schip.

De verbeterde opgaven uit den almanak zijn:
☾ Æ. = 22ᵘ29'19'' ☾ Z. declin. = 10°30' 4'' ☾ ½ midd. = 15'29''
⊙ „ = 4ᵘ40'45'' ⊙ N. declin. = 22°12'34'' ⊙ ½ midd. = 15'47''
☾ e. h. verschilz. = 56'49'' te 12ᵘ Greenw. ⊙☾ afstand = 97°43' 1'' (ware tijd)
in 3ᵘ verand. = 1°29'54''.

Berekening der zonshoogte.

Ware tijd = 11ᵘ 8'45''
⊙ uurh. = 0ᵘ51'15'' cos = 9,989050
⊙ N. declin. = 22°12'34'' cotg = 0,389037 sin = 9,577485
tang φ = 0,378087
Geogr. Br. = 19°31' φ = 67°16'50'' sec = 0,413167
$\varphi - \varphi'$ = 7'14'' b = 19°23'46''
Geoc. Br. = 19°23'46'' $b + \varphi$ = 86°40'36'' sin = 9,999269
sin ⊙ hoogte = 9,989921
Ware ⊙ hoogte = 77°42'14'' = h'_0

Middelb. straalb. = − 0'12,''8
Verschilz. = + 2'',0
Tafel XIV = − 1'',0
Verbetering = − 11'',8 . . . . = 12''
Schijnb. ⊙ hoogte = 77°42'26'' = h_0

Berekening der maanshoogte.

☉ West. uurh. = 23ᵘ 8′45″
☉ Æ. = 4ᵘ40′45″
Æ. meridiaan = 27ᵘ49′30″
☾ Æ. = 22ᵘ29′19″
☾ uurh. = 5ᵘ20′11″ cos = 9,237694
☾ Z. declin. = 10°30′ 4″ cotg = 0,731987 (—) sin = 9,260678 (—)
tang φ = 9,969681 (—)
φ = 43° 0′ 6″ (—) sec = 0,135885
b = 19°23′46″ (+)
$b + \varphi$ = 23°36′20″ (—) sin = 9,602535 (—)
sin ☾ hoogte = 8,999098
Ware ☾ hoogte = 5°43′38″
Term Tafel XX = 47′38″
Schijnb. ☾ hoogte = 4°56′ 0″ H_0

Term Tafel XX = 46′37″
„ „ XIV = + 58″
Verbetering = 47′35″ . . . . = 47′35″
Ware ☾ hoogte = 5°43′35″ = H'_0

Berekening van den hoek aan de maan.

h_0 = 77°42′30″
H_0 = 4°56′ 0″
A = 97°18′ 0″
Σ = 89°58′15″ cos = 6,706764
$\Sigma - h_0$ = 12°15′45″ sin = 9,327135
$\Sigma - A$ = 7°19′45″ sec = 0,003563
$\Sigma - H_0$ = 85° 2′15″ cosec = 0,001631
2 tang ½ M = 6,039093
tang ½ M = 8,019546
½ M = 0°36′
M = 1°12′.

Herleiding van den afstand.

☾ ½ midd. = 15′29″
Tafel XVII = + 2″
„ XIX = — 26″
☾ schijnb. ½ midd. = 15′ 5″

☉ ½ midd. = 15′47″
Tafel XIX = 0″
☉ schijnb. ½ midd. = 15′47″

☾ e. h. verschilz. = 56′49″
Tafel XVIII = 1″
☾ h. verschilz. = 56′48″

Gemeten afstand = 96°47′10″
Schijnb. ☾ ½ midd. = 15′ 5″
„ ☉ „ = 15′47″
Schijnb. afstand = 97°18′ 2″

Term Tafel XXXI = 60°2′2″
Voor bar. en therm. ☾ hoogte = + 3″
„ „ „ „ ☉ „ = + 0″
Hulphoek P = 60°2′5″.

$h'_0 = 77°42'14''$
$H'_0 = 5°43'35''$
$h'_0 - H'_0 = 71°58'39''$ . . . . sin vers. = 0,690609
$A_0 = 97°18'\ 2''$
$P = 60°\ 2'\ 5''$
$A_0 + P = 157°20'\ 7''$ . . . . „ = 1,922775
$A_0 - P = 37°15'57''$ . . . . „ = 0,204165
$h_0 = 77°42'26''$ Som = 2,817549
$H_0 = 4°56'\ 0''$
$h_0 - H_0 = 72°46'26''$
$P = 60°\ 2'\ 5''$
$h_0 - H_0 - P = 12°44'21''$ . . . . sin vers. = 0,024616
$h_0 - H + P = 132°48'31''$ . . . . „ = 1,679551
Som = 1,704167 . . . . = 1,704167
sin vers. A'_0 = 1,113382
Ware afstand = 96°30'37''

Afstand te 12ᵘ =	97°43′ 1′		
Ware afstand =	96°30′37″		
Verschil =	1°12′24″	prop. log	= 0,3955
Verand. in 3ᵘ =	1°29′54″	„	= 0,3015
=	2ᵘ24′58″ . .	„	= 0,0940
Ware tijd Greenw. =	14ᵘ24′58″		
„ „ aan boord =	23ᵘ 8′45″		
O. L. in tijd =	8ᵘ43′47″		
O. Lengte =	130°56′45″.		

De opgaaf van het laatste der uitgewerkte vraagstukken is ontleend aan de verhandeling van BESSEL over de Lengtebepaling door maansafstanden (*), waarin die geleerde eene volkomen juiste oplossing van dat vraagstuk geeft. Ons bestek laat de ontwikkeling van die voor den zeeman te omslagtige methode niet toe, zoodat wij ons alleen tot de vermelding daarvan moeten bepalen. Het verdient de aandacht, dat het resultaat, hetwelk wij volgens de manier van bladz. 290 verkrijgen, ofschoon de omstandigheden, waaronder de waarneming plaats had, ongunstig zijn, slechts 0″,4 in tijd verschilt met de uitkomst, die volgens de strenge methode van BESSEL wordt gevonden.

g. DE INVLOED VAN EENE FOUT IN DE GEGEVENS OP DEN WAREN AFSTAND.

1°. Invloed van eene kleine fout in den schijnbaren afstand op den waren.

Differentiëren wij de formule:

(*) Astron. Nachr. 10ᵉʳ Band, 1833.

$$\frac{\cos A - \sin H \sin h}{\cos H \cos h} = \frac{\cos A' - \sin H' \sin h'}{\cos H' \cos h'}$$

bladz. 277, II[e] Deel, waarin A den schijnbaren en A' den waren afstand beteekent, voor A en A' veranderlijk, dan komt:

$$-\sin A \,\delta A \cos H' \cos h' = -\sin A' \,\delta A' \cos H \cos h$$

waaruit:

$$\delta A' = \delta A \frac{\cos H' \cos h'}{\cos H \cos h} \cdot \frac{\sin A}{\sin A'}$$

of, dewijl $\frac{\cos H' \cos h'}{\cos H \cos h} \cdot \frac{\sin A}{\sin A'}$ ongeveer gelijk één is, zoo verkrijgen wij

$$\delta A' = \delta A.$$

Hieruit blijkt, dat eene fout in den schijnbaren afstand eene nagenoeg even groote fout met hetzelfde teeken in den waren afstand veroorzaakt. Merken wij later op, dat die fout vervolgens ongeveer dertig maal vergroot op de Lengte overgaat, die door den afstand wordt verkregen, dan zal het duidelijk zijn, dat aan de meting van den afstand zeer groote zorg besteed moet worden.

Is de afstand ongeveer 90°, dan is de betrekking tusschen sin A en sin A' op zeer weinig na gelijk aan de eenheid, en de gunstigste gelegenheid voor de Lengtebepaling door afstand zal derhalve dan plaats hebben, wanneer de afstand nagenoeg het genoemde bedrag heeft.

2°. Invloed van eene kleine fout in de hoogten op den waren afstand.

Vooronderstellen wij, dat in de gemeten maanshoogte H eene fout δH begaan zij, dan mogen wij ter vereenvoudiging aannemen, dat de ware maanshoogte H' met dezelfde fout is aangedaan, of met andere woorden, dat $\delta H' = \delta H$ is.

Differentiëren wij de vergelijking

$$\frac{\cos A - \sin H \sin h}{\cos H \cos h} = \frac{\cos A' - \sin H' \sin h'}{\cos H' \cos h'}$$

voor H, H' en A' veranderlijk, dan is, als wij eerst de breuken verdrijven:

$$\cos A \cos H' \cos h' - \sin H \sin h \cos H' \cos h' = \cos A' \cos H \cos h - \sin H' \sin h' \cos H \cos h$$

en vervolgens:

$$\begin{aligned}-\delta H' \cos A \sin H' \cos h' - \delta H \cos H \sin h \cos H' \cos h' + \delta H' \sin H \sin h \sin H' \cos h' = \\ = \delta A' \sin A' \cos H \cos h - \delta H \cos A' \sin H \cos h - \delta H' \cos H' \sin h' \cos H \cos h + \\ + \delta H \sin H' \sin h' \sin H \cos h.\end{aligned}$$

of, dewijl $\delta H = \delta H'$ is, als wij $\delta A'$ oplossen:

$$\delta A' = \delta H \left\{ \frac{\cos A \sin H' \cos h' + \cos H \sin h \cos H' \cos h' - \sin H \sin h \sin H' \cos h'}{\sin A' \cos H \cos h} + \right.$$

$$\left. + \frac{\sin H' \sin h' \sin H \cos h - \cos H' \sin h' \cos H \cos h}{\sin A' \cos H \cos h} - \operatorname{cotg} A' \operatorname{tang} H \right\}$$

$$= \delta H \left\{ \frac{\cos A \sin H' \cos h' - \sin (h' - h) \cos (H + H')}{\sin A' \cos H \cos h} - \operatorname{cotg} A' \operatorname{tang} H \right\}$$

Blijkbaar is dus

$$\delta A' < \delta H \left\{ \frac{\cos A \sin H' \cos h'}{\sin A' \cos H \cos h} - \operatorname{cotg} A' \operatorname{tang} H \right\}$$

en dewijl nagenoeg

$$\frac{\cos A}{\sin A'} = \operatorname{cotg} A' \text{ en } \frac{\sin H'}{\cos H} = \operatorname{tang} H$$

is, zoo kunnen wij de grootheid tusschen de haakjes zonder bezwaar gelijk nul stellen. Eene kleine fout in de maanshoogte is dus van geen noemenswaardigen invloed op den waren afstand. Passen wij dezelfde redenering op de zonshoogte toe, dan komen wij tot hetzelfde besluit, en men zal bijgevolg eene kleine fout in de hoogten mogen begaan, zonder dat het resultaat daardoor merkbaar zal worden aangedaan.

3°. Invloed van eene fout in het verschil tusschen de ware en schijnbare hoogten op den afstand.

De invloed van eene fout in de hoogteverbeteringen op den waren afstand kan zeer aanzienlijk zijn. Laat, in fig. 214, T het toppunt, M' en S' de ware plaatsen der beide hemellichten zijn, dan is $S'M'$ de ware afstand. Heeft men echter in de hoogteverbeteringen fouten begaan, die wij door MM' en SS' voorstellen, dan zal door de berekening SM in de plaats van $S'M'$ worden gevonden.

Nemen wij op $M'S'$ stukken $NA = NM$ en $NB = NS$, dan is

$$SM = AB$$

en

$$S'M' = SM - M'A + S'B$$

terwijl de invloed der bedoelde fouten op den waren afstand door $M'A$ en $S'B$ wordt voorgesteld.

Dewijl wij de driehoekjes $MM'A$ en $SS'B$, als plat en regthoekig in A en B kunnen beschouwen, zoo is

$$S'B = SS' \cos S'$$
$$- M'A = MM' \cos M'$$

en dus, als wij de fout in den waren afstand $\delta A'$ noemen,

$$\delta A' = SS \cos S' - MM' \cos M'$$
$$= \text{fout in de hoogteverb.} \odot_* \cos S' - \text{fout in de hoogteverb.} ☾ \cos M'.$$

Uit deze uitdrukking blijkt, dat de fout in de hoogteverbeteringen den geringsten invloed op den afstand uitoefent, als de hoeken S' en M' gelijk 90° zijn. Die invloed is echter het grootst, als een der hoeken 180° en de andere 0° is, hetgeen plaats heeft, als de beide hemellichten zich onder elkander in denzelfden vertikaal-cirkel bevinden. Wij moeten alzoo de laatst bedoelde omstandigheid, voor de Lengtebepaling door afstanden, ongunstig noemen.

Oppervlakkig beschouwd, zal men de verbetering, die wij de hoogten hebben laten ondergaan, om haar tot het geocentrische toppunt te herleiden, ten einde den waren afstand volgens de methode van bladz. 290 te berekenen, overbodig achten, omdat ons op de vorige bladzijde is gebleken, dat eene kleine fout in de hoogten voor den waren afstand onschadelijk is. Hiertegen valt echter in te brengen, dat die bewering niet meer doorgaat, wanneer de fout in de hoogte minuten bedraagt, zooals bij de reductie van de hoogte tot het geocentrische toppunt het geval kan wezen. Dan toch verandert ook het bedrag der hoogtecorrectie, en de invloed van de fout, die men door het verwaarloozen van de afgeplatte gedaante der aarde begaat, moet dus voor een deel worden gerangschikt onder dien, welke in deze afdeeling beschouwd wordt.

Bij de berekening van den waren afstand uit den schijnbaren, zal men zich, naar aanleiding van het opgemerkte, eene vereenvoudiging mogen veroorloven, door de hoogten en den afstand in volle minuten in rekening te brengen, waarbij echter in het oog gehouden moet worden, dat het verschil tusschen de ware en de schijnbare hoogten niet mag veranderen. Is de ware afstand gevonden, dan vermindere of vermeerdere men dien met het aantal secunden, dat men bij den schijnbaren afstand heeft gevoegd of daarvan afgetrokken. Schrijven wij b. v. in het voorlaatste voorbeeld, in plaats van

$$H' = 15°\ 7'18'' \ldots\ldots \quad H' = 15°\ 7'\ 0''$$
$$h' = 7°40'32'' \ldots\ldots \quad h' = 7°40'\ 0''$$
$$\text{Afst.} = 96°\ 7'25'' \ldots\ldots \quad \text{Afst.} = 96°\ 7'44''$$

dan hebben wij H' met 18″ en h' met 32″ verminderd, doch den afstand met 19″ vermeerderd; wij moeten dus de schijnbare hoogten H en h dezelfde wijziging doen ondergaan. Hierdoor wordt

$$H = 14°12'28'' - 18'' = 14°12'10''$$
$$h = 7°47'\ 2'' - 32'' = 7°46'30''$$

De berekening komt dan aldus te staan:

$H' =$	$15^\circ\ 7'\ 0''$		
$h' =$	$7^\circ 40'\ 0''$		
$H' - h' =$	$7^\circ 27'\ 0''$	. . . .	sin vers. $= 0{,}008442$
$A =$	$96^\circ\ 7'44''$		
$P =$	$60^\circ\ 7'44''$		
$A - P =$	$36^\circ\ 0'\ 0''$	. . . .	„ $= 0{,}190983$
$A + P =$	$156^\circ 15'28''$	. . . .	„ $= 1{,}915365$
$H =$	$14^\circ 12'10''$		Som $= 2{,}114790$
$h =$	$7^\circ 46'30''$		
$H - h =$	$6^\circ 25'40''$		
$P =$	$60^\circ\ 7'44''$		
$H - h - P =$	$53^\circ 42'\ 4''$ sin vers. $= 0{,}408003$		
$H - h + P =$	$66^\circ 33'24''$ „ $= 0{,}602157$		
	Som $= 1{,}010160$	. . . .	$= 1{,}010160$
			sin vers. $A' = 1{,}104630$
			Ware afst. $A' = 96^\circ 0'21''\ (-\ 19'') = 96^\circ 0'2'$ als vroeger.

Wij verminderen den gevonden afstand met 19″, dewijl wij den schijnbaren afstand met die hoeveelheid hadden vermeerderd.

h. DE INVLOED VAN EENE FOUT IN DEN WAREN AFSTAND OP DE LENGTE.

Laat gegeven zijn in den almanak:

te t^u Greenw. . . . . . afstand $= a$
„ t' „ „ $= a'$

en zij de berekende afstand $= A$, dan vinden wij het daarmede overeenkomstige tijdstip T, door te stellen $T = t + x$ en voorts x door de bekende evenredigheid:

$$a' - a : A - a = t' - t : T - t$$

of

$$a' - a : A - a = 3^u : x$$

waaruit

$$x = 3^u \frac{A - a}{a' - a}.$$

Stellen wij nu, dat men in den waren afstand eene fout heeft begaan, dan zullen wij de gevonden formule, voor x en A veranderlijk, moeten differentiëren, om den invloed van de fout in A op x te leeren kennen. Wij vinden dan:

$$\delta x = 3^u \frac{\delta A}{a' - a} = \frac{45^\circ}{a' - a} \delta A$$

en dewijl gemiddeld $a' - a = 1^\circ 30'$ is, zooals ligtelijk kan worden nagegaan, door het verschil te nemen tusschen twee op elkander vol-

gende afstanden in den almanak, op verschillende tijdstippen, zoo komt ten slotte

$$\delta x = 30\ \delta A$$

waaruit blijkt, dat de fout in den afstand gemiddeld dertig maal vergroot op de Lengte zal overgaan.

Nog kunnen wij uit de uitdrukking voor δx afleiden, dat de invloed van de genoemde fout grooter wordt, naar gelang dat $(a' - a)$ kleiner is en omgekeerd; waardoor wij dan tevens de verklaring erlangen van de omstandigheid, dat men voor de afstanden alleen die hemellichten kiest, welke in de nabijheid van het vlak der maansbaan liggen, dewijl voor hen $(a' - a)$, of de verandering van den afstand in 3^u, de grootste waarde heeft.

i. DE REGELING VAN TIJDMETERS OP ZEE, MET BEHULP VAN MAANSAFSTANDEN.

Leert de ondervinding hoe langs zoo meer, dat er in tijdmeters geen onbepaald vertrouwen gesteld kan worden, en strekt menige schipbreuk daarvan ten bewijze, dan is het voor de zeevaart eene zeer gewigtige vraag, of men met de hulpmiddelen, die de hedendaagsche wetenschap ons geeft, den tijd te Greenwich door de maansafstanden zoo naauwkeurig kan bepalen, dat de vergelijking van den daardoor verkregen tijd met dien, welke uit de aanwijzing van een tijdmeter wordt afgeleid, tot beoordeeling van den tijdmeter kan dienen.

Om die vraag volledig te beantwoorden, hebben wij alleen na te gaan, welke de graad van naauwkeurigheid is, waarmede in zee, dus op een slingerend voorwerp, maansafstanden kunnen worden gemeten. De voortreffelijkheid toch van de meetwerktuigen, die wij in de reflexie-cirkels van PISTOR en MARTINS bezitten, de juistheid van de opgaven in den almanak en de naauwkeurigheid van de methoden, die wij in de vorige bladzijden hebben aangewezen, om met inachtneming van de afgeplatte gedaante der aarde den waren afstand uit den schijnbaren af te leiden, zijn aan geene bedenking onderhevig.

Ofschoon de naauwkeurigheid der waarneming van afstanden, met de hulpmiddelen van den tegenwoordigen tijd, aan boord van een schip, nog niet opzettelijk is onderzocht, zoo vermeenen wij toch eenigermate een besluit te kunnen trekken uit de mededeelingen, vervat in de verhandeling van den luitenant ter zee 1ᵉ klasse J. W. BINKES, *Over de naauwkeurigheid van de waarneming van maansafstanden*, enz. te Amsterdam, bij de Wed. G. HULST VAN KEULEN, 1861. Zeer belangrijk zijn de daarin voorkomende resultaten, welke door den genoemden zee-officier met een patent-cirkel van PISTOR en MARTINS aan den wal zijn verkregen. Zij geven ons de overtuiging,

dat de afstanden, aan den wal, met zeer groote naauwkeurigheid kunnen worden gemeten. Raadpleegt men vervolgens de opgaaf der verschillen tusschen de berekening en de waarneming, voorkomende op bladz. 29 van genoemd werk, of liever, omdat het ons te doen is om den tijd te Greenwich, de verschillen, in tijd uitgedrukt, op bladz. 46 en 47, tusschen den werkelijken tijd te Greenwich en dien, welke door de afstanden gevonden is, dan zullen wij die verschillen, als de waarnemingen aan boord van een schip zijn geschied, wel grooter moeten stellen, doch wij vermeenen de grenzen der fouten toch veel enger te kunnen nemen, dan vroeger bij het gebruik van sextanten en der minder naauwkeurig bekende maansplaatsen veroorloofd was. Stellen wij naar aanleiding daarvan, dat de fout in den tijd te Greenwich, als deze uit eene reeks van zes afstanden gevonden wordt, $\pm 20''$ tijds bedraagt, dan zal de berekende Lengte van het schip 5′ boogs met de ware Lengte verschillen, en wij zullen tot het besluit mogen komen, dat de volstrekte Lengte uit eene enkele reeks afstanden bepaald kan worden met eene naauwkeurigheid, die ten volle beantwoordt aan de eischen, welke men voor de veiligheid in de zeevaart kan stellen. Vermeerdert men het aantal waarnemingen, dan zal de bovengestelde fout, althans binnen zekere grenzen, nog eenigzins kleiner kunnen worden, en men zal dus de vraag, of de tijdmeters door de afstanden kunnen gecontroleerd worden, bevestigend mogen beantwoorden. Ziehier op welke wijze de regeling van tijdmeters in zee door afstanden kan geschieden.

Heeft men eene reeks van afstanden genomen, en de overeenkomstige aanwijzingen van een tijdmeter daarbij opgeteekend, dan herleide men elken schijnbaren afstand afzonderlijk tot den waren, berekene daarmede den tijd te Greenwich en neme vervolgens het verschil tusschen dien tijd en de overeenkomstige aanwijzing van den tijdmeter. Hierdoor zal men evenveel standen van den tijdmeter tot den genoemden tijd verkrijgen, als er afstanden zijn gemeten, waaruit dan het gemiddelde genomen wordt. Behalve dat door deze handelwijze rekenfouten kunnen worden opgespoord, die men, door het berekenen van den gemiddelden tijd te Greenwich uit den gemiddelden afstand niet zou opmerken, zoo zal men ook uit de onderlinge overeenkomst der standen de juistheid der waarnemingen kunnen beoordeelen, en door het verwerpen van die waarnemingen, welker resultaat zeer veel van het middental afwijkt, den gemiddelden stand naauwkeuriger kunnen bepalen.

Berekent men voorts den stand des tijdmeters, met behulp van den dagelijkschen gang, waarmede men naar zee is gegaan, dan zou het verschil van de gevonden standen, gedeeld door het aantal dagen, dat er sedert den datum der regeling is verloopen, de verandering in den gang des tijdmeters zijn, bijaldien de stand, uit den afstand verkregen, met geene fout ware aangedaan. Neemt men echter dagelijks, of zoo

dikwijls mogelijk, afstanden, en bepaalt men daaruit telkens den stand van denzelfden tijdmeter, dan zal men na eenige dagen de som kunnen nemen van de genoemde verschillen. In die som zullen vele toevallige fouten der afstandswaarneming elkander vernietigen, en wanneer men dan die som deelt door de som van het aantal dagen, dat tijdens elke waarneming sedert den datum der regeling is verloopen, dan zal men de gemiddelde dagelijksche verandering in den gang des tijdmeters, sedert het vertrek naar zee, op eene zeer voldoende wijze, hebben gevonden.

Voorbeeld. Een schip vertrekt den 1sten Januarij van zeker jaar naar zee. Door te handelen op de voorschreven manier, vindt men de onderstaande verschillen op de nevenstaande dagen:

11 Januarij,	dus na 10	dagen; verschil der standen	$= + 3'',5$
12 „	„ „ 11	„ „ „ „	$= - 9,6$
13 „	„ „ 12	„ „ „ „	$= - 15,4$
14 „	„ „ 13	„ „ „ „	$= + 2,2$
15 „	„ „ 14	„ „ „ „	$= - 17,6$
24 „	„ „ 23	„ „ „ „	$= - 2,0$
25 „	„ „ 24	„ „ „ „	$= + 10,5$
30 „	„ „ 29	„ „ „ „	$= - 6,4$
4 Februarij	„ „ 34	„ „ „ „	$= - 9,3$
	dus in 170	„ „ „ „	$= - 44'',1$

dan is

$$\text{gemiddelde verandering} = \frac{-44'',1}{170} = -0'',26.$$

Had die tijdmeter, bij het vertrek naar zee, een dagelijkschen gang van $+3'',46$, dan zal de verbeterde gang worden:

$$+3'',46 - 0'',26 = +3'',20$$

en de standen, die men na den 4den Februarij met dien nieuwen gang bepaalt, zullen naauwkeuriger zijn, dan die, welke met behulp van den eerst aangenomen gang zouden worden gevonden.

Wordt bij den tijdmeter eene formule medegegeven, en heeft men den stand des tijdmeters, met inachtneming van de temperatuursverandering, volgens die formule bepaald, dan zal men op dezelfde wijze, uit het verschil tusschen dien stand en den stand, welke uit de afstanden is afgeleid, ook de verbetering van de constante van den dagelijkschen gang kunnen vinden. Men neme echter daarbij in acht, dat de bedoelde constante geldt voor eene temperatuur van $+14°$ R., terwijl de gemiddelde verandering, die men naar de bovenstaande methode vindt, gerekend moet worden te behooren bij de gemiddelde temperatuur, gedurende den tijd, die sedert den datum der regeling is verloopen, zoodat de gevonden verbetering tot de genoemde temperatuur moet worden teruggebragt.

Werd b. v. de gang van zekeren tijdmeter voorgesteld door de formule:

$$g = 1'',09 - 0'',043\,(t - 14^\circ) + 0'',01367\,(t - 14^\circ)^2$$

en vond men naar de voorschreven methode eene gemiddelde verandering in den gang van $-0'',3$, bij eene gemiddelde temperatuur van $+10^\circ$ R., dan zoude men hebben:

Berekende gang volgens de formule bij 10° R.	$= +1'',49$
Verbetering „ „ „	$= -0'',3$
Verbeterde gang „ „ „	$= +1'',19$

en vervolgens:

$$+1'',19 = x - 0'',043\,(10^\circ - 14^\circ) + 0'',01367\,(10^\circ - 14^\circ)^2$$

waaruit:

$$-0'',043 \times -4 = +0'',172$$
$$+0'',01367 \times +16 = +0'',219$$
$$+0'',39$$

en dus:

$$x = +1'',19 - 0'',39 = +0'',80$$

zoodat de formule zal overgaan in deze:

$$g = +0'',80 - 0'',043\,(t - 14^\circ) + 0'',01367\,(t - 14^\circ).$$

Ook voor hen, die niet in het bezit zijn van de reflexie-werktuigen van PISTOR en MARTINS, maar die zich van gewone sextanten bedienen, geven de afstanden een uitstekend middel aan de hand, om hunne tijdmeters te controleren, al is het dan niet binnen een klein tijdvak met die juistheid, waartoe ons de eerstgenoemde, meer volkomene werktuigen in staat stellen.

De Engelsche kapitein H. TOYNBEE, bevelhebber van een der schepen van de voormalige Engelsche Oost-Indische compagnie, heeft in verschillende stukken van het Nautical Magazine mededeelingen gedaan omtrent de methode, die hij daarbij volgt. Ziehier op welke wijze hij te werk gaat.

Zooveel mogelijk de waarnemingen vermenigvuldigende, meet hij eerst Oostelijke en daarna Westelijke afstanden van de zon en de maan, of omgekeerd, en bepaalt uit elken afstand den stand des tijdmeters tot den middelbaren tijd te Greenwich. Hierdoor verkrijgt hij, zoowel door de Oostelijke als door de Westelijke afstanden, twee gemiddelde standen, die voor twee datums gelden, welke in het midden der tijdvakken liggen, waarover de waarnemingen zich uitstrekken. Door die twee standen andermaal te middelen, verkrijgt hij den gemiddelden stand des tijdmeters uit afstanden ter wederzijde van de maan gemeten, voor het gemiddelde van de daarbij behoorende tijden, grootendeels bevrijd van de standvastige fouten, die uit zijne persoonlijke fout als waarnemer en uit de onnaauwkeurigheden van zijn meetwerktuig voortvloeijen.

Aldus vond hij:

1861 Oostelijke afstanden ⊙ en ☾.

2 Februarij	uit 3 afstanden;	stand	tijdmeter	=	— 18′ 47″,8
2	„	„	„	„	— 18 39 ,8
3	„	„	„	„	— 18 54 ,4
3	„	„	„	„	— 18 28 ,5
4	„	„	„	„	— 18 41 ,2
4	„	„	„	„	— 18 38 ,3
6) 18					6) 250″,0
3 Februarij	. . . .	Gemidd. stand		=	— 18′ 41″,7

Westelijke afstanden ⊙ en ☾.

13 Februarij	uit 3 afstanden;	stand	tijdmeter	=	— 16′ 30″,3
13	„	„	„	„	— 16 51 ,0
14	„	„	„	„	— 16 36 ,7
14	„	„	„	„	— 16 53 ,7
4) 54					4) 171″,7
13,5 Februarij	. . . .	Gemidd. stand		=	— 16′ 42″,9.

Wij hebben dus:

3 Februarij,	gemiddelde stand tijdmeter	=	— 18′41″,7
13,5	„ „ „ „	=	— 16′42″,9
2) 16,5			2) 35′24″,6
8 Febr.	gemidd. stand uit O. en W. afst.	=	— 17′42″,3.

Bij het vertrek van Calcutta, den 22sten December 1860, was die tijdmeter vóór op den middelbaren tijd te Greenwich $0^{u}16'3'',6$, terwijl zijn dagelijksche gang — 2″,3 bedroeg.

Wij vinden:

Stand den 8sten Februarij	=	— 17′42″,3
„ „ 22sten December	=	— 16′ 3″,6
in 48 dagen verand.	=	— 1′38″,7

$$\text{Gemidd. gang in 1 dag} = -\frac{98'',7}{48} = -2'',06.$$

Toetsen wij den aldus bepaalden gang en stand op den 8sten Februarij, aan de bevinding op den 18^den^ Februarij, bij aankomst van het schip in de Tafel-baai. Na drie dagen ten anker gelegen te hebben, vond TOYNBEE door tijdseinen op den 20sten Februarij:

Stand tijdm. = — 17′55″; gang = — 1″,8.

Herleiden wij den laatstgevonden stand tot op den 8sten Februarij, dan komt:

8 Febr. stand door regeling in de Tafel-baai	=	— 17′33″,4
„ „ „ afstanden in zee	=	— 17′42″,3
Verschil	=	8″,9

en men ontwaart, dat de stand en de gang, die door de afstanden bepaald zijn, eene opmerkelijke overeenkomst bezitten met de aan den wal bevonden regeling.

Zoekt men nu, bij het voortzetten der reis op overeenkomstige wijze, telkens den stand van den tijdmeter, met behulp van afstanden ter wederzijde van de maan, dan zal men na elken maansomloop den gang kunnen opmaken. Die gang zal ook nog worden verkregen, als men den gemiddelden stand, b. v. uit de Oostelijke afstanden, verbindt met dien uit de eerstvolgende Westelijke waarnemingen, waardoor men dan bij elken halven maansomloop den gang zal kunnen controleren.

Toynbee slaat geen acht op het aantal waarnemingen, waaruit de standen worden afgeleid. Is echter het aantal Oostelijke waarnemingen grooter dan dat der Westelijke, dan moet ook, wil men naauwkeurig te werk gaan, aan het resultaat, dat men door de eerstgenoemde verkrijgt, grooter waarde worden toegekend, dan aan dat door de laatstgenoemde; doch men kan in dit geval aan het grooter aantal geen grooter coëfficient geven, dewijl alsdan de persoonlijke fout niet zou verdwijnen. Men zal dus wel doen het aantal waarnemingen, waaruit de gemiddelden worden afgeleid, even groot te nemen.

Nog zou hierbij kunnen gevoegd worden, dat de omstandigheden, waaronder de waarnemingen geschieden, verschillend kunnen zijn. Zoo zal, b. v. wanneer de afstand snel verandert, een naauwkeuriger resultaat worden verkregen, dan wanneer zijne verandering langzaam geschiedt, en streng genomen zou dit in aanmerking behooren te komen. Wij gelooven echter, dat deze bijzonderheden over het hoofd mogen gezien worden.

Beschouwen wij thans de resultaten door toynbee verkregen, uit afstanden tusschen de maan en eenige sterren.

Hij vond:

1861										
23	Januarij	uit	W	afstand	tot	α Ariëtes,	stand	tijdm.	= —	14′52″,2
23	„	„	O	„	„	Regulus	„	„		19 9 ,3
24	„	„	W	„	„	Aldebaran	„	„		14 44 ,7
24	„	„	O	„	„	Saturnus	„	„		18 59 ,0
25	„	„	W	„	„	Aldebaran	„	„		14 50 ,8
25	„	„	O	„	„	Saturnus	„	„		19 15 ,7
26	„	„	W	„	„	Aldebaran	„	„		15 35 ,7
26	„	„	O	„	„	Saturnus	„	„		20 22 ,2
27	„	„	W	„	„	Pollux	„	„		15 57 ,5
27	„	„	O	„	„	Spica	„	„		20 58 ,2
28	„	„	W	„	„	Pollux	„	„		15 57 ,5
28	„	„	O	„	„	Spica	„	„		20 12 ,3
306 / 12									=	210′55″,1 / 12
25,5	Januarij	. . . .					Gemiddelde	stand	= —	17′34″,6.

Volgens de regeling, opgemaakt te Calcutta, was op dien datum de stand van dien tijdmeter — 17′22″,9, en het verschil tusschen dezen stand en dien, welke door de afstanden bepaald was, bedraagt alzoo:

$$17'34'',6 - 17'22'',9 = 11'',7.$$

Opmerkelijk is het verschil, dat er tusschen de standen bestaat, naar gelang dat zij uit de Oostelijke, dan wel uit de Westelijke afstanden zijn afgeleid. Dat verschil is bij de afstanden tot de zon kleiner dan bij die tot de sterren, en spruit waarschijnlijk voort uit de onvolkomenheid der gekleurde glazen. Kan men de fout dier glazen door het omleggen vernietigen, zooals bij de reflexie-instrumenten van PISTOR en MARTINS het geval is, dan vervalt grootendeels de aanleiding tot het meten van afstanden ter wederzijde van de maan, mits de fout van het instrument bekend zij. Het tijdvak, waarover anders de waarnemingen moeten loopen, zal dan de helft kleiner kunnen genomen worden. Aanbevelenswaardig is echter het onderzoek, dat in dezen ieder waarnemer kan bewerkstelligen, en alleen door dat onderzoek met zorg voort te zetten, zal men over de personeele fouten van den waarnemer een gewettigd oordeel kunnen uitspreken.

Wij achten het medegedeelde toereikend om aan te toonen, dat de maansafstanden, mits met zorg waargenomen en berekend, onschatbare diensten aan de zeevaart kunnen bewijzen, en wij besluiten alzoo onze beschouwing over dit onderwerp met de ernstige aansporing, dat men geene gelegenheid tot het waarnemen van afstanden verzuime, maar zooveel mogelijk, met behulp van deze, zijn bestek verbetere.

III. VRAAGSTUKKEN TOT OEFENING.

1. Den 15^{den} Julij 1863, op 47° gegiste W. L., des morgens te 7^{u}40′35″ middelbaren tijd aan boord, wijst een tijdmeter 6^{u}4′10″. Indien de stand van dien tijdmeter tot den middelbaren middag te Greenwich, den 4^{den} Februarij van hetzelfde jaar, + 5^{u}7′14″ was, en de dagelijksche gang — 8″,6 bedraagt, vraagt men de Lengte van het schip.

Antw. 46°56′11″ W. Lengte.

2. Men vraagt als boven, indien de gegiste O. Lengte 133° was.

Antw. 133°2′45″ O. Lengte.

3. Den 4^{den} Augustus 1864, des namiddags te 4^{u}20′16″ middelbaren tijd aan boord, wees een tijdmeter 4^{u}20′16″. Indien de gegiste O. Lengte 59° was, vraagt men de Lengte.

2 Januarij 1864 stand tijdm. = — 4^{u}20′16″; gang = + 5″,7.

Antw. 59°57′37″ O. Lengte.

4. Indien men zich in het vorige vraagstuk naar gissing op 120° W. Lengte had bevonden, vraagt men de Lengte.

Antw. 120°3′6″ W. Lengte.

5. Den 10^den^ Maart 18.., op 20°6′ Z. Breedte en 170°10′ gegiste O. Lengte, des voormiddags ongeveer te 10^u, terwijl een tijdmeter $9^u20'40''$ aanwijst, meet men de onderrandshoogte van de zon 56°46′30″ en peilt men haar Z 114°30′ O. Indien vervolgens om de WNW wordt gestuurd, met 6 mijls vaart per wacht, en naar aanwijzing van denzelfden tijdmeter te $1^u18'50''$ eene corresponderende zonshoogte wordt genomen, vraagt men den stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd op de tweede waarnemingsplaats, benevens de Lengte.

1 Maart van hetzelfde jaar was de stand van dien tijdmeter tot den middelbaren middag te Greenwich $+ 1^u29'0''$, terwijl zijn dagelijksche gang $+ 2'',8$ bedraagt.

8 Maart te 0^u Greenw.	⊙ Z. declin.	= 4°47′12″,0				
9 „ „ „	„	= 4°23′46″,2	in 1^u	verand.	=	— 58″,7
10 „ „ „	„	= 4° 0′17″,1				
9 „ „ „	Tijdvereff.	= 10′42″,1	„	„	=	— 0″,653

(Aftrekken van den middelb. tijd).

Antw. Tijdmeter na $0^u50'6''$. O. Lengte = 170°10′33″.

6. Den 7^den^ Junij 1857, op 30°17′ N. Breedte en 118° gegiste W. Lengte, des voormiddags naar aanwijzing van een tijdmeter te $8^u50'30''$, wordt eene onderrandshoogte van de zon gemeten. Des namiddags, terwijl die tijdmeter $2^u40'0''$ aanwijst, wordt eene gelijke hoogte van de zon waargenomen. Indien nu de zon bij de eerste waarneming is gepeild in den eersten vertikaal en de koers tusschen de beide waarnemingen NO is, met 10 mijls vaart per wacht, vraagt men de Lengte van de tweede waarnemingsplaats.

1 Januarij van hetzelfde jaar was de stand van dien tijdmeter tot den middelbaren middag te Greenwich $— 4^u8'20''$, terwijl zijn dagelijksche gang $+ 5'',4$ bedraagt.

6 Junij te 0^u Greenw.	⊙ N. declin.	= 22°41′15″,3				
7 „ „ „	„	= 22°47′11″,1	in 1^u	verand.	=	+ 13″,83
8 „ „ „	„	= 22°52′43″,0				
7 „ „ „	Tijdvereff.	= 1′29″,0	„	„	=	— 0″,463

(Bijtellen bij den middelb. tijd).

Antw. 117°43′10″ W. Lengte.

7. Den 25sten Augustus 1857, op 20°17′ Z. Breedte en 65°30′ gegiste W. Lengte, des voormiddags naar aanwijzing van een tijdmeter te $3^u6'50''$, wordt eene zonshoogte gemeten, en de zon te gelijker tijd gepeild N 130° O. Indien vervolgens om de ZOtO met 8 mijls vaart wordt gestuurd, en naar aanwijzing van denzelfden tijdmeter te $7^u8'30''$ eene corresponderende zonshoogte wordt waargenomen, vraagt men de Lengte der plaats, alwaar de tweede hoogte is gemeten.

1 Jan. van hetzelfde jaar stand tijdm. te 0^u Greenw. = — $0^u11'35''$; dag. gang = — 8″2.

24 Aug. te 0^u Greenw. ⊙ N. declin.	= 11° 3′10″,5		
25 „ „ „ „	= 10°42′29″,6	in 1^u verand.	= — 52″,12
26 „ „ „ „	= 10°21′38″,5		
25 „ „ „ Tijdvereff.	= 1′53″,28	„ „	= — 0″,688

(Aftrekken van den middelb. tijd).

Antw: 65°5′18″ W. Lengte.

8. Den 12[den] Januarij 18.., aan de Kaap de Goede Hoop, is de stand van een tijdmeter tot den middelbaren middag te Greenwich — $3^u7'14''$, terwijl zijn dagelijksche gang wordt voorgesteld door de formule:

$$\text{dag. gang} = +3'',82 - 0'',043\,(t - 14°) + 0'',0147\,(t - 14°)^2.$$

Den 13[den] Januarij des morgens naar zee gegaan zijnde, vindt men achtereenvolgens, terwijl er om de West wordt gestuurd:

Middelb. tijd a/b.		Aanw. tijdm.	Temp.
13 Jan. te $8^u11'$ 5″	V. M.	10^u 5′39″	11°,6 R.
14 „ „ 7 50 20	„	9 48 38	13, 3
15 „ „ 8 0 2	„	10 3 1	15, 2
15 „ „ 3 40 20	N. M.	5 46 14	16, 4
16 „ „ 8 15 30	V. M.	10 24 4	17, 3
17 „ „ 7 52 28	„	10 6 54	16, 2

Men vraagt de Lengte van het schip op die tijdstippen.

Antw.

13 Januarij	O. Lengte	= 18° 9′12″,5
14 „	„	= 17 12 15, 3
15 „	„	= 16 1 2, 9
15 „	„	= 15 16 59, 6
16 „	„	= 14 36 19, 7
17 „	„	= 13 7 23, 4

9. Des voormiddags van den 7[den] September 18.., volgens het gegiste bestek sedert den voorgaanden middag op 22°10′ N. Breedte en 36° W. Lengte, vindt men door eenige zonshoogten voor den middelbaren tijd aan boord $7^u23'30''$, terwijl een tijdmeter $7^u33'20''$ aanwijst. Indien men van dat oogenblik tot den middag van den 7[den] 8 mijl om de ZZO behoudt, en voor de middagsbreedte 21°15′,2 N. vindt, vraagt men de verbeterde tijdmeterslengte op den middag. De stand van dien tijdmeter was den 1[sten] April van hetzelfde jaar te 0^u Greenwich + $2^u2'40''$, terwijl zijn dagelijksche gang + 4″,2 bedraagt.

7 Septemb. te 0^u Greenw. ⊙ N. declin.	= 6°0′14″,4	in 1^u verand.	= — 56″,14
„ „ „ Tijdvereff.	= 2′ 8″25	„ „	= + 0″,842

(Bijtellen bij den middelb. tijd.)

Antw. 35°42′15″ W. Lengte.

10. Indien men zich in het vorige vraagstuk, des morgens te $7^{u}23'30''$, op 21°10′ Z. Breedte had bevonden, vraagt men de verbeterde tijdmeterslengte te 12^{u}. De ware Z. Breedte op den middag zij 21°15′,2.

Antw. 35°36′10″. W. Lengte.

11. Den 2^{den} Februarij 18.., op 50°6′ N. Breedte en 20°6′ W. Lengte, vraagt men, des avonds te $7^{u}20'15''$ middelbaren tijd aan boord, de ware en de schijnbare middelpuntshoogte van de maan.

2 Febr. te 0^{u} Greenw.	⊙ Æ	$= 21^{u}\ 4'32'',4$	Tijdvereff. $= 14'2'',74$ (aftr.)	
„ „ „ „	☾ e. h. verschilz.	$= 58'58'',4$		
„ „ 12^{u} „	„ „	$= 58'50'',2$		
„ „ 9^{u} „	☾ Æ.	$= 3^{u}36'41'',68$	☾ N. declin. $= 23°24'8'',8$	
„ „ 6^{u} „	„	$= 3^{u}29'25'',72$	in 10′ verand. $= +\ 103'',3$.	

Antw. Ware hoogte = 62°19′33″; schijnbare hoogte = 61°52′18″.

12. Men vraagt op den 4^{den} Februarij 18.., des avonds te $9^{u}7'40''$ middelbaren tijd aan boord, de ware en de schijnbare hoogte van Saturnus, als de Z. Breedte 30°20′ en de O. Lengte 24°50′ is.

4 Febr. te 0^{u} Greenw. ⊙ Æ.	$= 21^{u}12'37'',55$		
„ „ „ Tijdvereff.	$= 14'14'',78$ (aftr.)		
„ „ „ ♄ Æ.	$= 6^{u}35'43'',55$	N. declin.	$= 22°42'35'',7$
5 „ „ „ „	$= 6^{u}35'29'',17$	„	$= 22°42'56'',6$
♄ e. h. verschilz.	$= 1''$.		

Antw. Ware hoogte = 36°31′9″; schijnbare hoogte = 36°32′26″.

13. Den 12^{den} Junij 18.., op 10°20′ N. Breedte en 26°30′ W. Lengte, vraagt men, des morgens te $3^{u}50'48''$ middelbaren tijd aan boord, de ware en de schijnbare hoogten van de sterren α in de Zwaan, Fomalhaut en Markab.

12 Junij te 0^{u} Greenw. ⊙ Æ.	$= 5^{u}22'31'',04$	Tijdvereff.	$= 0'30'',84$ (bijtellen)
„ α in de Zwaan Æ.	$= 20^{u}36'35'',3$	N. declin.	$= 44°46'\ 0''$
„ Fomalhaut „	$= 22^{u}49'46'',4$	Z. „	$= 30°22'30''$
„ Markab „	$= 22^{u}57'39'',7$	N. „	$= 14°26'11''$.

Antw.

α in de Zwaan	ware hoogte = 54°41′43″	schijnb. hoogte = 54°42′24″
Fomalhaut	„ „ = 43° 5′30″	„ „ = 43° 6′31″
Markab	„ „ = 64° 4′48″	„ „ = 64° 5′16″.

14. Den 24sten October 18.., des avonds ongeveer te 7^{u}, op 17°50′ Z. Breedte en naar gissing op 52° W. Lengte, meet men den afstand tusschen Fomalhaut en den naasten rand van de maan 57°14′8″, de onderrandshoogte der maan 21°13′0″ en de hoogte van Fomalhaut 67°18′10″. Indien op dat oogenblik de tijdmeter $2^{u}39'59'',4$ aanwijst, de hoogte van het oog 16 voet, het azimuth van Fomalhaut

Z 52°15′ O, en dat van de maan N 71°27′ O is, vraagt men den stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich door den afstand te bepalen, met inachtneming van de afplatting der aarde.

Den 1sten Januarij van hetzelfde jaar (gewoon jaar), was de tijdmeter vóór op den middelbaren middag te Greenwich $4^u6'50''$, terwijl hij dagelijks $2'',6$ vertraagt.

24 Oct. te 0^u Greenw. ☾ ½ midd. = 16′24″,3 ☾ e. h. verschilz. = 60′ 4″,9
„ „ „ 12^u „ „ = 16′21″,1 „ „ = 59′53″,4

Afstand te IX^u = 55°41′ 6″
„ „ XII^u = 57°23′58″.

Antw. Stand tijdmeter = $3^u54'43'',4$ (—).

15. Den 2den Augustus 18.., op 74°40′ N. Breedte, des namiddags, naar aanwijzing van een tijdmeter te $5^u47'30''$, wordt de afstand waargenomen tusschen de randen van zon en maan 60°20′50″. Indien de stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich, volgens de regeling + $5^u31'30''$, en die tot den middelbaren tijd aan boord — $0^u49'10''$ bedraagt, vraagt men den eerstbedoelden stand met behulp van den afstand te verbeteren, met inachtneming van de afgeplatte gedaante der aarde.

2 Aug. te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 18° 7′40″,2 in 1^u verand. = — 36″,5
„ „ „ „ ⊙ Æ. = $8^u44'$ 2″,8 „ „ = + 9″,70
„ „ „ „ Tijdvereff. = 6′ 5″,7 „ „ = — 0″,151
(Aftrekken van den middelb. tijd).

„ „ „ „ ☾ ½ midd. = 16′22″,5 ☾ e. h. verschilz. = 60′ 5″,4
„ „ 12^u „ „ = 16′17″,5 „ „ = 59′47″,5
„ „ „ „ ☾ Æ. = $12^u44'30'',7$ in 1^u verand. = + 2′14″,2
„ „ „ „ ☾ N. declin. = 0°42′38″,2 „ 10′ „ = — 131″,6.

Afstand te IX^u = 59°19′35″
„ „ XII^u = 61° 0′46″
$\varphi - \varphi' = 5'53''$.

Antw. Stand tijdmeter = $5^u31'21'',5$ (+).

16. Den 23sten September 18.. (gewoon jaar), op 29°28′ Z. Breedte en 80°12′ gegiste O. Lengte, met het oog 19 Rijnl. voet boven water, des morgens ongeveer te 9^u middelbaren tijd aan boord, is waargenomen:

Aanw. tijdm.	☾̄ Hoogte.	⊙̲ Hoogte.	⊙☾ Afstand.
$9^u32'36''$	19°57′40″		
32 48	19 58 52		
33 6	20 1 10		
$9^u33'45''$		41°56′10″	
34 8		41 57 2	
34 38		41 57 36	
$9^u35'12''$			46°51′20″
35 38			46 51 40
35 54			46 52 10
$9^u36'25''$		42°1′45″	
36 48		42 2 12	
37 15		42 2 48	
$9^u37'56''$	21°3′20″		
38 10	21 4 12		
38 36	21 5 25		

Men vraagt de Lengte der plaats, waar de afstand is gemeten, benevens den stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich.

Den 4^{den} Januarij van hetzelfde jaar, was de stand van den tijdmeter tot den middelbaren middag te Greenwich $+ 6^u5'18''$. De tijdmeter vertraagt dagelijks 3″,4.

22 Sept. te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 0°23′32″ in 1^u verand. = — 58″,49
„ „ „ „ Tijdvereff. = 7′13″,27 „ „ = + 0″,864
(Bijtellen bij den middelb. tijd).
„ „ „ 12^u „ ☾ ½ midd. = 14′51″ ☾ e. h. verschilz. = 54′31″
23 „ „ 0^u „ „ = 14′54″ „ „ = 54′42″

Afstand te XV^u = 46°26′ 2″
„ „ XVIII^u = 47°49′13″.

Antw. O. Lengte = 79°44′15″. Stand tijdm. = $6^u20'19''$,4 (+).

17. Den 11^{den} October 18.., op 51°28′50″ N. Breedte en 0°3′ gegiste W. Lengte, des morgens te $11^u26'30''$ middelbaren tijd aan boord, wordt de afstand tusschen zon en maan gemeten 107°21′2″. Indien de afstand met den vertikaal-cirkel der maan een hoek maakt van 50°26′, vraagt men de Lengte der waarnemingsplaats voor de afgeplatte aarde.

Verbeterde ⊙ Z. declin. = 7°22′33″ Tijdvereff. = 13′25″,7 (bijtellen)
„ „ Æ. = 13^u 9′25″
„ ☾ „ = 6^u 6′23″ ☾ N. declin. = 26°43′14″
10 Oct. te 12^u Greenw. ☾ ½ midd. = 14′57″ ☾ e.h.verschilz. = 54′45″
11 „ „ 0^u „ „ = 14′54″ „ „ = 54′34″

Afstand 10 Oct. te XXI^u = 108°28′30″
„ 11 „ „ 0^u = 107° 6′10″.

Antw. W. Lengte = 0°1′7″,5.

18. Den 19den Januarij 18 . . , op 12°20′ Z. Breedte en 51°35′ gegiste O. Lengte, naar aanwijzing van een tijdmeter te $1^u20'16''$, zijn des morgens omstreeks 7^u waargenomen: de onderrandshoogte van de zon 19°37′14″, de bovenrandshoogte van de maan 71°1′43″ en de afstand tusschen de randen dier hemellichten 88°12′0″. De hoogte van het oog is 12 Rijnl. voet. Men vraagt den stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich.

Den 1sten December van het vorige jaar, te 0^u Greenwich, was de stand van dien tijdmeter tot den middelbaren tijd aldaar $+ 2^u22'43''$. De tijdmeter vertraagt dagelijks 6″,0.

18 Jan.	te	12^u	Greenw.	☾ ½ midd. =	15′ 5″,0	☾ e. h. verschilz.	=	55′20″,0
19	„	„ 0^u	„	„ =	15′ 9″,4	„ „	=	55′39″,7.

Afstand te XV^u = 88°51′45″
„ „ XVIII^u = 87°26′51″.

Antw. Stand tijdm. = $2^u28'22''$,5 (+).

19. Den 4den Februarij 18 . . , op 47°40′30″ N. Breedte en 176°30′ gegiste O. Lengte, wordt waargenomen, met het oog 16 Rijnl. voet boven water, des avonds ongeveer te $8^u46'20''$ middelbaren tijd aan boord, de hoogte van Saturnus 59°18′0″, de onderrandshoogte van de maan 26°57′0″ en de afstand tusschen Saturnus en den naasten rand der maan 78°59′3″. Indien het azimuth van Saturnus op het oogenblik der waarneming Z 32° W, en dat van de maan Z 84°48′ O gepeild wordt, vraagt men de Lengte van de waarnemingsplaats voor de afgeplatte aarde.

3 Febr.	te	12^u	Greenw.	☾ ½ midd. =	14′45″,6	☾ e. h. verschilz. =	54′3″,5
4	„	„ 0^u	„	„ =	14′46″,7	„ „ =	54′7″,8
„	„	„ „	„	♄ Æ. =	$4^u30'$ 1″,5	in 24^u verand. =	— 3″,16
„	„	„ „	„	♄ N. declin. =	20°13′14″,0	„ „ =	+ 8″,40
„	„	„ „	„	☉ Æ. =	21^u 6′29″,3	Tijdvereff. =	14′5″,7 (aftr.)

Afstand te XVIII^u = 77° 4′42″
„ „ XXI^u = 78°33′45″.

Antw. O. Lengte = 176°55′51″.

20. Den 4den Januarij 18 . . , op 33°29′40″ N. Breedte en naar gissing op 14°30′ W. Lengte, met het oog 17 Rijnl. voet boven water, des avonds ongeveer te $10^u30'$ middelbaren tijd aan boord, wordt waargenomen de hoogte van Aldebaran 68°21′30″, de onderrandshoogte van de maan 50°10′0″ en de afstand tusschen den naasten rand der maan en de genoemde ster 55°17′10″. Indien de aanwijzing van den tijdmeter, tijdens de waarneming, $6^u2'10''$ is, vraagt men den stand van den tijdmeter tot den middelbaren tijd te Greenwich, met inachtneming van de afgeplatte gedaante der aarde, door middel van den afstand te bepalen.

Den 14^{den} October van het vorige jaar, was de stand van den tijdmeter tot den middelbaren middag te Greenwich + 5^{u}38′15″,5, terwijl zijn dagelijksche gang — 5″,5 bedraagt.

4 Jan. te 0^u Greenw. ☾ ½ midd. = 14′45″,3 ☾ e. h. verschilz. = 54′ 2″,7
„ „ 12^u „ „ = 14′44″,8 „ „ = 54′ 0″,7
„ „ „ „ ☾ N. declin. = 24°23′ 6″ in 10′ verand. = — 59″,0
✱ N. declin. = 16°12′54″.

Afstand te IX^u = 53°48′39″
„ „ XII^u = 55°16′28″.

Antw. Stand tijdm. = 5^{u}25′47″ (+).

21. Den 28sten April 18.., op 44°45′ N. Breedte en naar gissing op 164°47′ O. Lengte, des avonds ongeveer te 6^{u}30′ middelbaren tijd aan boord, met het oog 20 Rijnl. voet boven water, zijn waargenomen: de hoogte van Venus 33°15′0″, die van den onderrand der maan 37°7′10″ en de afstand van den naasten rand der maan tot Venus 102°45′8″. Men vraagt de Lengte voor de afgeplatte aarde.

27 April te 12^u Greenw. ☾ ½ midd. = 14′59″,0 ☾ e. h. verschilz. = 54′52″,6
28 „ „ 0^u „ „ = 15′ 2″,5 „ „ = 55′ 5″,7
27 „ „ 18^u „ ☾ N. declin. = 7°12′28″,9 in 10′ verand. = —137″,5
28 „ „ 0^u „ ⊙ Æ. = 2^{u}21′ 0″,5 Tijdvereff. = 2′33″,7(bijtel.)
„ „ „ „ „ ♀ „ = 4^{u}32′ 3″,9 N. declin. = 23°11′15″,9
27 „ „ „ „ „ „ = 4^{u}26′57″,0 „ = 22°57′39″,9
♀ e. h. verschilz. = 6″,4.

Afstand te XVIII^u = 101°42′11″
„ „ XXI^u = 103° 4′51″.

Antw. O. Lengte = 164°49′57″.

22. Den 7^{den} December 18.., op 43°15′ Z. Breedte en 43°14′ gegiste W. Lengte, des morgens te 7^{u}7′0″ middelbaren tijd aan boord, is waargenomen de afstand tusschen zon en maan 100°9′38″. Men vraagt de Lengte, met inachtneming van de afgeplatte gedaante der aarde en van de 2de verschillen der afstanden.

7 Dec. te 0^u Greenw. ⊙ Æ. = 16^{u}56′34″,97 in 1^u verand. = + 10″,939
„ „ „ „ „ Tijdvereff. = 8′13″,92 „ „ = — 1″,079
(Bijtellen bij den middelb. tijd).
„ „ „ „ „ ⊙ Z. declin. = 22°39′33″,7 „ „ = + 17″,15
6 „ „ 12^u „ ☾ ½ midd. = 15′40″,7 ☾ e. h. verschilz. = 57′24″,3
7 „ „ 0^u „ ½ = 15′33″,2 „ „ = 56′56″,6
6 „ „ 21^u „ ☾ Æ. = 10^{u}28′13″,56 ☾ N. declin. = 11°20′19″,5
7 „ „ 0^u „ „ = 10^{u}34′11″,15 in 10′ verand. = — 145″,4

Afstand 6 Dec. te XVIII^u = 102°10′54″
„ „ „ „ XXI^u = 100°40′29″
„ 7 „ „ 0^u = 99°10′28″
„ „ „ „ III^u = 97°40′51″.

Antw. W. Lengte = 43°15′36″.

23. Den 16^den^ Julij 18.., op 52°28′30″ N. Breedte en 5°20′ gegiste O. Lengte, des avonds ongeveer te $6^u45'$ middelbaren tijd aan boord, heeft men waargenomen, naar aanwijzing van een waarnemingshorologie:

te $2^u50'24'',5$	☉☾ Afstand = 111°36′15″
„ $2^u52'51'',2$	„ = 111°37′15″
„ $2^u55'34'',6$	„ = 111°38′20″
„ $2^u58'49'',4$	☉ Hoogte = 10°15′10″.

Indien het horologie $5^u29'35'',8$ na is op den tijdmeter, en de stand van den laatstgenoemden, den 6^den^ Julij van hetzelfde jaar te 0^u Greenwich, $1^u58'44''$ op den middelbaren tijd aldaar vóór was, vraagt men den verbeterden stand van den tijdmeter, met behulp van de afstandswaarneming, voor de afgeplatte aarde te bepalen.

De dagelijksche gang van den tijdmeter is — 4″,9, de index-correctie van het meetwerktuig — 1′32″,5 en de waargenomen kimduiking 2′52″.

16 Julij te 0^u Greenw.	☉ Æ. = $7^u42'56'',91$	in 1^u verand. =	+ 10″,079
„ „ „ „	Tijdvereff. = 5′43″,65	„ „ =	+ 0″,222
	(Aftrekken van den middelb. tijd).		
„ „ „ „	☉ N. declin. = 21°21′ 0″,1	„ „ =	— 25″,19
„ „ „ „	☾ ½ midd. = 16′12″,9	☾ e. h. verschilz. =	59′22″,1
„ „ 12^u „	„ = 16′12″,5	„ „ =	59′20″,8
„ „ 6^u „	☾ Æ. = $14^u47'52'',90$	☾ Z. declin. =	20°51′ 9″
„ „ 9^u „	„ = $14^u55'16'',33$	in 10′ verand. =	+ 86″,7.

Afstand te VI^u = 111°39′26″
„ „ IX^u = 113°18′57″.

Antw. Verbeterde stand tijdm. = $2^u0'27'',6$ (—).

ZESDE HOOFDSTUK.

DE MISWIJZING DER KOMPASSEN.

I. ALGEMEENE BESCHOUWING.

In de natuurkunde wordt geleerd, dat eene vrij opgehangen magneetnaald zich in eene standvastige rigting plaatst, die over het algemeen van de rigting des meridiaans, en dus ook van die der Noord-en Zuidlijn min of meer afwijkt. Denkt men zich door de genoemde naald een vertikaal vlak gebragt, dan zal dit vlak, de magnetische meridiaan geheeten, in die gevallen zekeren hoek met den astronomischen meridiaan der plaats maken, welke hoek de declinatie der naald genoemd wordt. Is verder aan die naald eene kompas-roos zoodanig bevestigd, dat het Noord-punt van de roos juist met de Noordpool der naald overeenstemt, dan zal ook het Noorden van de roos niet op het ware Noorden van den horizon gerigt zijn, en alle rigtingen, welke op die roos worden afgelezen, zullen van de ware rigtingen afwijken. De declinatie van de naald is zeer verschillend, naar gelang van de plaats op aarde, waar men zich bevindt, terwijl zij bovendien, voor dezelfde plaats, met den tijd veranderlijk is.

Ook de kompassen aan boord ondervinden die veranderlijke storing, zoodat de koers, dien het schip op het kompas voorligt, meestal niet de ware koers is, maar daarvan eenigzins afwijkt. Bovendien merkt men op, dat de bedoelde afwijking der naald, bij de verschillende rigtingen van het schip, zeer veranderlijk is. Ter voorkoming van misverstand, noemen wij de totale afwijking, welke de naald van het kompas aan boord van een schip ondergaat, de miswijzing.

Zonder ons voor als nog in te laten met de oorzaken, die de miswijzing te weeg brengen, bepalen wij ons tot het feit, dat zij bestaat. De kennis van haar bedrag zal dus voor den zeeman van zeer veel gewigt zijn, als het kompas hem den weg moet aanwijzen, dien hij zal

hebben te volgen, om veilig de plaats van 'zijne bestemming te bereiken. Is hem de fout van zijn kompas bekend, dan moet hij die fout ook in rekening weten te brengen, waarom wij hier willen overwegen, op welke wijze de miswijzing aan boord bepaald en vereffend wordt.

De grondslag, waarop de bepaling der miswijzing berust, is eenvoudig. Peilt men namelijk, met behulp van een azimuth-kompas, een hemellicht of een aardsch voorwerp, waarvan de ware rigting door berekening bekend is, dan zal klaarblijkelijk het verschil tusschen de ware en de gepeilde rigtingen de fout van het azimuth-kompas zijn, welke fout, zooals wij later zullen zien, door onderlinge vergelijking kan worden overgebragt op het kompas, waarvan men de miswijzing begeert te kennen. Hierbij merken wij al dadelijk op, dat de gevonden miswijzing, b. v. van het stuurkompas, alleen geldt voor den koers, die op het oogenblik der waarneming werd gestuurd.

II. DE BEPALING VAN DE WARE RIGTING VAN EEN VOORWERP.

Ten einde de miswijzing te kunnen vinden, moet men de ware rigting van het gepeilde voorwerp kennen. Die rigting wordt aan boord, als het een hemellicht geldt, bepaald door berekening van:

1°. het azimuth,

2°. de amplitudo

van het hemellicht.

Van een aardsch voorwerp vindt men de ware rigting door eene zoogenoemde

astronomische peiling.

Beschouwen wij deze drie handelwijzen eenigzins meer van nabij.

a. HET AZIMUTH.

Wanneer in den parallaktischen driehoek *TPS*, fig. 215, gegeven zijn: de zijden $TS = 90° - h$, $TP = 90° - b$ en $PS = 90° \mp d = \Delta$, naar gelang dat de Breedte en de declinatie van het hemellicht S gelijk- of ongelijknamig zijn, dan kunnen wij den hoek $STP = T$ berekenen, volgens de grondformule:

$$\cos T = \frac{\cos \Delta - \sin h \sin b}{\cos h \cos b}.$$

Schrijven wij voor $\cos T$, $2 \cos^2 \frac{1}{2} T - 1$, dan komt, als wij de eenheid in het tweede lid der vergelijking overbrengen:

$$2\cos^2\tfrac{1}{2}T = 1 + \frac{\cos\triangle - \sin h \sin b}{\cos h \cos b}$$

$$= \frac{\cos h \cos b + \cos\triangle - \sin h \sin b}{\cos h \cos b}$$

$$= \frac{\cos(h+b) + \cos\triangle}{\cos h \cos b}$$

$$= \frac{2\cos\tfrac{1}{2}(h+b+\triangle)\cos\tfrac{1}{2}(h+b-\triangle)}{\cos h \cos b}$$

en ten slotte, als wij $\frac{1}{2}(h+b+\triangle) = \Sigma$ stellen, na worteltrekking:

$$(1) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \cos\tfrac{1}{2}T = \sqrt{\left\{\frac{\cos\Sigma\cos(\Sigma-\triangle)}{\cos h\cos b}\right\}}.$$

Zooals uit de beschouwing der figuur blijkt, wordt de hoek T gemeten door den boog NB van den horizon, zoodat de berekening van het azimuth ons de streek van den horizon doet kennen, waarin de laatstgenoemde door den vertikaal-cirkel van het hemellicht wordt gesneden. Neemt men voorts in aanmerking, dat het punt N, van waar de boog NB geteld wordt, den naam draagt van de pool, die er boven staat, en dat de rigting, volgens welke de genoemde boog gerekend wordt, Oostwaarts is, als het hemellicht vóór, doch Westwaarts, als het door den meridiaan is, dan zal het duidelijk zijn, dat het azimuth gelijknamig is met de Breedte en geteld wordt naar het O of W, naar gelang dat het hemellicht rijst of daalt (*).

Vindt men b. v. des morgens op N. Breedte, voor T of het azimuth van de zon 45°, dan bezigt men de uitdrukking: het azimuth van de zon is N 45° O. Was T daarentegen onder dezelfde omstandigheden des namiddags gevonden, dan zou de ware rigting van de zon geweest zijn: N 45° W.

Omtrent de grootheden, die men bij de berekening noodig heeft, valt op te merken:

1°. dat de declinatie gezocht wordt in den almanak, voor het oogenblik van de waarneming der hoogte, uitgedrukt in tijd te Greenwich;

2°. dat de Breedte volgens het gegiste bestek wordt genomen;

3°. dat de hoogte, onder het inachtnemen van hetgeen daaromtrent later, bij de bepaling der miswijzing, wordt voorgeschreven, op de gebruikelijke wijze wordt bepaald.

Voor de praktijk is eene naauwkeurigheid tot in volle minuten geheel voldoende.

Voorbeeld. Den 3[den] Julij 18.., op 39°42′ N. Breedte en 41°15′ W. Lengte, des voormiddags te 8ᵘ50′ middelbaren tijd aan boord, is de ware hoogte van de zon 40°10′. Men vraagt het azimuth van de zon.

(*) Bezit men kompassen, waarvan de rozen van het Noorden af, Oostwaarts om, tot 360° zijn verdeeld, dan is het beter ook het azimuth in die rigting tot 360° door te tellen.

In den almanak vindt men:

3 Julij te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 22°58′5″,7 in 1^u verand. = — 11″,75

W. Lengte =	41°15′	te 0^u ⊙ N. declin. =	22°58′ 5″,7
in tijd =	2^u45′0″	in 25′ verand. =	4″,7
2 Julij middelb. tijd a/b =	20^u50′	⊙ N. declin. =	22°58′10″,4
2 Julij tijd Greenw. =	23^u35′0″	△ =	67° 2′
3 „ „ „ =	-0^u25′		

$b = 39°42'$ sec = 0,113848
$\triangle = 67°\ 2'$
$h = 40°10'$ sec = 0,116809
$\Sigma = 73°27'$ cos = 9,454619
$\Sigma - \triangle = 6°25'$ cos = 9,997271
$2 \cos \frac{1}{2} T = 9{,}682547$
$\cos \frac{1}{2} T = 9{,}841273$
$\frac{1}{2} T = 46°4'$
Gevraagd azimuth = T = N 92°8′ O.

Voorbeeld. Den 17^den^ April 18.., op 30°46′ Z. Breedte en 10°30′ O. Lengte, des namiddags ongeveer te 4^u middelbaren tijd aan boord, is de ware middelpuntshoogte van de zon 20°5′. Men vraagt het azimuth van de zon op dat oogenblik.

In den almanak vindt men:

17 April te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 10°33′29″,7 in 1^u verand. = + 52″,44

O. Lengte =	10°30′	te 0^u ⊙ N. declin. =	10°33′29″,7
in tijd =	0^u42′	in 3^u,3 verand. =	2′53″,1
17 April tijd a/b =	4^u 0′	⊙ N. declin. =	10°36′22″,8
17 April tijd Greenw. =	3^u18′	△ =	100°36′.
=	3^u,3		

$b = 30°46'$ sec = 0,065877
$\triangle = 100°36'$
$h = 20°\ 5'$ sec = 0,027245
$\Sigma = 75°43',5$ cos = 9,391951
$\Sigma - \triangle = 24°52',5$ cos = 9,957716
$2 \cos \frac{1}{2} T = 9{,}442789$
$\cos \frac{1}{2} T = 9{,}721399$
$\frac{1}{2} T = 58°14'$
Gevraagd azimuth = T = Z 116°28′ W.

Het kan somtijds gebeuren, dat men het azimuth van de zon voor eenige kort op elkander volgende tijdstippen begeert te kennen. In dat geval is het verkieslijk, om het azimuth te berekenen met behulp van de formule:

$$\text{(II)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \sin T = \sin P \frac{\cos d}{\cos h}$$

welke formule ligtelijk uit den parallaktischen driehoek wordt afgeleid.

Men zorgt dan op het oogenblik, waarop men de hoogten voor het azimuth zal gaan meten, den stand van den tijdmeter te kennen tot den waren tijd aan boord, en teekent, bij elke hoogte, de aanwijzing van dien tijdmeter op. Met behulp van den bekenden waren tijd, bepaalt men vervolgens den uurhoek van de zon voor elke hoogte, en berekent de overeenkomstige waarden van *T*, volgens formule (II), waarbij eene standvastige declinatie, namelijk die voor het oogenblik midden tusschen de waarnemingen, kan gebezigd worden. Gemakkelijker nogtans is het, om slechts twee hoogten, de eene bij het begin, de andere bij het einde der waarneming te meten, daaruit twee azimuths te berekenen, en de overige azimuths voor de opgeteekende tijdstippen door interpolatie te zoeken.

Is de declinatie grooter dan de gelijknamige Breedte, dan is het azimuth, dat men op deze wijze vindt, kleiner dan 90°. Is zij daarentegen ongelijknamig met de Breedte, dan is het azimuth grooter dan 90°. In geval de declinatie kleiner is dan de gelijknamige Breedte, geeft Tafel XXIV de noodige aanwijzing, of men voor *T* de scherpe, dan wel de stompe waarde moet nemen. Immers zal de zon, bijaldien de waargenomen hoogte kleiner is dan die, welke in de genoemde Tafel staat opgegeven, zich nog niet in den eersten vertikaal bevinden, en het azimuth bijgevolg nog geen 90° bedragen, terwijl in het tegenovergestelde geval, het azimuth stomp zal zijn.

Voorbeeld. Op zekeren dag, des morgens te $7^u30'12''$ waren tijd aan boord, wijst een tijdmeter $10^u40'24''$. Naar aanwijzing van dien tijdmeter des morgens te $10^u50'0''$ en te $11^u15'0''$, vindt men voor de ware hoogte van de zon 27°33′23″ en 33°14′36″. Indien de waarnemingsplaats op 24°30′ N. Breedte ligt en de gemiddelde N. declinatie van de zon 12°10′ is, vraagt men het azimuth van de zon, naar aanwijzing van den tijdmeter op de tijdstippen: $10^u50'$, $10^u55'$, 11^u, $11^u5'$, $11^u10'$ en $11^u15'$.

1ste aanw. tijdm. =	$10^u40'24''$		
Ware tijd a/b. =	$7^u30'12''$		
Stand tijdm. =	$3^u10'12''$ (—)	. .	= $3^u10'12''$ (—)
Aanw. tijdm. =	$10^u50'\ 0''$	. . . .	= $11^u15'\ 0''$
Ware tijd a/b =	$7^u39'48''$	. . . .	= $8^u\ 4'48''$
⊙ uurhoek =	$4^u20'12''$	. . . .	= $3^u55'12''$

$P = 4^u20'12''$	sin = 9,957452	$P = 3^u55'12''$	sin = 9,932151
$d = 12°10'$	cos = 9,990134	$d = 12°10'$	cos = 9,990134
$h = 27°33'23''$	sec = 0,052294	$h = 33°14'36''$	sec = 0,077612
	sin T = 9,999880		sin T = 9,999897
	Azimuth = N 88°39′30″ O.		Azimuth = N 91°15′0″ O.

te $11^u15'$	azimuth	=	91°15′ 0″
„ $10^u50'$	„	=	88°39′30″
in $0^u25'$	verand.	=	2°35′30″
„ 5′	„	=	0°31′ 6″.

en dus

te	$10^u50'$	azimuth	=	N 88°39′30″ O
„	10 55	„	=	N 89 10 36 O
„	11 0	„	=	N 89 41 42 O
„	11 5	„	=	N 90 12 48 O
„	11 10	„	=	N 90 43 54 O
„	11 15	„	=	N 91 15 0 O.

De gunstigste omstandigheid voor de bepaling van het azimuth.

Differentiëren wij de grondformule voor het azimuth:

$$\cos T = \frac{\sin d - \sin h \sin b}{\cos h \cos b}$$

voor h, b en T veranderlijk, terwijl wij de declinatie van het hemellicht, als naauwkeurig bekend, en dus als standvastig aannemen, dan komt:

$$\text{(III)} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \delta T = \delta h \frac{\cos S}{\sin P \cos b} + \delta b \frac{\cos P}{\sin P \cos b}$$

welke formule ons den invloed doet kennen, dien eene kleine fout in de hoogte en de Breedte op het azimuth uitoefent.

Uit deze formule blijkt, dat δT het kleinst zal zijn, wanneer $P = 6^u$ en $b = 0$ is, en de gunstigste omstandigheid voor de azimuthbepaling zal mitsdien dan zijn, wanneer de uurhoek van het hemellicht 6^u is en het schip zich op lage Breedte bevindt.

De term $\delta h \dfrac{\cos S}{\sin P \cos b}$ kan ook aldus worden geschreven:

$$\text{(IV)} \quad . \; . \; . \; . \quad \delta h \frac{\cos S \cos d}{\sin T \cos h \cos b} = \delta h \frac{\sin b - \sin h \sin d}{\sin T \cos^2 h \cos b}.$$

Hieruit ziet men, dat voor het azimuth eene kleine hoogte te verkiezen is boven eene groote, en dat T zoo mogelijk 90° moet zijn. Deze voorwaarde kan alleen dan gelijktijdig met de vroeger genoemde worden vervuld, als het hemellicht in den horizon staat en de declinatie daarvan nul is. Neemt men echter in aanmerking, dat de fout in de Breedte meestal die in de hoogte overtreft, zoodat het raadzaam is om den coëfficiënt van δb zoo klein mogelijk te doen zijn, dan zal ook hoofdzakelijk op de vervulling van de eerstgenoemde voorwaarde, namelijk dat de uurhoek nabij 6^u moet zijn, behooren te worden gelet.

Over het algemeen is de gunstigste omstandigheid voor de tijdsbepaling tevens die voor de bepaling van het azimuth.

b. DE AMPLITUDO.

Men verstaat door de amplitudo van een hemellicht, den boog van den horizon, begrepen tusschen het punt, waarin het hemellicht op-

komt of ondergaat en het Oost- of Westpunt, zoodat er tusschen het azimuth van het hemellicht onder die omstandigheid en de amplitudo de navolgende betrekking bestaat:

$$\text{Azimuth} = 90^\circ \mp \text{amplitudo.}$$

Ofschoon wij hierin het aangenomen gebruik volgen, zoo zouden wij het toch doelmatiger achten, met het oog op de verdeeling van de rozen onzer kompassen, om ook de amplitudo van het N of Z te rekenen.

1°. De ware amplitudo.

Stellen wij in de formule voor het azimuth:

$$\cos T = \frac{\sin d - \sin h \sin b}{\cos h \cos b}$$

de ware hoogte gelijk nul, dan gaat zij over in deze:

$$\cos T = \sin \text{amplitudo} = \sin T' = \frac{\sin d}{\cos b}$$

door welke formule de ware amplitudo T' of de streek van den waren horizon, waarin een hemellicht opkomt of ondergaat, kan worden berekend. Deze amplitudo wordt bij de opkomst van het O, bij den ondergang van het W geteld, naar den kant, die gelijknamig is met de declinatie, omdat het teeken van $\sin T'$ van dat van $\sin d$ afhangt.

Bovenstaande formule kan ook uit de figuur worden afgeleid. Is namelijk S', fig. 215, het punt, waarin het hemellicht S opkomt, dan geeft ons de regthoekige driehoek PNS':

$$\cos S'N = \sin T' = \frac{\cos S'P}{\cos PN} = \frac{\sin d}{\cos b}.$$

Wenscht men de amplitudo van het N of Z te tellen, dan neme men haar gelijknamig met de Breedte en Oostwaarts bij de opkomst, doch Westwaarts bij den ondergang. Hare scherpe of stompe waarde zal afhangen van het teeken, dat men aan de declinatie moet geven, naar aanleiding van de positief gestelde benaming der Breedte.

Wij zullen later, bij de behandeling van het vraagstuk, om de miswijzing uit de waargenomen en de berekende amplitudo af te leiden, de manier doen kennen, waarop men de ware amplitudo van een hemellicht kan waarnemen.

Voorbeeld. Men vraagt den 14[den] Februarij 18.., op 40°10′ N. Breedte en 33°10′ W. Lengte, de ware amplitudo van de zon bij haren ondergang, als deze te 5ᵘ30′ middelbaren tijd aan boord plaats heeft.

In den almanak vindt men:

14 Febr. te 0^u Greenw. ⊙ Z. declin. = 12°55′48″,4 in 1^u verand. = — 51″,4.

W. Lengte =	33° 0′	te 0^u ⊙ Z. declin. =	12°55′48″,4
in tijd =	$2^u12'$	in $7^u,7$ verand. =	6′35″,9
14 Febr. tijd onderg. =	$5^u30'$	⊙ Z. declin. =	12°49′.
14 Febr. tijd Greenw. =	$7^u42'$		
=	$7^u,7$		

$d = 12°49'$ sin = 9,346024 (—)
$b = 40°10'$ sec = 0,116809 (+)
sin T' = 9,462833 (—)
Gevraagde Amplitudo = W 16°52′,5 Z.

2°. De schijnbare amplitudo.

Door de schijnbare amplitudo wordt verstaan de rigting, waarin een hemellicht zich bevindt op het oogenblik, waarop het met een zijner randen de kim aanraakt. Kan die rigting door berekening worden gevonden, dan zal de vergelijking daarvan met de peiling van het hemellicht op dat oogenblik, een uitstekend middel geven, om de miswijzing te bepalen, dewijl voor de naauwkeurigheid, zoowel van de peiling als van de berekening, eene kleine hoogte van het hemellicht zeer dienstig is.

Even als bij den schijnbaren op- of ondergang, zoo is ook hier, dewijl

Ware hoogte = gemeten hoogte — kimd. — straalb. + verschilz. ± ½ midd.

is, en de gemeten hoogte nul wordt:

Ware hoogte = A = — kimd. — straalb. + verschilz. ± ½ midd.

en wij kunnen dus de schijnbare amplitudo vinden:

1°. door in het schema van het azimuth, in de plaats van h, A met zijn teeken te schrijven, en vervolgens het aldus gevonden azimuth van 90° af te trekken, als het scherp, doch met 90° te verminderen, als het stomp is;

2°. door eerst de ware amplitudo te berekenen, en vervolgens daarop eene verbetering toe te passen voor de fout, die men aldus handelende begaat, door de ware hoogte gelijk nul te stellen, terwijl zij eene waarde A bezit.

De bijzonderheden, die wij op bladz. 63 van het II[e] Deel omtrent A opmerkten, zijn ook hier van toepassing.

In beide gevallen zoekt men de declinatie van het hemellicht, voor het oogenblik der waarneming.

Om de formule te vinden voor de verbetering van de ware amplitudo, stellen wij in formule (IV) $h = 0$. Hierdoor komt:

$$\delta T' = - \ \delta T = - \ \delta h \frac{\text{tang } b}{\cos T'}$$

door welke formule de verbetering van de ware amplitudo voor eene fout δh in de hoogte kan berekend worden. Noemen wij die verbetering c, dan zullen de formulen voor de schijnbare amplitudo volgens de laatste manier zijn:

$$\sin T' = \frac{\sin d}{\cos b} \quad \text{en} \quad \delta T' = c = -A\,\frac{\tang b}{\cos T'}.$$

Omtrent het teeken van c valt op te merken, dat dit afhangt van de teekens van tang b en van A. De algebraïsche som van c en de ware amplitudo zal de schijnbare amplitudo zijn.

Voorbeeld. Den 28sten April 18.., op 12°40′ Z. Breedte en 31°20′ W. Lengte, met het oog 20 Rijnl. voet boven water, vraagt men de schijnbare amplitudo van den onderrand der zon, bij hare opkomst.

In den almanak vindt men:

28 April te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 14°13′33″,1 in 1^u verand. = + 47″,35
„ „ „ „ Tijdvereff. = 2′38″,5 (bijtellen).

b = 12°40′ tang = 9,351697 (—)	te 0^u ⊙ N. declin. = 14°13′33″,1
d = 14°13′ tang = 9,403718 (+)	in — 3^u,7 verand. = 2′52″,5
cos P = 8,755415 (+)	⊙ N. declin. = 14°10′40″,6 = d'
P = 5^u46′56″	

27 April gegiste tijd opkomst = 18^u13′ 4″	Kimd. = 4′27″ (—)
Tijdvereff. = 2′39″	Straalb. = 35′14″ (—)
27 April middelb. tijd a/b = 18^u10′25″	Verschilz. = 9″ (+)
W. Lengte in tijd = 2^u 5′20″	½ midd. = 15′55″ (+)
27 April middelb. tijd Greenw. = 20^u15′45″	A = 23′37″ (—)
28 „ „ „ „ = — 3^u,7	= 1417″

d' = 14°10′,5 sin = 9,388961 (+)	
b = 12°40′ sec = 0,010700 (+)	tang = 9,351697 (—)
sin T' = 9,399661 (+)	log A = 3,151370 (—)
Ware amplitudo = 14°32′ (+)	sec = 0,014135 (+)
	log c = 2,517202 (—)
c = 5′,5 (—)	c = — 329″
Schijnb. amplitudo = O 14°26′,5 N.	

c. DE ASTRONOMISCHE PEILING.

De ware rigting van een aardsch voorwerp kan, op een stil liggend schip, zeer naauwkeurig bepaald worden, met behulp van het azimuth van een hemellicht en den angulairen afstand tusschen het hemellicht en het voorwerp. Men noemt de ware rigting, die men op deze wijze verkrijgt, de astronomische peiling van dat voorwerp.

Laat in fig. 216, VV' het bedoelde voorwerp, b. v. een toren, Z

de zon en T het toppunt van de waarnemingsplaats voorstellen, dan is klaarblijkelijk

$$NV' = Z'N + V'Z'$$

het gevraagde azimuth van het voorwerp, en de oplossing van het vraagstuk zal zich bijgevolg bepalen:

1°. tot de berekening van het azimuth van het hemellicht of tot die van den boog $Z'N$;

2°. tot de bepaling van het verschil in azimuth tusschen het hemellicht en het voorwerp, of den hoek VTZ, die gemeten wordt door den boog $V'Z'$.

Stond de toren, voor den waarnemer in O, regts van de zon, b. v. in B', dan zou de ware rigting daarvan voorgesteld worden door

$$B'N = Z'N - B'Z'.$$

Men ontwaart alzoo, dat op den betrekkelijken stand van het voorwerp, ten opzigte van het hemellicht, moet worden acht gegeven. De teekening van eene figuur, met inachtneming van de behoorlijke rigting en de grootte der gegevens, zal voor vergissingen kunnen vrijwaren.

Ten einde de noodige gegevens voor de berekening van het vraagstuk te verkrijgen, worden door twee waarnemers, op hetzelfde oogenblik, de hoogte van de zon en de afstand van haren rand tôt den top van het voorwerp gemeten, terwijl daarna de hoogte van het voorwerp door een hunner bepaald wordt.

Met behulp van de ware hoogte der zon, hare declinatie en de bekende Breedte der waarnemingsplaats, berekent men op de gebruikelijke wijze haar azimuth, waardoor het eerste gedeelte van het vraagstuk zal zijn opgelost.

Voor het tweede gedeelte van het vraagstuk, bezigt men den bolvormigen driehoek VTZ. Noemen wij

de gemeten hoogte van het voorwerp voor kimduiking verbeterd . . . . . H
de gemeten hoogte van de zon, tot schijnbare middelpuntshoogte herleid, met behulp van de kimduiking en de schijnbare vertikale halve middellijn. . . h'
den randsafstand, door middel van de schijnbare hellende halve middellijn tot schijnbaren middelpuntsafstand herleid . . . . A

dan hebben wij, ter bepaling van den hoek $VTZ = A'$ in den bedoelden driehoek:

$$\cos A' = \frac{\cos A - \sin H \sin h'}{\cos H \cos h'}$$

of, dewijl $\cos A' = 2 \cos^2 \frac{1}{2} A' - 1$ is, na het overbrengen van de eenheid in het tweede lid der vergelijking:

$$2\cos^2 \tfrac{1}{2} A' = \frac{\cos(H+h') + \cos A}{\cos H \cos h'}$$
$$= \frac{2\cos\frac{1}{2}(H+h'+A)\cos\frac{1}{2}(H+h'-A)}{\cos H \cos h'}.$$

Stellen wij verder $\frac{1}{2}(H+h'+A) = \Sigma$ dan komt, na door 2 gedeeld en den wortel getrokken te hebben:

$$\cos \tfrac{1}{2} A' = \sqrt{\left\{\frac{\cos\Sigma \cos(\Sigma - A)}{\cos H \cos h'}\right\}}.$$

Is de kimduiking grooter dan de gemeten hoogte van het voorwerp, dan wordt H negatief, waardoor Σ overgaat in $\frac{1}{2}(h'+A-H)$.

De helling van de halve middellijn, die men voor de herleiding van den gemeten randsafstand tot dien van het middelpunt moet kennen, kan door schatting, volgens den stand van het meetwerktuig onder de waarneming, worden bepaald.

Voorbeeld. Den 27sten April 18.., op 52°40′ N. Breedte en 62° W. Lengte, met het oog 20 Rijnl. voet boven water, des morgens te $6^u40'$ middelbaren tijd aan boord, zijn waargenomen: de onderrandshoogte van de zon 16°20′, de hoogte van een toren, die regts van de zon was 0°3′30″, en de afstand van den naasten rand der zon tot de torenspits 80°7′16″. Indien de helling van den sextant ten opzigte van den vertikaal 75°, en de afstand van den waarnemer tot den toren $^3/_4$ mijl bedraagt, vraagt men de ware peiling van dat voorwerp.

In den almanak vindt men:

27 April te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 13°54′36″,5 in 1^u verand. = + 47″,92
⊙ ½ midd. = 15′55″,1.

W. Lengte = 62°	te 0^u ⊙ N. declin. = 13°54′36″,5
in tijd = 4^u 8′	in — 1^u,2 verand. = 57″,5
26 April middelb. tijd a/b = $18^u40'$	⊙ N. declin. = 13°53′39″
26 April tijd Greenw. = $22^u48'$	Δ = 76° 6′21″.
27 „ „ „ = -1^u,2.	

⊙ ware ½ midd. = 15′55″,1	= 15′55″,1
voor 75° helling = 0″	voor 16° hoogte = 3″
Schijnb. hell. ½ midd. = 15′55″,1	Schijnb. vertik. ½ midd. = 15′52″,1.

Gemeten afstand = 80° 7′16″	Gemeten hoogte voorw. = 0°3′30″
⊙ schijnb. hell. ½ midd. = 15′55″	Kimd. = 5′ 9″
Schijnb. middelpuntsafstand = 80°23′11″	Schijnb. hoogte voorw. = 0°1′39″ (—)

Gemeten $\underline{\odot}$ hoogte = 16°20′ 0″
Kimd. = 4′27″
Schijnb. $\underline{\odot}$ hoogte = 18°15′33″
„ ½ midd. = 15′52″
Schijnb. ⊖ hoogte = 16°31′25″
Straalb. — verschilz. = 3′ 6″
Ware ⊖ hoogte = 16°28′19″.

$$\begin{array}{rll} A = & 80°23'11'' & \\ H = & -0°\ 1'39'' & \sec = 0{,}000000 \\ h' = & 16°31'25'' & \sec = 0{,}018316 \\ \hline 2\Sigma = & 96°52'57'' & \\ \Sigma = & 48°26'29'' & \cos = 9{,}821766 \\ \Sigma - A = & 31°56'42'' & \cos = 9{,}928680 \\ \hline & & 2\cos\tfrac{1}{2}A' = 9{,}768762 \\ & & \cos\tfrac{1}{2}A' = 9{,}884381 \\ & & \tfrac{1}{2}A' = 39°58'48'' \\ & & A' = 79°57'36'' \end{array}$$

$$\begin{array}{rll} \triangle = & 76°\ 6'21'' & \\ h = & 16°28'19'' & \sec = 0{,}018200 \\ b = & 52°40'\ 0'' & \sec = 0{,}217204 \\ \hline 2\Sigma = & 145°14'40'' & \\ \Sigma = & 72°37'20'' & \cos = 9{,}475192 \\ \Sigma - \triangle = & 3°29'\ 1'' & \cos = 9{,}999197 \\ \hline & & 2\cos\tfrac{1}{2}T = 9{,}709793 \\ & & \cos\tfrac{1}{2}T = 9{,}854897 \\ & & \tfrac{1}{2}T = 44°16'37'' \\ & & T = 88°33'14''. \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{Azimuth}\ \odot = & \text{N}\ \ 88°33'14''\,\text{O} \\ \text{Verschil azimuth}\ \odot\ \text{en voorw.} = & 79°57'36'' \\ \hline \text{Azimuth voorw.} = & \text{N}\ 168°30'50''\,\text{O}. \end{array}$$

De gunstigste omstandigheid voor de astronomische peiling.

Differentiëren wij de formule:

$$\cos A' = \frac{\cos A - \sin H \sin h'}{\cos H \cos h'}$$

voor A', A, H en h' veranderlijk, dan komt, als wij de hoeken TVZ en VZT, fig. 216, φ en φ' noemen:

$$\delta A' = \frac{\delta A}{\sin\varphi \cos A'} + \delta H \frac{\operatorname{cotg}\varphi}{\cos H} + \delta h' \frac{\operatorname{cotg}\varphi'}{\cos h'}$$

waaruit blijkt, dat de fout in A' het kleinst zal wezen, als de hoogte van de zon en die van het voorwerp klein zijn.

Beschouwt men den driehoek, die door de punten V, Z' en Z wordt gevormd, als regthoekig in Z', hetgeen wegens de geringe hoogte van het voorwerp veroorloofd is, dan wordt, dewijl $\operatorname{cotg}\varphi' = -\operatorname{cotg} Z'ZV$ is,

$$\operatorname{cotg}\varphi' = -\frac{\sin h'}{\operatorname{tang} VZ'} = -\frac{\sin h'}{\operatorname{tang} A}$$

en wij verkrijgen, na substitutie van deze waarde in den factor van $\delta h'$,

$$\delta h' \frac{\operatorname{cotg}\varphi'}{\cos h'} = -\delta h' \frac{\operatorname{tang} h'}{\operatorname{tang} A}.$$

De fout in de hoogte van het hemellicht oefent dus bij de astronomische peiling een geringeren invloed uit, naar mate dat het verschil in azimuth van de zon en het voorwerp digter bij 90° komt.

Het spreekt van zelf, dat men bij deze waarneming tevens moet acht geven op de gunstigste gelegenheid voor de bepaling van het azimuth, en men kieze dus het oogenblik van de waarneming zoodanig, dat de omstandigheid voor beide bepalingen voordeelig zij.

III. BEPALING VAN DE MISWIJZING VAN HET KOMPAS.

a. MET BEHULP VAN HET AZIMUTH.

Op het oogenblik, dat voor de bepaling van het azimuth het gunstigst is, neemt een waarnemer eene hoogte en een ander waarnemer met behulp van het azimuth-kompas te gelijker tijd eene peiling van de zon, dewijl dit het hemellicht is, dat bijna uitsluitend voor deze waarneming gebezigd wordt.

Ten einde beide waarnemingen gelijktijdig te verrigten, is het zaak, dat de waarnemer van de peiling s t o p! roept, zoodra hij de verdeeling van den rand der roos goed heeft waargenomen, waarmede de draad van het lange vizier overeenstemt, als die draad door het beeld van de zon gaat, dat in het spiegeltje van het kompas wordt gezien. De beweging van het schip is namelijk oorzaak, dat het meer moeite kost om eene goede peiling, dan om eene goede hoogte te nemen, zoodat men zich naar den waarnemer van de peiling behoort te schikken. De waarnemer van de hoogte heeft alzoo te zorgen, dat hij de zon steeds in aanraking met de kim houdt, om op het sein van den anderen waarnemer de vereischte hoogte dadelijk te kunnen aflezen.

Voor en na de waarneming van de peiling, vergelijkt men hoedanig het schip op het stuurkompas en op het azimuth-kompas voorligt. Te dien einde rigt men het vizier van het laatstgenoemde kompas op een merk, dat in den boeg, even ver uit de midscheeps staat, als het kompas onder de peiling, verkrijgt daardoor eene rigting, evenwijdig aan de zeilstreep, en leest beide kompassen af. Onder die waarnemingen moet de roerganger zorgen, dat het schip zoo min mogelijk giert.

Heeft men nu het ware azimuth van de zon volgens de voorschreven manier berekend, dan moeten de ware en de gepeilde rigtingen onderling worden vergeleken, dewijl het verschil daarvan de miswijzing voorstelt. Bij die vergelijking stelt men zich ten doel, om na te gaan, aan welke zijde en tot welk bedrag het m a g n e t i s c h e Noorden der naald van het w a r e Noorden afwijkt. De gevonden miswijzing wordt daarom altijd uitgedrukt in een aantal graden N o o r d o o s t e r i n g of N o o r d w e s t e r i n g, met welke benamingen dan te kennen wordt gegeven, dat het Noorden van het kompas zooveel graden ten Oosten of ten Westen van het ware Noorden valt.

Rekent men altijd van het Noorden, Oostwaarts om, tot 360°, en noemt men het ware azimuth A', doch het gepeilde A, dan vindt men:

$$\text{Gevraagde miswijzing} = A' - A$$

en wel, Noordoostering als $A' - A$ positief is, doch Noordwestering als $A' - A$ negatief is.

De veiligste manier om, bij de inrigting van onze kompassen, in de berekening van de miswijzing geene fouten te begaan is deze, dat men een cirkel trekt met willekeurigen straal, die den horizon en daarin eene middellijn, die de Noord- en Zuidlijn voorstelt. Zet men dan met behulp van een transporteur, in eene behoorlijke rigting, het berekende azimuth van de zon af, en daarna van haar uitgaande het gepeilde, dan zal daardoor het N. of Z. punt van het kompas in de figuur worden aangegeven. De ligging van de naald, ten opzigte van de ware Noord- en Zuidlijn, zal de gevraagde miswijzing doen kennen. Het is zaak, dat men zich, na de constructie der figuur, nog eens goed overtuige, of de gegevens in den behoorlijken zin zijn genomen.

Voorbeeld. Het berekende azimuth zij 37°20′ beoosten het Noorden, en het gepeilde 25° beoosten het Noorden. Men vraagt de miswijzing, als het schip op het stuurkompas Noord en op het azimuthkompas NtO. voorligt.

In figuur 217 is NZ de ware Noord- en Zuidlijn. Het ware azimuth aan den Oostelijken kant van N afgezet, geeft voor de plaats van de zon het punt S. Blijkens het gepeilde azimuth, ligt het Noorden van het kompas 25° ten Westen van de zon. Zetten wij dus uit S 25° af zoodanig, dat de zon ook aan den Oostelijken kant van het Noorden van het kompas staat, dan zal N' het bedoelde Noorden van het kompas, $N'Z'$ de rigting der magneetnaald en NN' de miswijzing van het azimuth-kompas zijn.

Klaarblijkelijk is dan

NS	= berekend azimuth	= 37°20′
SN'	= gepeild „	= 25° 0′
NN'	= miswijzing van het azimuth-kompas	= 12°20′ Noordoostering.

Om de miswijzing van het stuurkompas te vinden, heeft men:

Koers volgens het azimuth-kompas	= N 11°30′ O
miswijzing „ „	= N 12°20′ O
Ware koers	= N 23°50′ O
Koers volgens het stuurkompas	= N 0° O
Miswijzing van het stuurkompas	= 23°50′ Noordoostering.

Eenvoudiger is het, om met inachtneming van het verschil in koers, de peiling eerst op het stuurkompas over te brengen. Aldus:

Peiling volgens het azimuth-kompas	= N 25° O
Verschil in koers azimuth- en stuurkompas	= 11°30′
Peiling volgens het stuurkompas	= N 13°30′ O
berekend Azimuth	= N 37°20′ O
Miswijzing van het stuurkompas	= 23°50′ Noordoostering.

Voorbeeld. Het berekende azimuth zij N 5° O, het gepeilde N 10°20′ W, de koers van het schip op het stuurkompas ZO, en die op het azimuth-kompas ZO ¼ O. Men vraagt de miswijzing van het stuurkompas.

Peiling volgens het azimuth-kompas = N 10°20′ W
Verschil in koers azimuth- en stuurkompas = 2°49′
Peiling volgens het stuurkompas = N 7°31′ W.

In fig. 218 is verder

NS = berekend azimuth = N 5° O
SN' = gepeild „ = N 7°31′ W
Gevraagde miswijzing = 12°31′ Noordoostering.

Voorbeeld. Het berekende azimuth zij Z 40° W, het gepeilde Z 62°10′ W. Men vraagt de miswijzing.

In fig. 219 is

ZS = berekend azimuth = Z 40° W
SZ' = gepeild „ = Z 62°10′ W
$ZZ' = NN'$ = miswijzing = 22°10′ Noordwestering.

Voorbeeld. Gepeild azimuth Z 4° O; berekend azimuth Z 10° W. Men vraagt als boven.

In fig. 220 hebben wij:

ZS = berekend azimuth = Z 10° W
SZ' = gepeild „ = Z 4° O
$Z'Z' = NN'$ = miswijzing = 14° Noordoostering.

Voorbeeld. Het berekende azimuth zij N 140° O, het gepeilde Z 30° O. Men vraagt de miswijzing.

In fig. 221 is

NS = berekend azimuth = N 140° O
SZ' = gepeild „ = Z 10° O
NZ' = 150°
$ZZ' = NN'$ = miswijzing = 180° − 150° = 30° Noordwestering.

Voorbeeld. Het berekende azimuth is N 150° O, het gepeilde Z 40° O. Men vraagt als boven.

In fig. 222 heeft men:

NS = berekend azimuth = N 150° O
SZ' = gepeild „ = Z 40° O
NSZ' = 190°
NZ = 180°
$ZZ' = NN'$ = miswijzing = 10° Noordoostering.

Voorbeeld. Het berekende azimuth zij N 170° W, het gepeilde Z 15° O. Men vraagt als boven.

In fig. 223 hebben wij:

NS = berekend azimuth = N 170° W
SZ' = gepeild „ = Z 15° O
NZ' = 155°
NN' = miswijzing = 180° — 155° = 25° Noordoostering.

b. MET BEHULP VAN DE AMPLITUDO.

Eenige oogenblikken vóór dat de zon de kim met een der randen aanraakt, zorgt een waarnemer den draad van het vizier van het azimuth-kompas op het midden der zonneschijf gerigt te hebben. Leest hij dan het punt van de verdeeling der roos af, waarmede de draad van het vizier overeenkomt op het oogenblik van de genoemde aanraking, dan zal hij het magnetische azimuth van het aanrakingspunt der zon bepaald hebben, waaruit door aftrekking van 90° de gepeilde amplitudo verkregen wordt. Met behulp van de vooraf berekende schijnbare amplitudo, vindt men nu op de volgende wijze de miswijzing. Men trekt weder met willekeurigen straal een cirkel en daarin twee onderling loodregte middellijnen OW en NZ, fig. 224, waarvan de eerstgenoemde door de ware Oost- en Westpunten van den horizon gaat. Uit een dezer punten zet men vervolgens de berekende amplitudo af en daarna de gepeilde, geheel op dezelfde wijze als bij het azimuth, ten opzigte van het Noord- of Zuidpunt. Klaarblijkelijk verkrijgt men hierdoor de ligging van het magnetische Oost- en Westpunt ten opzigte van de punten O en W, en de loodlijn, op het midden van de lijn $O'W'$ opgerigt, zal de ligging van het magnetische Noordpunt, en dus ook de miswijzing aangeven.

De vergelijking van het azimuth- en het stuurkompas, ten einde de miswijzing voor het laatstgenoemde te vinden, is ook hierbij noodzakelijk.

Voorbeeld. De berekende amplitudo van de zon zij O 45° N, de gepeilde O 28° N; men vraagt de miswijzing.

In fig. 224 is

OS = berekende amplitudo = O 45° N
SO' = gepeilde „ = O 28° N
OO' = NN' = miswijzing = 17° Noordwestering.

Voorbeeld. De berekende amplitudo van de zon is W 10° N, de gepeilde W 7° Z; vrage de miswijzing.

Men heeft in fig. 225:

WS = berekende amplitudo = W 10° N
SW' = gepeilde „ = W 7° Z
WW' = NN' = miswijzing = 17° Noordoostering.

Voorbeeld. De berekende amplitudo van de zon is W 40° Z, de gepeilde W 60° Z; vrage de miswijzing.

In fig. 226 is

WS = berekende amplitudo = W 40° Z
SW' = gepeilde „ = W 60° Z
$WW' = NN'$ = miswijzing = 20° Noordoostering.

Om de miswijzing met behulp van de ware amplitudo te bepalen, peilt men de zon, als zij eene hoogte heeft boven de kim van 16′ + kimduiking, of als zij een weinig meer dan eene halve middellijn van de kim is verwijderd, zie bladz. 57, IIe Deel, dewijl hare ware hoogte dan nagenoeg nul is. Op lage Breedte is deze manier voor de praktijk zeer voldoende.

c. MET BEHULP VAN DE ASTRONOMISCHE PEILING.

Wanneer men, door berekening, de ware rigting van een aardsch voorwerp kent, dan zal men het, om de miswijzing van het kompas te vinden, slechts met dit kompas behoeven te peilen. De vergelijking van de ware en de gepeilde rigtingen geschiedt op dezelfde wijze, met behulp van eene figuur, als bij de bepaling der miswijzing door het azimuth is voorgeschreven.

Om de waarneming door een persoon te verrigten, neemt men eerst eene zonshoogte, vervolgens den afstand tot het voorwerp en daarna weder eene hoogte. Teekent men dan, bij die waarneming, de overeenkomstige aanwijzingen van een uurwerk op, dan kan men uit de verandering in hoogte tusschen de eerste en laatste meting afleiden, met hoeveel eene der hoogten moet vermeerderd of verminderd worden, om haar tot het oogenblik van den afstand te herleiden. Ten slotte meet men de hoogte van het voorwerp.

Is de middelbare tijd aan boord bekend, dan is het doorgaans beter om de hoogte voor het oogenblik der waarneming van den afstand te berekenen.

IV. HET IN REKENING BRENGEN DER MISWIJZING.

Zulks kan geschieden op twee manieren, als:

1°. door het verschuiven der naald;

2°. door het verbeteren van een koers of eene peiling voor de miswijzing.

1°. Zooals wij weten, dragen de kompasrozen, waarvan de naald beweegbaar is, den naam van verschuivende rozen. Om eene derge-

lijke roos regtwijzend te maken, heeft men het N. einde van de naald slechts in den zelfden zin als de miswijzing zooveel te verdraaijen, als door deze wordt aangegeven. Stelt men zich namelijk voor, dat in fig. 227, het Noorden van de roos op het ware Noorden van den horizon gerigt is, dan zal de naald, als de miswijzing b. v. 22° Noordwestering bedraagt, den stand N' aannemen, als zij zich vrijelijk om het middelpunt kan bewegen, bijaldien $NN' = 22°$ is. Klaarblijkelijk zal men dus ook in dit geval het Noorden van de naald 22° Westwaarts moeten verdraaijen, om het kompas den waren koers te doen aanwijzen.

2°. Het verbeteren van een koers of eene peiling voor de miswijzing geschiedt het veiligst en het gemakkelijkst met behulp eener figuur. Stelt namelijk de lijn NZ in den cirkel $NPZQ$, fig. 228, de magnetische middaglijn voor, dan zal men in dien cirkel den miswijzenden koers kunnen aangeven. Is deze b. v. NO, dan zal PQ de rigting van het schip zijn. Kent men nu de miswijzing, dan hebben wij in de figuur de rigting van de ware Noord- en Zuidlijn slechts te trekken, om onmiddellijk den waren koers te kennen. Is die miswijzing b. v. twee streken Noordoostering, dan zal $N'Z'$ de rigting van de laatstgenoemde lijn zijn, als $NN' = 2$ streken is, en $N'P = N'N + NP = 2 + 4 = 6$ streken of ONO zal de ware koers van het schip zijn.

Voorbeeld. Op een kompas, dat 11°15′ Noordwestering heeft, wordt Noord gestuurd. Men vraagt den regtwijzenden koers.

Zij in fig. 229, N het magnetische Noorden, dan is de middellijn, die door dat punt gaat, de rigting der kiel. Dewijl de naald 11°15′ Noordwestering heeft, zoo zal het ware Noorden N', 10°15′ beoosten N liggen, en $N'Z'$ zal de rigting van de ware Noord- en Zuidlijn voorstellen. De regtwijzende koers is dus NtW.

Voorbeeld. Welken koers moet men op het miswijzend kompas sturen, als de ware koers ZO en de miswijzing 22°30′ Noordoostering is?

Zij in fig. 230 N het ware Noorden, en dus $N'Z'$ de miswijzende naald. Klaarblijkelijk heeft men, wanneer hoek $ZCS = 4$ streken is,

$$\text{Gevraagde koers} = Z'CS = ZCS + ZCZ'$$
$$= 4 + 2 = 6 \text{ streken of OZO.}$$

Voorbeeld. Men peilt met een miswijzend kompas een voorwerp P, NNW, en vraagt de ware rigting van dit voorwerp, als de miswijzing 11°15′ Noordoostering is.

In fig. 231 zij $N'Z'$ de miswijzende naald, hoek $N'CP = 2$ streken en dus PC de rigting van het voorwerp, dan is

$$PCN' = 2 \text{ streken}$$
$$N'CN = 1 \text{ streek}$$
$$\text{Ware peiling} = PCN = 3 \text{ streken of NWtN.}$$

V. NADERE BESCHOUWINGEN.

Als men de miswijzing van het kompas aan boord van een schip bepaalt, terwijl het schip verschillende koersen voorligt, dan zal in het algemeen het verschijnsel zich openbaren, dat de miswijzing met de rigting van het schip verandert. Blijft het schip den koers sturen, dien het voorlag op het oogenblik van de bepaling der miswijzing, dan zal de ware koers verkregen worden, als men de aldus gevonden miswijzing op den gestuurden koers toepast. Verandert men echter van koers, dan zal men over het algemeen die miswijzing, welke slechts voor eene bepaalde streek geldt, niet mogen gebruiken, zoodat men zal behooren te weten, hoeveel de overeenkomstige verandering van de miswijzing bedraagt.

De verandering, die de miswijzing ondergaat, naar gelang van de streek, welke het schip voorligt, is voor het eene schip geheel anders dan voor het andere, terwijl zij bovendien afhankelijk is van de plaats op aarde, waar het schip zich bevindt. Het is dus voor den zeeman een allergewigtigst punt van onderzoek, om de oorzaken van het genoemde verschijnsel na te gaan, en zich bekend te stellen met hetgeen wordt aangewezen, om dien veranderlijken toestand op te heffen of onschadelijk te maken.

Ten einde het genoemde verschijnsel te verklaren, moeten wij letten op de oorzaken, waardoor de miswijzing van het kompas aan boord van een schip ontstaat. Deze zijn:

1°. de declinatie van de magneetnaald,

2°. de werking van het scheepsijzer op de magneetnaald.

a. DE DECLINATIE VAN DE NAALD.

Zooals wij uit de natuurkunde weten, wordt de magneetnaald gerigt door de magnetische kracht van de aarde, verbonden met de magnetische kracht, die in de naald is opgewekt. Om zich hiervan eene voorstelling te geven, kan men de aarde beschouwen als eene magneet met twee polen, die nagenoeg met de polen van de as der aarde zamenkomen en waarvan dus de eene in het Noordelijke, de andere in het Zuidelijke halfrond van de aarde gelegen is.

Volgens de eigenschap, dat de gelijknamige polen van twee magneten elkander afstooten, doch de ongelijknamige elkander aantrekken, zoo trekt ook de magnetische Noord-pool van de aarde de Zuid-pool der naald aan, doch stoot zij het Noord-einde van de naald af. Op gelijke wijze wordt het Noord-einde van de naald, door de Zuid-magnetische pool van de

aarde aangetrokken, terwijl het Zuid-einde der naald door haar wordt afgestooten, en er ontstaat bij gevolg eene rigtende kracht, door welke de naald, waar men zich op de aardoppervlakte moge bevinden, zich in het vlak stelt, dat wij ons door de magnetische aardpolen en de naald kunnen denken. Vielen nu de magnetische aardpolen met die van de as der aarde te zamen, dan zou de naald de rigting van den meridiaan aannemen; doch dewijl zulks niet het geval is, zoo wijkt zij ter regter- of ter linkerzijde van dit vlak af, welke afwijking den naam van de declinatie der naald draagt.

De voorstelling van de aarde als eene magneet met twee polen is slechts eene benaderde voorstelling. In elk deel van de aarde zijn magnetische krachten werkzaam, en de rigting van de resultante dier krachten in een bepaald punt, wijst voor dat punt de rigting aan, volgens welke de magneetnaald zich zou stellen, indien deze geheel vrij in hare bewegingen was. In het algemeen is die rigting ongeveer N. en Z., doch onder zekeren hoek hellende op den horizon. Op N. Breedte is het Noorden, op Z. Breedte het Zuiden van het kompas nederwaarts gerigt.

b. DE INVLOED VAN HET SCHEEPSIJZER OP HET KOMPAS (*).

De tweede, vooral aan boord van ijzeren schepen zeer gewigtige storing, is die, welke de naald ondervindt van de haar omringende ijzermassa. Het ijzer toch, dat zich aan boord van schepen bevindt, hetzij dat het een deel van de zamenstelling, uitrusting, of lading van het schip uitmaakt, of wel dat het geheele schip van ijzer is, wordt, onder den invloed van het aardmagnetismus, magnetisch en oefent in dien toestand eene werking op de naald van het kompas uit.

Van zeer veel gewigt is het, dat men zich van dien magnetischen invloed van het scheepsijzer een goed denkbeeld vorme, en wij willen dus zoo beknopt mogelijk een en ander dienaangaande in het midden brengen. Veelal bezigt men de uitdrukking, dat het ijzer de kompasnaald aantrekt, of spreekt men van de aantrekking van het ijzer in den zelfden zin als b. v. van de aantrekking der aarde op andere ligchamen. De magnetische werking nu is eene geheel andere; want bij elke aantrekking op eene der polen van eene magneetnaald, openbaart zich tevens eene afstooting van gelijk bedrag op de andere pool. De uitdrukking, die men vroeger bezigde, om den magnetischen invloed van het scheepsijzer op het kompas aan te wijzen, namelijk die van locale

(*) De volgende beschouwing is hoofdzakelijk ontleend aan de vriendelijke mededeelingen van Dr. F. J. STAMKART.

attractie, moet dan ook volstrekt worden afgekeurd, omdat zij een verkeerd denkbeeld doet ontstaan.

Ofschoon in de leerboeken, die over het magnetismus handelen, de natuur der magnetische werkingen, zooals deze zich uitwendig vertoonen, uiteengezet wordt, zoo mogen nogtans de volgende opmerkingen hier hare plaats vinden. Wanneer gehard of ongehard ijzer of staal niet magnetisch is, of liever, wanneer de magnetische krachten, die daarin sluimeren niet zijn opgewekt, of beter nog, wanneer die krachten met elkander in evenwigt zijn, dan zal door dat ijzer of staal het eene einde eener magneetnaald, die zich op eenigen afstand daarvan bevindt, niet worden aangetrokken, noch het andere afgestooten. Brengt men echter een der einden van de naald in de onmiddellijke nabijheid van of in aanraking met het bedoelde ijzer of staal, dan volgt er altijd aantrekking. Die werking gaat echter in dat geval niet uit van het ijzer, maar van de naald. Wordt b. v. het N. einde van de naald het digtst bij het ijzer gebragt, dan wekt dat N. einde Zuid-magnetismus op in de naaste plek van het ijzer, en er ontstaat aantrekking. Is daarentegen het Z. einde van de naald het digtst bij het ijzer, dan wordt daarin Noord-magnetismus opgewekt, en ook in dit geval zal er aantrekking zijn. De bedoelde werking heeft plaats, ook wanneer de genoemde ligchamen op een kleinen afstand van elkander verwijderd zijn, doch zij neemt snel af, naar gelang dat de afstand grooter wordt, en wordt weldra onmerkbaar. IJzer werkt dus dan eerst op de kompasnaald, wanneer het vooraf zelf magnetisch is, en zelfs in een geheel ijzeren schip zou de naald van een kompas niet worden aangedaan, indien het ijzeren schip niet eerst zelf in magnetischen toestand verkeerde, dewijl de werking van de naald, om in het ijzer van het schip magnetismus op te wekken, volstrekt onmerkbaar zou wezen.

De reden, waarom het ijzer in het algemeen in een magnetischen toestand verkeert, moet worden gezocht in de werking van het aardmagnetismus. Dat magnetismus wekt in elk stuk ijzer magnetismus op, waardoor dat ijzer op de kompasnaald kan werken, om haar hetzij Oostwaarts hetzij Westwaarts te doen afwijken, naar gelang van de plaats, die het ijzer ten opzigte van het kompas inneemt.

De omstandigheden, waaronder eene ijzermassa door het aardmagnetismus magnetisch wordt, zijn daarop niet zonder invloed. Hiertoe moeten gerekend worden de stand van de ijzermassa, met betrekking tot de rigting van de aardmagnetische kracht, en de vorm der massa. De aardmagnetische kracht is gerigt volgens een vertikaal vlak, dat door het magnetische Noord- en Zuidpunt van den horizon gaat, terwijl zij in het algemeen onder een hoek op den horizon helt, welke hoek de inclinatie of helling van de magneetnaald genoemd wordt. Stelt b. v. *ZN*, fig. 232 de magnetische middaglijn voor, dan zal een magneetstaafje,

dat in het zwaartepunt *M* vrij is opgehangen, eene rigting *BA* aannemen. De hoek *NMA* stelt dan de inclinatie of helling voor. Hier te lande bedraagt zij nágenoeg 68°. Op de magnetische polen van de aarde staat *AB* vertikaal. Op de Noord-pool is *A* onder, *B* boven; op de magnetische Zuid-pool is *B* onder en *A* boven. Op den magnetischen equator is de naald horizontaal.

Denken wij ons een ijzeren kogel, die geen magnetismus zou vertoonen, indien hij buiten den invloed van het aardmagnetismus was, aan dien invloed onderworpen, dan zal hij gemagnetiseerd worden in de rigting van de inclinerende naald. Het punt *N*, fig. 233, gelegen in de rigting van de aardmagnetische kracht, die door het midden van den kogel gaat, stoot het Noorden van een kompas af. Het punt *Z*, diametraal daartegenover gelegen, stoot het Zuiden van een kompas af. Het Zuid- en Noordeinde eener magneetnaald worden echter door de punten *N* en *Z* aangetrokken. Deze afstootende en aantrekkende krachten van den kogel zijn gelijkmatig verdeeld, ieder over de halve oppervlakte van den kogel, de eene van *N*, de andere van *Z* tot aan een grooten cirkel *EQ*, waarvan het vlak regthoekig staat op de rigting *NZ* en de magnetische equator van dien kogel heet. Van *N* tot aan den equator wordt het Noorden van een kompas afgestooten. Dit geschiedt in de verschillende punten van het halve bolvormige oppervlak met een ongelijk vermogen, namelijk dat afneemt naar gelang men *EQ* nadert. Van *Z* tot aan den equator wordt daarentegen dat Noorden aangetrokken, en uit den aard der zaak met een vermogen, dat afneemt naar mate men digter bij *EQ* komt.

Draait men den kogel om eenige middellijn, dan verloopen de punten *N* en *Z* en ook de equator *EQ* over de oppervlakte, doch in de ruimte behouden zij hunne plaatsen.

Heeft de ijzermassa eene minder regelmatige gedaante, dan wordt ook die massa minder regelmatig gemagnetiseerd, doch in elk geval blijft het karakter in zooverre behouden, dat die ijzerdeelen, welke het digtst bij het N. einde van de rigting *ZN* gelegen zijn, het N van een kompas zullen afstooten, dat die, welke het digtst bij het Z. einde van de genoemde rigting liggen, het N. zullen aantrekken, en dat daartusschen eene lijn van enkele, meestal echter van dubbele kromming zal gevonden worden, waarin de invloed op het kompas nul schijnt te zijn. Zoo zal b. v. een staande ijzeren mast op de helft van zijne hoogte, dus een weinig boven het dek, het kompas niet doen afwijken, zelfs al brengt men het op een kleinen afstand daarvan. Op de hoogte van de mars daarentegen, wordt het N. van een kompas sterk aangetrokken, doch ter hoogte van het zaadhout sterk afgestooten.

Het magnetismus, dat op de vermelde wijze in eene ijzermassa wordt opgewekt, draagt den naam van geïnduceerd magnetismus. Blijft

het ijzer langen tijd in denzelfden stand en ontvangt het daarbij schokken of trillingen, dan wordt het geïnduceerde magnetismus als het ware vastgelegd. Al zoude de werking van de aardmagnetische kracht, de inductie, vervolgens geheel ophouden, dan zou het ijzer toch magnetisch zijn, zoodat in elk punt nabij de oppervlakte eene bepaalde magnetische kracht, in eene bepaalde rigting met betrekking tot de ijzermassa, zou werkzaam zijn. De intensiteit van dit vastgelegde magnetismus hangt af van het vermogen der inductie, waardoor het is ontstaan, doch vooral van de natuur van het ijzer, naar gelang dat het week of hard, zuiver of onzuiver is, enz.

Bij de voortdurende werking der inducerende aardmagnetische kracht, wordt ijzer dus in het algemeen door twee oorzaken magnetisch:

1°. door de magnetische kracht, die er op dat oogenblik in wordt opgewekt;

2°. door de magnetische kracht, die er vroeger in opgewekt was, en daarin blijvend is geworden.

De laatst bedoelde wordt onderscheiden in permanent en subpermanent magnetismus, naar gelang dat het, om het zoo uit te drukken, meer of minder vastheid heeft verkregen. Deze onderscheiding is echter niet wezenlijk.

Denken wij ons eene ijzermassa, ergens op aarde in zekeren stand geplaatst, dan is de magnetische toestand, waarin het ijzer verkeert, het resultaat van de zamenwerking van het blijvende magnetismus, dat onafhankelijk is van de plaats op aarde en van den stand, die door de ijzermassa wordt ingenomen, en tevens van het geïnduceerde magnetismus, dat met de plaats en den stand van de ijzermassa verandert. Plaatsverandering is in het algemeen slechts dan van merkbaren invloed, wanneer zij groot is, zooals b. v. voor een schip, dat groote reizen doet. Onder die plaatsverandering verstaan wij eene zoodanige, waarbij geene draaijing in welken zin ook geschiedt. Alle lijnen, die men tusschen de overeenkomstige punten van het ligchaam kan trekken, loopen voor de verschillende plaatsen, die de ijzermassa inneemt, evenwijdig.

Wanneer eene ijzermassa door de aardmagnetische kracht in een magnetischen toestand is gebragt, dan kan men zich voorstellen, dat zulks is geschied door de zamenwerking van drie krachten, waarin de aardmagnetische kracht zich laat ontbinden. Ofschoon deze wijze van beschouwen niet volkomen juist is, zoo verkrijgt men door haar eene benaderde voorstelling van de zaak, die als voldoend naauwkeurig kan worden aangemerkt en die gemakkelijk is.

Stelt I de aardmagnetische kracht voor in de rigting der inclinerende naald, en noemen wij hoek AMN, fig. 232, of de inclinatie d, de horizontale magneetkracht in de rigting van het magnetische Noorden en Zuiden i, en de vertikale magneetkracht v, dan is

$$i = I \cos d$$
$$v = I \sin d$$

waaruit

$$v = i \text{ tang } d.$$

Is nu die ijzermassa aan boord van een schip geplaatst, waarvan de kiel een hoek a° maakt met de magnetische Noord- en Zuidlijn, gerekend van N naar O, of anders gezegd, dat volgens het miswijzende kompas a° voorligt, dan kan men de horizontale kracht i ontbinden in eene kracht x, evenwijdig aan de kiel van het schip, en in eene andere kracht y, in eene daarop loodregte rigting, waardoor wij hebben:

$$x = i \cos a = I \cos d \cos a$$
$$y = i \sin a = I \sin d \sin a.$$

Een ijzeren schip of het ijzer aan boord van een schip kan men zich dus voorstellen als voortdurend blootgesteld aan de inducerende werking van drie magnetische krachten, namelijk van de verticale kracht v, van de horizontale kracht x, evenwijdig aan de kiel, en van de horizontale, dwarsscheepsche kracht y.

Gedurende den bouw van een ijzeren schip, wordt het magnetismus, dat door de genoemde krachten daarin wordt opgewekt, vastgelegd en geraakt het schip in een magnetischen toestand, die ook later grootendeels blijft bestaan.

Bij een ijzeren schip, dat op N. Breedte is gebouwd, is die toestand over het algemeen, als volgt:

Beide boorden, zoowel stuur- als bakboord, trekken het Noorden van een kompas aan. IJzeren dekbalken, die de boorden verbinden, doen over hunne volle lengte hetzelfde. De kiel en over het algemeen de lagere deelen van het schip stooten het Noorden van het kompas af. Deze magnetische toestand is een gevolg van de vertikale kracht v.

Het vermogen, waarmede de boorden het Noorden van het kompas aantrekken, is in alle punten niet even sterk; de bedoelde ongelijkheid hangt af van de werking der horizontale krachten x en y. Was het schip gebouwd in de rigting N en Z, dan was de kracht $y = 0$ en $x = i$, en x had alzoo in dat geval de grootste waarde. Beide boorden moeten nu op gelijke afstanden van de stevens even sterk magnetisch zijn, maar de intensiteit daarvan vermindert, naar gelang dat men nader komt bij dien steven, welke onder het bouwen naar het Noorden gerigt was. In sommige punten kan zij zelfs nul en negatief worden, d. i. er zullen punten van de boorden zijn, waarin het Noorden van het kompas niet wordt aangetrokken en zelfs soms een weinig wordt afgestooten. De kiel daarentegen stoot bij den genoemden steven het Noorden van een kompas sterk af. Zooals wij later zullen zien, is de vermelde omstandigheid nadeelig, en moeten ijzeren schepen gebouwd worden met den achtersteven naar het Noorden gekeerd.

Stond het ijzeren schip in de rigting O en W op stapel, dan zal het

boord, dat naar het Noorden gekeerd was, zwakker magnetisch zijn dan het andere. Beide boorden zullen in het algemeen het Noorden van een kompas aantrekken, doch met ongelijk vermogen. De reden hiervan is duidelijk. Bij het bouwen onder de genoemde omstandigheid is de kracht x, die langsscheeps werkt, gelijk $i \cos a = 0$; de kracht y daarentegen heeft de maximum waarde i, waarvan het gevolg is dat het boord, hetwelk naar het Zuiden gerigt is geweest, met de meeste kracht het Noorden van een kompas zal aantrekken.

Schepen, die in rigtingen NO en ZW of ZO en NW of daaromtrent zijn gebouwd, verkrijgen magnetische toestanden, die tusschen de vroeger aangewezene inliggen, zoodat in het algemeen beide boorden het Noorden van een kompas, evenwel met verschillend vermogen, zullen aantrekken. Het boord, dat het meest naar het Zuiden heeft gestaan, zal daarbij de sterkste aantrekking vertoonen, terwijl van de boorden weder die punten zullen uitmunten, welke in de nabijheid liggen van den steven, die naar het Zuiden gekeerd was.

Zoolang het schip op stapel staat, zijn het geïnduceerde en het sub-permanente magnetismus vereenigd en openbaren zij hunne werking op dezelfde wijze. Is het schip echter te water gelaten en neemt het verschillende rigtingen aan, dan werkt het geïnduceerde magnetismus bij iedere andere rigting dadelijk verschillend. Blijft het schip regtstandig liggen, en draait het alleen naar verschillende streken van den horizon, dan blijven het permanente en het tijdelijk geïnduceerde magnetismus, dat door de vertikale kracht v is en wordt opgewekt, vereenigd. De krachten x en y veranderen met den hoek a, zoodat de magnetische werking van de boorden, daargelaten het door v veroorzaakte permanente en tijdelijk geïnduceerde magnetismus, steeds voor een gedeelte zal veranderen, en wel zoodanig, dat het boord, hetwelk het meest naar het Zuiden is gerigt, eene vermeerdering van vermogen erlangt om het N. van een kompas aan te trekken.

Krijgt het schip eenige helling, dan moet men een onderscheid maken tusschen het loef- en het lijboord. Het loefboord verkrijgt op N. Breedte eene vermeerdering van vermogen om het N. van een kompas aan te trekken; in het lijboord daarentegen neemt dat vermogen af. Op Z. Breedte, of liever bezuiden den magnetischen equator, gebeurt het omgekeerde. Daar zal het loefboord het N. van een kompas met minder kracht, het lijboord echter dat N. met meer kracht aantrekken, dan wanneer het schip regt ligt. Eene andere opmerking is deze, dat de werking van het permanente magnetismus ook verandert bij overhelling van het schip. In dat geval wordt namelijk de ontbonden magnetische kracht, die vertikaal was, toen het schip regt lag, ook hellende, en terwijl zij bij het regtliggende schip, b. v. het Noord- of Zuideinde eener kompasnaald alleen kon opligten, maar de roos niet kon doen draaijen, zoo zal zij, bij het

hellende schip, dewijl zij schuins op de naald werkt, deze tevens in eene horizontale rigting kunnen doen afwijken.

1°. Afleiding van eene formule voor de afwijking van het kompas door het scheepsijzer.

Laat NZ, fig. 234, de magnetische middaglijn, MB de rigting van de kiel van het schip en zn de rigting van de afwijkende kompasnaald zijn. Stellen wij:

hoek NMB of den miswijzenden koers . . . . $= a$
„ nMB of den koers volgens het miswijzende en afwijkende kompas $= a'$
„ nMN of de afwijking van het kompas . . . . . . $= a' - a = \varphi$.

De koershoeken worden gerekend van N of n, Oostwaarts om, van 0° tot 360°. De afwijking φ wordt gerekend Westwaarts, even als de miswijzing, die voor verreweg de meeste plaatsen, welke door onze schepen bezocht worden, Noordwestelijk is.

Wordt nu de afwijking van de naald veroorzaakt door twee magnetische krachten X en Y, die aan boord van het schip, op het Noordeinde n der naald naar den achtersteven en naar bakboord werken, en op het Zuideinde z in evenwijdige doch tegenovergestelde rigtingen, dan wordt de naald gerigt door drie krachten, als: i naar het Noorden, X evenwijdig aan MB en Y regthoekig op MB. De resultante R van deze drie krachten wijst de rigting aan, waarin de naald zich zal stellen. Ontbinden wij de genoemde krachten, volgens de rigting van R en volgens eene daarop loodregte rigting, dan moet de som der eerst ontbondene gelijk R, doch de som van de andere gelijk nul zijn. Aldus komt

$$i \cos\varphi - X \cos a' + Y \sin a' = R$$
$$i \sin\varphi - X \sin a' - Y \cos a' = 0$$

waaruit

$$\text{(I)} \quad \ldots\ldots \quad \sin\varphi = \frac{X}{i} \sin a' + \frac{Y}{i} \cos a'.$$

De krachten X en Y bestaan vooreerst uit de resultanten van de permanente of sub-permanente magnetische krachten, die wij door P en Q zullen voorstellen, en ten tweede uit de resultanten van de magnetische krachten, die in de ijzerdeelen geïnduceerd zijn, ten gevolge van de werking der krachten v, x en y, of i tang d, $i \cos a$ en $i \sin a$.

De resulterende krachten op het Noorden n van de magneetnaald zijn alzoo

1. door v:

$C \times v = i\,C$ tang d gerigt naar den achtersteven
$F \times v = i\,F$ tang d „ „ bakboord
$K \times v = i\,K$ tang d „ nederwaarts.

C, F en K zijn standvastige getallen, die alleen van de plaats van het kompas aan boord, van den vorm en de grootte van het schip en van de verdeeling der ijzermassa afhangen.

2°. door x:

$A \times x = i\,A \cos a$ gerigt naar den achtersteven
$D \times x = i\,D \cos a$ „ „ bakboord
$G \times x = i\,G \cos a$ „ nederwaarts.

3°. door y:

$-B \times y = -i\,B \sin a$ gerigt naar den achtersteven
$-E \times y = -i\,E \sin a$ „ „ bakboord
$-H \times y = -i\,H \sin a$ „ nederwaarts.

A, D, G, B, E, H stellen, even als C, F en K, standvastige getallen voor. Wij hebben $-B$, $-E$ en $-H$ geschreven, omdat de kracht $i \cos a$ in de figuur, met betrekking tot den voorsteven, even zoo is gelegen als de kracht $i \sin a$, met betrekking tot bakboordszijde. Het is klaarblijkelijk eene geheel onverschillige zaak met welk teeken de getallenwaarden A, B enz. worden geschreven.

Vereenigen wij de krachten, die naar den achtersteven en naar bakboord werken, dan verkrijgen wij

$$X = P + iC \operatorname{tang} d + iA \cos a - iB \sin a = iP' + iA \cos a - iB \sin a$$
$$Y = Q + iF \operatorname{tang} d + iD \cos a - iE \sin a = iQ' + iD \cos a - iE \sin a$$

wanneer wij ter bekorting stellen

$$P' = \frac{P}{i} + C \operatorname{tang} d \text{ en } Q' = \frac{Q}{i} + F \operatorname{tang} d.$$

Substitueren wij deze waarden van X en Y in form. (I), dan komt

$$\text{(II)} \;.\; \sin \varphi = \{P' + A \cos a - B \sin a\} \sin a' + \{Q' + D \cos a - E \sin a\} \cos a'$$
$$= P' \sin a' + Q' \cos a' + A \sin a' \cos a - E \cos a' \sin a + D \cos a' \cos a$$
$$- B \sin a' \sin a.$$

Schrijven wij daarin

voor A ... $\frac{1}{2}(A+E) + \frac{1}{2}(A-E)$ voor D ... $\frac{1}{2}(D+B) + \frac{1}{2}(D-B)$
„ E ... $\frac{1}{2}(A+E) - \frac{1}{2}(A-E)$ „ B ... $\frac{1}{2}(D+B) - \frac{1}{2}(D-B)$

dan wordt, dewijl $(a'-a) = \varphi$ is,

$$\sin \varphi = P' \sin a' + Q' \cos a' + \tfrac{1}{2}(A+E) \sin \varphi + \tfrac{1}{2}(A-E) \sin(a'+a) + \tfrac{1}{2}(D+B) \cos(a'+a) +$$
$$+ \tfrac{1}{2}(D-B) \cos \varphi$$

of

$$(1 - \tfrac{1}{2}A - \tfrac{1}{2}E) \sin \varphi = P' \sin a' + Q' \cos a' + \tfrac{1}{2}(A-E) \sin(a'+a) + \tfrac{1}{2}(D+B) \cos(a'+a) +$$
$$+ \tfrac{1}{2}(D-B) \cos \varphi.$$

Stelt men voorts

$$1 - \tfrac{1}{2} A - \tfrac{1}{2} E = N$$
$$\tfrac{1}{2}(D - B) = rN$$
$$\tfrac{1}{2}(A - E) = pN$$
$$\tfrac{1}{2}(D + B) = qN$$
$$P' = \frac{P}{i} + C \operatorname{tang} d = mN$$
$$Q' = \frac{Q}{i} + F \operatorname{tang} d = nN$$

dan komt ten slotte:

(III) . $\sin \varphi = r \cos \varphi + m \sin a' + n \cos a' + p \sin (a' + a) + q \cos (a' + a).$

Schrijven wij hierin voor a, $a' - \varphi$, dan verkrijgen wij:

(IV) . $\sin \varphi = r \cos \varphi + m \sin a' + n \cos a' + p \sin (2a' - \varphi) + q \cos (2a' - \varphi).$

Door eene soortgelijke herleiding van de uitdrukking voor R vindt men:

(V) . $R = iN \{ \cos \varphi + r \sin \varphi - m \cos a' + n \sin a' - p \cos (a' + a) + q \sin (a' + a) \}.$

De formulen (IV) en (V) kunnen als de grondformulen voor de afwijkingen der kompassen aan boord van schepen worden aangemerkt. Zij zijn binnen de grenzen van de naauwkeurigheid der waarneming door de ondervinding bevestigd. De voorgedragen theorie is, wat het geïnduceerde magnetismus betreft, die van POISSON. De onmisbare toevoeging daaraan van den invloed der permanente magnetische krachten danken wij aan AIRY (*).

Beschouwen wij thans de beteekenis van de coëfficiënten der formule eenigzins meer van nabij.

1°. De coëfficiënten r en q. Hiervoor hebben wij:

$$r = \tfrac{1}{2} \frac{D - B}{N}; \quad q = \tfrac{1}{2} \frac{D + B}{N}.$$

Laat in fig. 235 M' en M een ijzeren schip voorstellen, dat Noord en Oost voorligt. In den stand M' is de horizontale, langsscheepsche inductie door de kracht $i \cos a$ het sterkst; de dwarsscheepsche echter nul. In den stand M daarentegen is de dwarsscheepsche inductie van de kracht $i \sin a$ het krachtigst en de langsscheepsche nul. De vertikale inducerende kracht $i \operatorname{tang} d$ blijft onder het ronddraaijen van het schip onveranderd, hetgeen dus ook het geval zal zijn met de kracht, die daaruit resulteert en op het kompas werkt.

Volgens de vooronderstelling, brengt in den stand M' de langsscheepsche inductie van de kracht $i \cos a = i$ op het scheepsijzer, eene werking op het kompas te weeg:

(*) Zie de verhandeling van Dr. F. J. STAMKART, over de afwijkingen der kompassen, enz., uitgegeven door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen, te Amsterdam bij C. G. VAN DER POST, 1856.

$A \times i$ naar den achtersteven
$D \times i$ „ bakboord
$G \times i$ nederwaarts.

De werking van $A \times i$ op het Noorden van het kompas is gemakkelijk na te gaan. Het voorschip zal het Noorden afstooten, doch het achterschip zal het aantrekken. Aangaande $D \times i$ merken wij op, dat wanneer het kompas midscheeps staat, de ijzermassa regts en links symetriek verdeeld is en ook gelijke vatbaarheid bezit, om bij inductie gemagnetiseerd te worden, er geene reden bestaat, waarom de resultante $D \times i$ eer naar stuurboord dan naar bakboord zou gerigt zijn, waaruit volgt, dat D in dat geval nul zal zijn. Dewijl nu in het algemeen het scheepsijzer regts en links van het kompas, op zeer weinig na, symetriek verdeeld is, zoo zullen wij zonder bezwaar D in het algemeen klein kunnen stellen.

In den stand M is de horizontale, dwarsscheepsche inducerende kracht het grootst en gelijk i. De secundaire uitwerking daarvan op het Noorden van het kompas wordt aangewezen door

$-B \times i$ naar den achtersteven
$-E \times i$ „ bakboord of $+E \times i$ naar stuurboord
$-H \times i$ nederwaarts.

Eene symetrieke verdeeling van het ijzer ten opzigte van het kompas, naar den voor- en achtersteven, mogen wij thans niet aannemen. De stevens, en inzonderheid de voorsteven, zijn echter in het algemeen verder van het kompas verwijderd dan de boorden, en oefenen bijgevolg daarop een geringeren invloed uit dan deze. Voorts wordt de invloed, dien de boorden op het kompas uitoefenen, grootendeels veroorzaakt door dat gedeelte van de boorden, hetwelk onmiddellijk voor en achter het kompas ligt, en er komen dus tot de vorming van $B \times i$ zoowel positieve als negatieve elementen voor, weshalve men geregtigd is tot de stelling, dat ook B een klein getal zal zijn.

Blijkens de gevolgde redenering, moeten dus de coëfficiënten r en q in het algemeen klein zijn. Ook de ondervinding heeft dit besluit ten volle bevestigd, en slechts in een enkel geval onder vele had q eene betrekkelijk groote waarde. Dit geval deed zich voor bij het stuurkompas van eene stoomboot, dat streng genomen te digt bij het hek was geplaatst.

2°. De coëfficiënt $p = \frac{1}{2}\frac{A - E}{N}$.

In den stand M' komt de kracht $A \times i$ met eene afstooting van het Noorden van het kompas door den voorsteven en met eene aantrekking van den achtersteven overeen. In den stand M is het duidelijk, dat de kracht $+E \times i$ overeenkomt met eene afstooting van het Noorden van het

kompas door bakboord en met eene aantrekking door stuurboord. Hieruit volgt, dat $+A$ en $+E$, zonder dat zij daarom klein behoeven te zijn, gelijke teekens moeten hebben, weshalve $A-E$ niet groot behoeft te zijn.

Bij den stand, dien het schip in M' heeft, kan de kracht $A \times i$ geene afwijking van het kompas voortbrengen, evenmin als de kracht $E \times i$ bij den stand van het schip in M, omdat die krachten dan juist Noord- en Zuidwaarts, en niet zijdelings werken. Zij verzwakken alleen de kracht, waardoor de naald wordt gerigt. De geringere afstand, waarop de beide boorden van het kompas staan, dan de stevens, maakt dat in het algemeen E grooter is dan A, en dat dus $(A-E)$ negatief zal wezen. De ondervinding bevestigt zulks ten volle, want over het algemeen vindt men voor den coëfficiënt p op ijzeren schepen eene negatieve waarde, d. i. bij eene positieve waarde van sin $(a' + a)$ geeft de inducerende kracht eene Oostelijke afwijking (*).

Ligt het schip Oost en West voor, dan is in het algemeen de rigtende kracht van de magneetnaald een weinig minder, dan wanneer het schip Noord en Zuid voorligt (†).

Dewijl A en E in het algemeen positief zijn, zoo zal $N = 1 - \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}E$ over het algemeen kleiner zijn dan de eenheid. Ook dit wordt door de ondervinding bevestigd, dewijl het tot de zeldzaamheden behoort, wanneer $N = 1$ of een weinig daarboven is (§). Dit geval laat zich verklaren, wanneer zich b. v. voor of achter het kompas eene ijzermassa bevindt, die als afzonderlijk werkende kan worden beschouwd.

3°. De coëfficiënten m en n. Hiervoor hebben wij:

$$m = \frac{\left(\frac{P}{i} + C \text{ tang } d\right)}{N} \qquad n = \frac{\left(\frac{Q}{i} + F \text{ tang } d\right)}{N}.$$

Al dadelijk ontwaart men, dat deze coëfficiënten de uitwerking bevatten van het permanente of sub-permanente magnetismus P en Q, en van het vertikale, geïnduceerde magnetismus $v = i$ tang d. De uitwerking van P en Q op het kompas is niet op alle plaatsen dezelfde, dewijl zij omgekeerd evenredig is met de horizontale intensiteit van de aardmagnetische kracht. Ook de uitwerking van de vertikale inductie is veranderlijk, omdat deze afhangt van den tangens der inclinatie. De coëfficiënten m en n zijn dus niet standvastig, maar zullen met de verplaatsing van het schip over de aardoppervlakte eene verandering

(*) p is negatief, omdat wij eene Westelijke afwijking positief hebben gesteld.

(†) Men vergelijke § 99, bladz. 247, van het werk: De regeling van kompassen, enz. door Dr. P. J. STAMKART, uitgegeven bij de wed. G. HULST VAN KEULEN, te Amsterdam 1861.

(§) Zie § 86, bladz. 215 van genoemd werk.

ondergaan. De coëfficiënten r, p en q daarentegen moeten volgens de theorie standvastig dezelfde waarde behouden, waar het schip zich ook moge bevinden. Ook de ondervinding heeft een en ander bevestigd; doch in p en q merkt men, over het algemeen genomen, eene kleine, langzaam voortgaande vermindering op (*), hetgeen schijnt aan te duiden, dat het ijzer, waaruit het ijzeren schip is zamengesteld, langzamerhand minder vatbaar wordt, om door inductie gemagnetiseerd te worden. Vermoedelijk is dit een gevolg van het harder of brozer worden van het ijzer door de kleine trillingen en buigingen, waaraan het gedurende eene reis voortdurend is blootgesteld.

Ten einde eene formule voor de afwijkingen van het kompas te bekomen, waarin de uitwerking van het horizontaal geïnduceerde magnetismus, zuiver van die van het permanente en vertikaal geïnduceerde is afgescheiden, ontwikkelen wij (IV) aldus:

$$\{1+p\cos 2a'-q\sin 2a'\}\sin\varphi-\{r+p\sin 2a'+q\cos 2a'\}\cos\varphi=m\sin a'+n\cos a'.$$

Deelen wij door den coëfficiënt van $\sin\varphi$ en stellen wij

$$\text{(VI)} \quad \ldots\ldots \quad \operatorname{tang}\alpha=\frac{r+p\sin 2a'+q\cos 2a'}{1+p\cos 2a'-q\sin 2a'}$$

dan komt

$$\sin\varphi-\cos\varphi\operatorname{tang}\alpha=\frac{\sin(\varphi-\alpha)}{\cos\alpha}=\frac{m\sin a'+n\cos a'}{1+p\cos 2a'-q\sin 2a'}$$

en dus

$$\text{(VII)} \quad \ldots\ldots \quad \sin(\varphi-\alpha)=\frac{m\sin a'+n\cos a'}{1+p\cos 2a'-q\sin 2a'}\cos\alpha.$$

De hoek α hangt alleen af van de getallen p, q, r, die standvastig zijn en van den koers a' volgens het kompas. Hij verandert niet, welk bedrag en welke rigting de afwijking moge hebben, die door het permanente magnetismus wordt voortgebragt. De hoek α is mitsdien onafhankelijk van de plaats, waar het schip zich bevindt.

De hoek α heeft dezelfde waarde voor twee tegenovergestelde koersen a' volgens het kompas, omdat wanneer a' met 180° is aangegroeid, $2a'$ met 360° zal zijn toegenomen en de sinussen en cosinussen alzoo blijkbaar dezelfde zijn.

$(\varphi-\alpha)$ heeft voor twee schijnbaar tegenovergestelde koersen a' en $a'+180°$ dezelfde waarde, doch een verschillend teeken. Wij bezigen hierbij de uitdrukking van schijnbaar tegenovergestelde koersen, omdat wanneer bij den koers a', volgens het kompas, de afwijking is $\varphi=(\varphi-\alpha)+\alpha$, de koers volgens het miswijzende kompas zijn zal

$$a=a'-\varphi=a'-\alpha-(\varphi-\alpha).$$

(*) Zie verslagen en mededeelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen, Afdeeling Natuurkunde, 11de deel, 3de stuk, bladz. 292.

Verandert nu de koers volgens het kompas met 16 streken of 180°, dan gaat a' over in $a' + 180°$; α blijft onveranderd, doch $(\varphi - \alpha)$ wordt $-(\varphi - \alpha)$. Bijgevolg vindt men dan voor den koers a'' volgens het miswijzende kompas:

$$a'' = a' + 180° - \alpha + (\varphi - \alpha)$$
$$= a + 180° + 2(\varphi - \alpha).$$

De koersen a en a'' zijn dus alleen dan juist tegenovergesteld, wanneer

$$\varphi - \alpha = 0 \text{ of } \varphi = \alpha \text{ is.}$$

Wanneer de afwijkingen niet groot zijn, b. v. kleiner dan 20°, dan kan meh de bogen voor de sinussen nemen en de coëfficiënten r, m, n, p en q niet in deelen van den straal, maar in graden uitdrukken, waardoor de noemer der formulen (VI) en (VII) wordt:

$$1 + \tfrac{1}{57}(p^0 \cos 2a' - q^0 \sin 2a').$$

Zooals wij gezien hebben, zijn p en q in het algemeen klein. Bedragen m en n niet meer dan 4° à 5°, dan kunnen wij met voordeel form. (III) aldus schrijven:

(VIII) . . . $\varphi = r + m \sin a' + n \cos a' + p \sin 2a' + q \cos 2a'$

welke vorm in de toepassing het meeste gemak aanbiedt.

2°. Bepaling van den invloed van het scheepsijzer door waarnemingen.

Hebben wij in het tot dus verre behandelde opgemerkt, dat de werking van het scheepsijzer op het kompas met de rigting van het schip verandert, dan zal men de noodzakelijkheid inzien, om dien veranderlijken invloed naauwkeurig te bepalen, alvorens het schip eene reis onderneemt.

Het middel, dat men in het algemeen daartoe aanwendt, is, dat men het schip rondhaalt, volgens de streken van het kompas, waarvan men de afwijking wenscht te kennen, en bij elken koers, dien het schip voorligt, de miswijzing van dat kompas bepaalt. Zijn al de op die wijze gevonden miswijzingen aan elkander gelijk, dan bestaat er geene afwijking door het scheepsijzer. Zijn de gevonden miswijzingen ongelijk, dan bestaan er afwijkingen, waarvan het bedrag ligtelijk kan gevonden worden, door het verschil te nemen van elke waargenomen miswijzing met de declinatie der naald, welke declinatie uit den aard der zaak buiten den invloed van het scheepsijzer moet zijn bepaald. Stelt men vervolgens eene tafel zamen, waarin voor de verschillende koersen, de daarbij behoorende afwijkingen der naald zijn opgeteekend, dan zal men later naar zee gaande, slechts de tafel behoeven te raadplegen, om te

kunnen bepalen hoedanig het schip moet voorliggen om den juisten koers te sturen.

Men behoort evenwel niet uit het oog te verliezen, dat de gevonden afwijkingen alleen zullen gelden, zoolang het schip weinig uitgestrekte reizen heeft te volbrengen; doch dat zij op nieuw moeten worden bepaald, wanneer het schip op plaatsen komt, alwaar de intensiteit van de aardmagnetische kracht en de inclinatie der naald anders zijn. Ook zelfs bij korte reizen is de gedurige bepaling van den invloed van het scheepsijzer, vooral op ijzeren schepen, zeer noodzakelijk, omdat het werken van het schip dien invloed kan wijzigen.

Van de verschillende manieren om bovenstaande regeling, b. v. voor het standaard-kompas te volbrengen, willen wij de meest gebruikelijke opgeven.

Men denkt zich het schip geheel voor zee uitgerust, de sloepen geheschen en alle voorwerpen op de daartoe bestemde plaatsen geborgen.

Na de noodige trossen en werpen te hebben uitgebragt, haalt men het schip zachtjes rond, doch vertoeft bij elke andere streek, die het schip op het miswijzende standaard-kompas gaandeweg komt voor te liggen, eenige oogenblikken, ten einde met dat kompas een ver afgelegen voorwerp, b. v. een toren, berg, of iets dergelijks te kunnen peilen. Het is duidelijk, dat de straal van den cirkel, dien het schip omzwaaijende beschrijft, zoo klein moet zijn, dat die straal, vergeleken bij den afstand tot het gepeilde voorwerp als nul kan aangemerkt worden. Men kan de peiling doen voor elke der 32 streken van het kompas. Verrigt men haar om de twee of om de vier streken, dan verkrijgt men nog een bruikbaar, doch minder naauwkeurig resultaat.

Oefent nu het scheepsijzer geen invloed uit op het standaard-kompas, dan moet de peiling volgens dat kompas voor al de verschillende streken, die het schip voorligt, dezelfde zijn. Heeft men dan met behulp van eene astronomische peiling, zie bladz. 350 van dit hoofdstuk, de juiste rigting van het gepeilde voorwerp bepaald, dan zal het verschil tusschen de gepeilde en de berekende rigtingen de miswijzing van het kompas zijn, die in dit bijzonder geval niet anders is dan de declinatie der magneetnaald.

Bestaat er daarentegen wel invloed van het scheepsijzer, dan zal het verschil tusschen de gepeilde en de berekende rigtingen bij de verschillende streken, die het schip voorlag, niet standvastig zijn. Het bedoelde verschil geeft nu de miswijzing van het kompas te kennen voor de streek, waarbij dat verschil behoort, en bestaat klaarblijkelijk uit de declinatie der naald en uit de afwijking, die door het scheepsijzer wordt veroorzaakt, zoodat men om de laatstgenoemde te kunnen afzonderen, de declinatie der naald voor de plaats van het schip moet kennen. Hiertoe kan men zich met het standaard-kompas naar den wal, buiten storende

magnetische invloeden begeven, en aldaar op de gebruikelijke wijze de miswijzing bepalen, die in dit geval de declinatie der naald zal zijn.

Eenvoudiger en beter is het, om met het standaard-kompas, aan den wal buiten storende magnetische invloeden, het waargenomen voorwerp in de rigting van het schip te peilen. De verschillen tusschen deze peiling en die, welke met het standaard-kompas aan boord zijn verrigt, zullen onmiddellijk de afwijkingen van het kompas door het scheepsijzer doen kennen.

Mogt de kans bestaan, dat er in de plaatsing van de ijzermassa, gedurende de reis, eene verandering wordt gebragt, zooals b. v. met den schoorsteen van een stoomschip kan geschieden, die soms opgezet en dan weder neergelaten is, dan moet de invloed van dien veranderden toestand op het kompas worden bepaald en alzoo het schip worden rondgehaald en de peilingen verrigt, eens met den schoorsteen op, en andermaal met den schoorsteen neer, of men verrigt elke peiling met den schoorsteen in beide standen. Zoo mogelijk zorge men echter het standaard-kompas zoodanig te plaatsen, dat de bedoelde invloed onmerkbaar is.

Als voorbeeld mogen de waarnemingen dienen, die wij hebben vereenigd in de tabel, welke op de volgende bladzijde voorkomt. Daarvan bevat de eerste kolom aan de linkerhand de streken, die zeker schip volgens het standaard-kompas voorlag en de tweede de overeenkomstige peilingen van een voorwerp, waarvan de peiling met dat kompas aan den wal waargenomen, N 20° W was. In de vierde kolom vindt men de afwijking van het standaard-kompas door den invloed van het scheepsijzer.

Het schip ligt voor op het stand. kompas	Peiling van het voorwerp met het stand. kompas.	Peiling van het voorwerp met het kompas aan wal.	Afwijking van het stand. kompas.
N	N 17°,8 W.	N 20° W.	2°,2 W.
NtO	„ 20,4 „		0,4 O.
NNO	„ 24,1 „		4,1 „
NOtN	„ 32,1 „		12,0 „
NO	„ 36,1 „		16,1 „
NOtO	„ 36,2 „		16,2 „
ONO	„ 36,3 „		16,3 „
OtN	„ 36,3 „		16,3 „
O	„ 36,4 „		16,4 „
OtZ	„ 35,0 „		15,0 „
OZO	„ 33,0 „		13,0 „
ZOtO	„ 31,0 „		11,0 „
ZO	„ 29,7 „		9,7 „
ZOtZ	„ 28,1 „		8,1 „
ZZO	„ 26,2 „		6,2 „
ZtO	„ 24,1 „		4,1 „
Z	„ 22,3 „		2,3 „
ZtW	„ 20,5 „		0,5 „
ZZW	„ 18,1 „		1,9 W.
ZWtZ	„ 15,2 „		4,8 „
ZW	„ 13,3 „		6,7 „
ZWtW	„ 11,0 „		9,0 „
WZW	„ 8,5 „		11,5 „
WtZ	„ 6,3 „		13,7 „
W	„ 4,1 „		15,9 „
WtN	„ 3,8 „		16,2 „
WNW	„ 3,4 „		16,6 „
NWtW	„ 2,9 „		17,1 „
NW	„ 2,4 „		17,6 „
NWtN	„ 5,9 „		14,1 „
NNW	„ 10,0 „		10,0 „
NtW	„ 14,2 „		5,8 „

Omtrent de benaming van de afwijking valt op te merken, dat zij moet te kennen geven, hoeveel en in welke rigting de naald van het magnetische Noorden afwijkt. Eene Oostelijke afwijking beteekent dus dat het Noorden van het kompas door het scheepsijzer ten Oosten van den magnetischen meridiaan is gerigt, terwijl eene afwijking W het omgekeerde aanduidt.

Om de afwijking te vinden, kan men even als bij de berekening van de miswijzing te werk gaan. Men teekent namelijk eene figuur, waarin van het magnetische Noorden de juiste peiling van het voorwerp, in ons geval N 20° W, in de behoorlijke rigting wordt afgezet, waardoor de betrekkelijke ligging van het voorwerp zal zijn aangegeven. Zet men

vervolgens, uitgaande van het voorwerp, de peiling af, die aan boord is waargenomen, dan zal daardoor de plaats van het Noordeinde der naald zijn aangewezen, waaruit men onmiddellijk de rigting en het bedrag van de afwijking kan opmaken.

Ten einde deze en soortgelijke berekeningen, als b. v. die van bladz. 355, IIe Deel, te vergemakkelijken, of liever om de kans van daarin fouten te begaan te verminderen, kan men zich bedienen van de beweegbare figuur, die met behulp van plaat XVI op de volgende wijze wordt zamengesteld. Men snijdt de roos *B* langs den buitensten cirkel uit, en evenzoo den wijzer *A* langs de lijnen, welke de figuur *A* begrenzen. Voorts legt men *B* op *G* en *A* op *B*, en steekt eene dunne stift door de punten *E*, *C* en *D*, of haalt in dezelfde volgorde door die punten een draad, zoodat *B* en *A* om het middelpunt *D* kunnen draaijen.

Om nu b. v. de afwijking met behulp van de beweegbare figuur te vinden, leggen wij den wijzer *A* op de verdeeling van de roos *G*, die met de peiling aan wal overeenkomt, en dus in ons geval op N 20° W. Verdraaijen wij nu de roos *B* tot dat de verdeeling, die met de gepeilde rigting aan boord overeenstemt, onder den wijzer is, dan zal het aantal graden, dat *N′* regts of links van *N* staat, de gevraagde Oostelijke of Westelijke afwijking zijn, dewijl de rigting van *N* die van het magnetische Noorden voorstelt. Is b. v. de peiling aan boord N 28°,1 W, dan komt *N′* 8°,1 regts of aan den Oostelijken kant van *N* te liggen, en de afwijking zal dus 8°,1 O zijn.

Heeft men op het oogenblik van de peiling met het standaard-kompas afgelezen, hoedanig het schip volgens het stuurkompas voorlag, dan vindt men, wanneer de afwijking van het eerstgenoemde kompas bekend is, die van het laatstgenoemde, met behulp van de beweegbare figuur, op de volgende wijze. Men beschouwe de roos *B* als die van het peilkompas en *G* als die van het stuurkompas. Voorts brenge men de verdeeling van *B*, die overeenstemt met den koers van het schip volgens het standaard-kompas, in overeenstemming met den koers volgens het stuurkompas, die op *G* wordt afgelezen. Legt men dan den wijzer, als meridiaan beschouwd, aan die zijde van *N′*, welke overeenstemt met de gevonden afwijking van het standaard-kompas, dan ontwaart men onmiddellijk, hoedanig *N* ten opzigte van den meridiaan ligt, en kan dus ook de afwijking van het stuurkompas gemakkelijk worden afgelezen.

Is b. v. de afwijking van het standaard-kompas 11°15′ O, terwijl het schip op dat kompas NO, doch op het stuurkompas NO ¼ O voorligt, dan verdraaijen wij *B*, totdat de streek NO van die roos overeenstemt met N 50°37′,5 O op *G*, terwijl wij den wijzer 11°15′ links van *N′* plaatsen. Dewijl men alsdan vindt, dat *N* 5°37′,5 Oost van den wijzer of

van den meridiaan ligt, zoo is de gevraagde afwijking van het stuurkompas 5°37',5 O.

Eene andere manier om de afwijking van het standaard-kompas te bepalen, is de volgende: Op het oogenblik, dat het schip op elke der 32 streken van het miswijzende standaard-kompas stil ligt, neemt men met dat kompas aan boord en met een tweede kompas, dat aan den wal is opgesteld, op een zoodanigen afstand van het schip, dat het buiten den magnetischen invloed daarvan is, wederkeerige peilingen. Wordt het kompas aan boord niet door het scheepsijzer aangedaan, dan zullen de beide peilingen juist 180° verschillen, dewijl beide naalden dezelfde declinatie hebben. Het is duidelijk dat de kompassen onderling moeten worden vergeleken. Hiertoe brengt men, voor of na de waarneming, ook het standaard-kompas naar den wal en neemt bij een onderlingen afstand van 15 à 20 Ned. el in verschillende rigtingen wederkeerige peilingen, of peilt met beide kompassen hetzelfde voorwerp. Wijzen de kompassen blijkens deze proef ongelijk, dan maakt men de verschillen op, waarmede de peilingen, die aan boord zijn verrigt, verbeterd kunnen worden. Verschillen de peilingen aan boord en aan wal, zoo noodig na de toepassing van de genoemde verbetering, niet juist 180°, dan wordt zulks veroorzaakt door afwijkingen van het standaard-kompas, welke afwijkingen vervolgens gemakkelijk kunnen worden gevonden.

Dewijl het een vereischte is, dat de wederkeerige peilingen op hetzelfde oogenblik worden genomen, zoo is het raadzaam, dat de waarnemer aan boord, telkens wanneer het schip op eene der streken stil ligt, een sein geeft, waarnaar de waarnemer aan den wal zich heeft te regelen. Nog is het doelmatig, dat beide waarnemers het oogenblik hunner peilingen opteekenen, opdat er later, na den afloop der waarnemingen geene onzekerheid heersche, aangaande de peilingen, die al dan niet bij elkander behooren.

3°. Bepaling van de coëfficiënten r, p, q, m en n der formule voor de afwijkingen van het kompas, met behulp van waarnemingen.

Wanneer men, volgens eene der medegedeelde manieren, de afwijkingen van het kompas heeft bepaald voor verschillende koersen a', dan zal men met behulp van formule (IV) een aantal vergelijkingen kunnen opstellen, waaruit vervolgens de vijf onbekende coëfficiënten r, p, q, m en n kunnen worden opgelost. Ofschoon vijf waarnemingen daartoe voldoende zouden zijn, zoo is het echter voor eene goede bepaling van de bedoelde coëfficiënten raadzaam, om minstens acht waarnemingen te bezitten, die bij voorkeur verrigt zijn, toen het schip volgens het kompas N, NO, O, ZO, Z, ZW, W en NW voorlag. Met behulp van deze

acht waarnemingen, kan men dan het vraagstuk op de volgende wijze oplossen. Duiden wij gemakshalve de afwijkingen aan door de streken, waarbij zij behooren, dan komt volgens de formulen (VI) en (VII):

$$\left.\begin{array}{llll} \text{Koers N} & a' = 0°. & \operatorname{tang} \alpha = \dfrac{r+q}{1+p} & \ldots \sin(\text{N} - \alpha) = \dfrac{n}{1+p} \cos \alpha \\ \text{,, Z} & a' = 180°. & \operatorname{tang} \alpha = \dfrac{r+q}{1+p} & \ldots \sin(\text{Z} - \alpha) = -\dfrac{n}{1+p} \cos \alpha \end{array}\right\} A$$

$$\left.\begin{array}{llll} \text{,, O} & a' = 90°. & \operatorname{tang} \alpha_2 = \dfrac{r-q}{1-p} & \ldots \sin(\text{O} - \alpha_2) = \dfrac{m}{1-p} \cos \alpha_2 \\ \text{,, W} & a' = 270°. & \operatorname{tang} \alpha_2 = \dfrac{r-q}{1-p} & \ldots \sin(\text{W} - \alpha_2) = -\dfrac{m}{1-p} \cos \alpha_2 \end{array}\right\} B$$

$$\left.\begin{array}{llll} \text{,, NO} & a' = 45°. & \operatorname{tang} \alpha_1 = \dfrac{r+p}{1-q} & \ldots \sin(\text{NO} - \alpha_1) = \dfrac{m+n}{1-q} \sin 45° \cos \alpha_1 \\ \text{,, ZW} & a' = 225°. & \operatorname{tang} \alpha_1 = \dfrac{r+p}{1-q} & \ldots \sin(\text{ZW} - \alpha_1) = -\dfrac{m+n}{1-q} \sin 45° \cos \alpha_1 \end{array}\right\} C$$

$$\left.\begin{array}{llll} \text{,, ZO} & a' = 135°. & \operatorname{tang} \alpha_3 = \dfrac{r-p}{1+q} & \ldots \sin(\text{ZO} - \alpha_3) = \dfrac{m-n}{1+q} \sin 45° \cos \alpha_3 \\ \text{,, NW} & a' = 315°. & \operatorname{tang} \alpha_3 = \dfrac{r-p}{1+q} & \ldots \sin(\text{NW} - \alpha_3) = -\dfrac{m-n}{1+q} \sin 45° \cos \alpha_3 \end{array}\right\} D$$

Uit de vergelijkingen A, B, C en D volgt, wanneer wij de bogen voor de sinussen nemen:

$$\text{N} - \alpha + \text{Z} - \alpha = 0 \text{ dus } \alpha = \frac{\text{N} + \text{Z}}{2} = \text{boog tang} \frac{r+q}{1+p}$$

$$\text{O} - \alpha_2 + \text{W} - \alpha_2 = 0 \text{ ,, } \alpha_2 = \frac{\text{O} + \text{W}}{2} = \text{boog tang} \frac{r-q}{1-p}$$

$$\text{NO} - \alpha_1 + \text{ZW} - \alpha_1 = 0 \text{ ,, } \alpha_1 = \frac{\text{NO} + \text{ZW}}{2} = \text{boog tang} \frac{r+p}{1-q}$$

$$\text{ZO} - \alpha_3 + \text{NW} - \alpha_3 = 0 \text{ ,, } \alpha_3 = \frac{\text{ZO} + \text{NW}}{2} = \text{boog tang} \frac{r-p}{1+q}$$

Bij het opmaken van deze halve sommen, lette men op het teeken der afwijkingen en brenge eene Westelijke met het teeken (+), eene Oostelijke met het teeken (—) in rekening. Dewijl de halve sommen hoogstens 7° à 8° en gewoonlijk niet meer dan 4° à 5° bedragen, mogen wij de bogen voor de tangenten nemen. Aldus komt:

$$\frac{r+q}{1+p} = \frac{\text{N}+\text{Z}}{2}; \quad \frac{r+p}{1-q} = \frac{\text{NO}+\text{ZW}}{2};$$

$$\frac{r-q}{1-p} = \frac{\text{O}+\text{W}}{2}; \quad \frac{r-p}{1+q} = \frac{\text{ZO}+\text{NW}}{2}.$$

Zijn de afwijkingen in graden uitgedrukt, dan zijn ook de tellers in de voorste leden dezer vergelijkingen graden, maar de noemers blijven uitgedrukt in deelen van den straal. Wij schrijven dus in de noemers voor p en q, $\frac{1}{57} p$ en $\frac{1}{57} q$. Nemen wij de halve som en het halve verschil van de laatstgevonden vergelijkingen, dan komt:

$$\frac{r - \frac{1}{57}pq}{1-\left(\frac{p}{57}\right)^2} = \frac{N + Z + O + W}{4} \qquad \frac{q - \frac{1}{57}pr}{1-\left(\frac{p}{57}\right)^2} = \frac{(N + Z) - (O + W)}{4}$$

$$\frac{r + \frac{1}{57}pq}{1-\left(\frac{q}{57}\right)^2} = \frac{NO + ZW + ZO + NW}{4} \qquad \frac{p + \frac{1}{57}pr}{1-\left(\frac{q}{57}\right)^2} = \frac{(NO + ZW) - (ZO + NW)}{4}$$

Dewijl de grootste waarde van p ongeveer 7° à 8° en gewoonlijk 4° à 5° bedraagt, terwijl q steeds veel kleiner is, zoo kunnen de noemers van de breuken zonder bezwaar gelijk de eenheid worden gesteld, en kan in de tellers $\frac{1}{57}pr$ worden verwaarloosd, waardoor wij vinden:

$$\text{(IX)} \quad . \quad . \quad \begin{aligned} r &= \tfrac{1}{8}(N + Z + O + W + NO + ZW + ZO + NW) \\ q &= \tfrac{1}{4}\{(N + Z) - (O + W)\} \\ p &= \tfrac{1}{4}\{(NO + ZW) - (ZO + NW)\} \end{aligned}$$

Zonder bezwaar zal men mogen aannemen, dat de fout, die in r ontstaat, ten gevolge van fouten, die in de peilingen zijn begaan, zeer gering is. Wordt echter bij alle peilingen dezelfde fout gemaakt, zooals b. v. het geval is, wanneer de naald niet volkomen met de 0° en 180° van de roos overeenstemt, dan gaat die fout in r over. Heeft men de regeling verrigt door de peilingen van het voorwerp aan boord en aan den wal te nemen met hetzelfde kompas, dan wordt de standvastige fout van het kompas in het verschil der peilingen geëlimineerd.

Zoeken wij thans de uitdrukkingen voor m en n. Uit

$$\sin(N - \alpha) = \frac{n}{1+p}\cos\alpha \quad \text{en} \quad \sin(Z - \alpha) = -\frac{n}{1+p}\cos\alpha$$

volgt

$$\frac{2n}{1+p}\cos\alpha = \sin(N - \alpha) - \sin(Z - \alpha) = 2\sin\tfrac{1}{2}(N - Z)\cos\tfrac{1}{2}(N + Z - 2\alpha)$$

of dewijl

$$N + Z - 2\alpha = 0$$

is, zoo komt

$$\frac{n}{1+p}\cos\alpha = \sin\tfrac{1}{2}(N - Z)$$

en op dezelfde wijze:

$$\begin{aligned} \frac{m}{1-p}\cos\alpha_2 &= \sin\tfrac{1}{2}(O - W) \\ \frac{m+n}{1-q}\cos\alpha_1\cos 45° &= \sin\tfrac{1}{2}(NO - ZW) \\ \frac{m-n}{1+q}\cos\alpha_3\cos 45° &= \sin\tfrac{1}{2}(ZO - NW). \end{aligned}$$

Dewijl α, α_2, α_1 en α_3 nagenoeg gelijk zijn aan $(r+q)$, $(r-q)$, $(r+p)$ en $(r-p)$ en dus klein zijn, zoo mag men de cosinussen dier bogen

gelijk de eenheid stellen. Substitueren wij voorts voor sin 45°, 0,7071, dan komt

$$\text{(X)} \quad . \; . \; . \quad n = (1+p)\sin\tfrac{1}{2}(N-Z)\;;\; m = (1-p)\sin\tfrac{1}{2}(O-W)$$
$$\tfrac{1}{2}(m+n) = 0{,}7071\,(1-q)\sin\tfrac{1}{2}(NO-ZW\;;\;\tfrac{1}{2}(m-n) = 0{,}7071(1+q)\sin\tfrac{1}{2}(ZO-NW).$$

Nemen wij de som en het verschil van de beide laatste vergelijkingen, terwijl wij q verwaarloozen, dan vinden wij nog:

$$\text{(XI)} \quad . \; . \quad \begin{array}{l} n = 0{,}7071\,\{\sin\tfrac{1}{2}(NO-ZW) - \sin\tfrac{1}{2}(ZO-NW)\} \\ m = 0{,}7071\,\{\sin\tfrac{1}{2}(NO-ZW) + \sin\tfrac{1}{2}(ZO-NW)\} \end{array}$$

Wanneer de waarden van m en n, volgens de formulen (X) en (XI) berekend, zooals meestal het geval is, onderling een weinig verschillen, dan neme men van de beide uitkomsten het gemiddelde.

De formulen (X) en (XI) kunnen worden toegepast, hoe groot de waargenomen afwijkingen ook mogen zijn. Zij geven m en n, uitgedrukt in deelen van den straal. Zijn de afwijkingen niet te groot, dan mag men de bogen voor de sinussen nemen, waardoor men heeft:

$$\text{(XII)} \; . \quad \begin{array}{ll} n = \left(1+\frac{p}{57}\right)\left(\frac{N-Z}{2}\right) & \text{of} \quad n = 0{,}7071\left\{\frac{NO-ZW}{2} - \frac{ZO-NW}{2}\right\} \\ m = \left(1-\frac{p}{57}\right)\frac{O-W}{2} & \text{„} \quad m = 0{,}7071\left\{\frac{NO-ZW}{2} + \frac{ZO-NW}{2}\right\}. \end{array}$$

Tot een voorbeeld willen wij de coëfficiënten r, p, q, m en n berekenen, als gegeven zijn de afwijkingen, die behooren bij de koersen N, NO, O, ZO, Z, ZW, W en NW, zie de tabel van bladz. 376 van dit hoofdstuk. De bewerking komt dan aldus te staan:

$$\begin{array}{llll} N = +\,2^\circ{,}2 & O = -\,16^\circ{,}4 & NO = -\,16^\circ{,}1 & ZO = -\;\;9^\circ{,}7 \\ Z = -\,2^\circ{,}3 & W = +\,15^\circ{,}9 & ZW = +\;\;6^\circ{,}7 & NW = +\,17^\circ{,}6 \\ \hline \frac{N+Z}{2} = -\,0{,}05 & \frac{O+W}{2} = -\;\;0{,}25 & \frac{NO+ZW}{2} = -\;\;4{,}7 & \frac{ZO+NW}{2} = +\;\;3{,}95 \\ \frac{N-Z}{2} = +\,2{,}25 & \frac{O-W}{2} = -\,16{,}15 & \frac{NO-ZW}{2} = -\,11{,}4 & \frac{ZO-NW}{2} = -\,13{,}65 \end{array}$$

$$r = \tfrac{1}{4}\{-\,0^\circ{,}05 - 0^\circ{,}25 - 4^\circ{,}7 + 3^\circ{,}95\} = -\,0{,}21$$
$$q = \tfrac{1}{2}\{-\,0^\circ{,}05 + 0^\circ{,}25\} = +\,0^\circ{,}10$$
$$p = \tfrac{1}{2}\{-\,4^\circ{,}7 \;\; -\,3^\circ{,}95\} = -\,4^\circ{,}32$$
$$n = \left(1 - \frac{4{,}32}{57}\right) \times -\;\;2{,}25 = +\;\;2^\circ{,}105$$
$$m = \left(1 + \frac{4{,}32}{57}\right) \times -\,16{,}15 = -\,17^\circ{,}37.$$

De vergelijkingen (XII) geven ons ook:

$$n = 0{,}7071\,\{-\,11^\circ{,}4 + 13^\circ{,}65\} = +\;\;1^\circ{,}59$$
$$m = 0{,}7071\,\{-\,11^\circ{,}4 - 13^\circ{,}65\} = -\,17^\circ{,}71$$

en dus voor n en m gemiddeld:

$$n = \tfrac{1}{2}(+\;\;2^\circ{,}105 + \;\;1^\circ{,}59) = +\;\;1^\circ{,}85$$
$$m = \tfrac{1}{2}(-\,17^\circ{,}37 - 17^\circ{,}71) = -\,17^\circ{,}54.$$

Wanneer de koersen, die het schip voorlag op het kompas, toen de afwijkingen werden bepaald, niet zoo regelmatig verdeeld zijn, als bij de vorige beschouwing is aangenomen, dan is ook de bepaling van de bedoelde coëfficiënten minder gemakkelijk.

Stellen wij dat er een genoegzaam aantal waarnemingen zijn verrigt, dan geeft ons elke waarneming eene vergelijking:

$$\sin \varphi = r \cos \varphi + m \sin a' + n \cos a' + p \sin (a' + a) + q \cos (a' + a)$$

waarin de grootheden φ, a en a' bekend zijn, doch de overige onbekend.

Om nu uit al die vergelijkingen de meest waarschijnlijke waarden van de vijf onbekende coëfficiënten op te lossen, moeten wij daarvan vijf eindvergelijkingen zoodanig zamenstellen, dat door de oplossing van die vijf vergelijkingen de meest waarschijnlijke waarden der onbekenden worden gevonden. De hoogere wiskunde geeft hiertoe den volgenden regel aan de hand: Men vermenigvuldigt elke vergelijking, naar de rij af, met den daarin voorkomenden coëfficiënt van een der onbekenden, b. v. van r, met zijn teeken. Neemt men vervolgens de som dier producten, dan zal men daardoor eene der vijf eindvergelijkingen hebben verkregen. In ons geval vermenigvuldige men dus elke vergelijking met $\cos \varphi$.

Om eene tweede eindvergelijking te verkrijgen, vermenigvuldigt men elke vergelijking, op de rij af, met den coëfficiënt met zijn teeken, van den tweeden onbekende, b. v. van m, en dus in ons geval met $\sin a'$, waarna men weder de som dier producten neemt.

Op dezelfde manier voortgaande, verkrijgt men ten slotte vijf vergelijkingen, waaruit op de gewone wijze de vijf onbekenden worden opgelost. De waarde, die men voor de onbekenden, volgens den voorgeschreven regel vindt, voldoet het naast aan al de vergelijkingen, waaruit zij zijn afgeleid.

Het betoog van de genoemde handelwijze behoort niet tot deze beginselen. Wij merken alleen op, dat zij de manier der kleinste kwadraten wordt genoemd, omdat, wanneer men de gevonden waarden der onbekenden in de oorspronkelijke vergelijkingen substitueert en alzoo de tweede leden der vergelijkingen berekent, de som van de kwadraten der verschillen tusschen de berekende en de geobserveerde waarden der vergelijkingen een minimum zal zijn. De bedoelde som zal namelijk kleiner zijn, dan alle andere dergelijke kwadraat-sommen, die men zou verkrijgen, door voor r, m, n, p en q eenige andere waarde dan de gevondene aan te nemen.

De manier der kleinste kwadraten heeft ook nog dit voordeel, dat zij niet alleen de meest waarschijnlijke waarde der onbekenden doet vinden, maar ook de gelegenheid geeft om na te gaan, binnen welke grenzen die waarden van de waarheid afwijken, hetgeen ons bestek echter

niet toelaat hier nader aan te toonen. Het nadeel der methode is dat zij eene langwijlige berekening vereischt.

Voorbeeld. Aan boord van zeker schip is het navolgende waargenomen :

Koers a'.		Afwijking φ.
N	0°	2°27′ O.
NO	45°	21° 1′ „
OZO . . .	112°30′	16°11′ „
ZZO . . .	157°30′	5°16′ „
ZZW . . .	202°30′	5°50′ W.
ZW . . .	225° 0′	11°15′ „
WNW . . .	292°30′	21°31′ „
NW . . .	315° 0′	18°18′ „

Men vraagt de coëfficiënten van formule (IV) te berekenen uit al de waarnemingen.

Stellen wij de vergelijkingen op, dan komen die aldus te staan:

$$
\begin{aligned}
-0{,}0427 &= 0{,}9991\,r \qquad\qquad + \qquad n + 0{,}0427\,p + 0{,}9991\,q \\
-0{,}3586 &= 0{,}9335\,r + 0{,}7071\,m + 0{,}7071\,n + 0{,}9335\,p - 0{,}3586\,q \\
-0{,}2787 &= 0{,}9604\,r + 0{,}9239\,m - 0{,}3827\,n - 0{,}8762\,p - 0{,}4820\,q \\
-0{,}0918 &= 0{,}9958\,r + 0{,}3827\,m - 0{,}9239\,n - 0{,}6392\,p + 0{,}7690\,q \\
+0{,}1016 &= 0{,}9948\,r - 0{,}3827\,m - 0{,}9239\,n + 0{,}6316\,p + 0{,}7753\,q \\
+0{,}1951 &= 0{,}9808\,r - 0{,}7071\,m - 0{,}7071\,n + 0{,}9808\,p + 0{,}1951\,q \\
+0{,}3668 &= 0{,}9303\,r - 0{,}9239\,m + 0{,}3827\,n - 0{,}3985\,p - 0{,}9172\,q \\
+0{,}3140 &= 0{,}9494\,r - 0{,}7071\,m + 0{,}7071\,n - 0{,}9494\,p - 0{,}3140\,q.
\end{aligned}
$$

Waaruit wij de volgende vijf eindvergelijkingen verkrijgen:

$$
\begin{aligned}
+0{,}1951 &= +7{,}5021\,r - 0{,}6767\,m - 0{,}2134\,n - 0{,}2457\,p + 0{,}7776\,q \\
-1{,}2841 &= -0{,}6767\,r + 3{,}5000\,m - 0{,}2072\,n - 0{,}2898\,p + 0{,}2301\,q \\
+0{,}0258 &= -0{,}2134\,r - 0{,}2072\,m + 4{,}5000\,n - 0{,}4721\,p - 1{,}2078\,q \\
-0{,}2225 &= -0{,}2457\,r - 0{,}2898\,m - 0{,}4721\,n + 4{,}4705\,p + 0{,}9832\,q \\
-0{,}1684 &= +0{,}7776\,r + 0{,}2301\,m - 1{,}2078\,n + 0{,}9832\,p + 3{,}5295\,q.
\end{aligned}
$$

De oplossing van deze vergelijkingen geeft:

$$
\begin{aligned}
r &= -0{,}0101 \\
m &= -0{,}3756 \\
n &= -0{,}0221 \\
p &= -0{,}0741 \\
q &= -0{,}0083.
\end{aligned}
$$

Wanneer men in het vorige geval verkeert, en dus eenige afwijkingen van het kompas heeft waargenomen, die niet juist met de streken N, NO, O, ZO, Z, ZW, W en NW overeenkomen, dan kan men zich met meer gemak van de volgende constructie bedienen, om de afwijking voor elke willekeurige streek met eene voldoende naauwkeurigheid te vinden.

Men trekke eene horizontale lijn PQ, fig. 236, en verdeele haar in 32 gelijke deelen, waaraan men de beteekenis hecht van streken, of in

36 gelijke deelen, waarvan dan elk deel 10° voorstelt. Ter besparing van ruimte, hebben wij de figuur slechts tot 16 streken of 180° uitgestrekt. Rigt men nu in de deelpunten loodlijnen op, die men ook beneden de lijn *PQ* verlengt, zooals bij ZOtZ, ZZO en ZtO is aangewezen, dan zal men daarop, volgens eene willekeurige schaal, de afwijkingen naar boven of naar onder kunnen afzetten, naar gelang dat deze Oostelijk of Westelijk zijn, en vervolgens door de uiteinden der afgezette stukken uit de hand eene kromme lijn, zonder sterke bogten kunnen trekken, die wij de afwijkings-kromme noemen. Elke ordinaat dier kromme zal de meest waarschijnlijke afwijking voorstellen voor de streek, die door den voet der ordinaat wordt aangewezen.

Bij deze wijze van voorstellen heeft men het voordeel, dat men de graden afwijking volgens eene andere schaal kan nemen, dan de graden der koersen of streken. Men kan dus de eerstgenoemde naar verkiezing zelfs twee- of driemaal grooter maken, dan de laatstgenoemde, waardoor de naauwkeurigheid wordt bevorderd, zonder dat de figuur daarbij eene groote uitgebreidheid behoeft te verkrijgen.

Verkieslijker nogtans is het, om voor deze constructie van een scheefhoekig coördinaten-stelsel gebruik te maken, zooals ons uit de volgende beschouwing duidelijk zal worden.

Over het algemeen zal men bij het voorstel, dat ons bezig houdt, de twee volgende vragen kunnen stellen:

1°. Indien gegeven is de miswijzende koers, vraagt men de afwijking, den niet afwijkenden en den waren koers.

2°. Gegeven zijnde de ware en de miswijzende koers, alleen miswijzend ten gevolge van de declinatie der naald, te vinden de afwijking en den koers volgens het kompas, d. i. den miswijzenden koers ten gevolge van de declinatie der naald en van den invloed van het scheepsijzer.

Wanneer de afwijkingen niet groot zijn, dan zal de afwijking, die bij de streek behoort, welke het schip volgens het afwijkende kompas voorligt, ook kunnen aangemerkt worden als te behooren bij den koers van het schip volgens het niet afwijkende kompas, of m. a. w. men zal φ mogen laten gelden zoowel voor a als voor a'. Ligt het schip b. v. volgens het afwijkende kompas NO voor, en is de afwijking daarbij 4° Oost, dan zal ook, wanneer het schip NO voorligt op het niet afwijkende kompas, de daarbij behoorende afwijking weinig van 4° O verschillen.

Zijn echter de afwijkingen groot, dan gaat die stelling niet meer door. Men vindt b. v. op zeker schip, bij NO eene afwijking van 21°,1 O. Blijkbaar zal de verbeterde koers dan nagenoeg ONO zijn, en daarmede zal nu die afwijking overeenstemmen. Toen dat schip echter NO voorlag, volgens het niet afwijkende kompas, vond men eene afwijking van

16°,3, en het is dus duidelijk dat men bij de constructie der afwijkings-kromme, wanneer men de streken rangschikt volgens dat kompas, waarvan de afwijkingen zijn bepaald, streng genomen twee kromme lijnen moet beschrijven, om de voorgestelde vragen met behulp der figuur volledig te kunnen beantwoorden.

Ten einde dit bezwaar te ontgaan, schrijft R. NAPIER, te Glasgow, de volgende vernuftige constructie voor:

Men trekke weder eene lijn PQ, fig. 236, en verdeele haar even als vroeger in 32 gelijke deelen om de streken, of in 36 gelijke deelen om de tientallen van graden voor te stellen, en voege daarbij eene kleine schaal om ook enkele graden te kunnen afpassen. Is men in zijne ruimte beperkt, dan trekke men, in de plaats van eene enkele lijn, twee lijnen PQ, zoodat iedere lijn 190° à 200° voorstelt.

Door elk deelpunt eener kompasstreek, trekke men vervolgens twee lijnen, de eene gestippeld en de andere vol, zoodanig dat zij hoeken van 60° met de lijn PQ maken. Zet men dan de afwijkingen, die behooren bij het afwijkende kompas, op de gestippelde lijnen *aa* of op eene lijn, daaraan evenwijdig af, de Oostelijke naar boven, de Westelijke naar onder, en evenzoo de afwijkingen volgens de streken van het niet afwijkende kompas op de doorgetrokken lijnen *bb*, dan zal men door de uiteinden der afgepaste stukken, uit de hand eene kromme lijn zonder sterke bogten kunnen trekken, die de afwijkings-kromme zal voorstellen.

Uit deze constructie vloeit voort, dat wanneer men uit eenig punt C der kromme, twee lijnen CA en CB evenwijdig trekt aan de gestippelde en de getrokken schuine lijnen *aa* en *bb* totdat zij de lijn PQ ontmoeten, daardoor een gelijkzijdige driehoek ABC ontstaat, waarvan elke zijde de afwijking voorstelt. Is A de koers volgens het afwijkende kompas, dan is B die volgens het niet afwijkende kompas. Wijst omgekeerd B den koers aan van het niet afwijkende kompas, dan is A die van het afwijkende.

Naar aanleiding van een en ander, verkrijgen wij dus het volgende voorschrift, om wanneer de koers volgens het afwijkende kompas benevens de afwijking bekend zijn, den koers volgens het niet afwijkende te vinden:

Trek door het punt, dat den koers van het afwijkende kompas voorstelt, b. v. door A, eene lijn evenwijdig aan de gestippelde lijnen tot dat zij de afwijkings-kromme in een punt C ontmoet, en van dit punt eene lijn CB evenwijdig aan de getrokken lijnen *bb*. Het punt B, waarin de lijn PQ door CB wordt gesneden, zal den niet afwijkenden koers aanwijzen. Men had ook, om het punt B te bepalen, $AB = AC$ op PQ kunnen afzetten.

Is omgekeerd de koers volgens het niet afwijkende kompas gegeven,

en vraagt men den overeenkomstigen koers volgens het afwijkende kompas, dan gaat men aldus te werk:

Men trekt door het punt, dat den niet afwijkenden koers voorstelt, b. v. door A, eene lijn AD evenwijdig aan de getrokken lijnen bb, totdat zij de afwijkings-kromme in het punt D ontmoet, en vervolgens uit dit punt eene lijn DE evenwijdig aan de gestippelde lijnen. Het punt E, waarin PQ door DE gesneden wordt, zal den gevraagden afwijkenden koers aangeven. Tot de bepaling van het punt E, had men ook $AE = AD$ kunnen nemen.

Zonder bezwaar zal men bij eenige oefening, met behulp van eene dergelijke figuur, op het oog af, bovenstaande herleidingen kunnen verrigten binnen ¼ streek naauwkeurig.

Verlangt men de bedoelde koersen tevens voor de declinatie te verbeteren en dus tot ware koersen te herleiden, dan trekke men daartoe eene lijn $N'O'$ evenwijdig aan PQ, en daarvan op zoodanigen afstand, dat $NN' = OO'$ gelijk is aan de declinatie van de naald, en wel, zooals in de figuur is geschied, boven PQ, wanneer de naald Noordwestering, doch onder PQ, wanneer zij Noordoostering heeft. Het is duidelijk dat de doorsneden van de lijnen bb met de lijn $N'O'$ de overeenkomstige streken op de laatstgenoemde lijn aangeven.

Het toepasselijk gebruik van deze figuur is eenvoudig, Stellen wij dat men OZO had gestuurd, volgens het afwijkende kompas, dan trekken wij uit $O'Z'O'$ eene lijn, die zamenvalt met de gestippelde lijn, of anders daaraan evenwijdig, totdat zij de afwijkings-kromme in het punt G ontmoet. Trekt men vervolgens uit dit punt eene lijn GF evenwijdig aan de doorgetrokken lijnen bb, totdat zij de lijn $N'O'$ in een punt F snijdt, dan zal het punt F den waren koers aanwijzen. In ons geval vindt men daarvoor O 8° Z.

4°. Invloed van de helling van het schip op de afwijkingen van het kompas.

De redenering, die wij gevolgd hebben bij de ontwikkeling van form. (IV), gaat onveranderd door, zoowel voor een regt liggend, als voor een hellend schip. Stellen wij dat men de peilingen, ter bepaling van de afwijkingen van het kompas in de verschillende streken, had genomen terwijl het schip eene helling had, welke helling onder die waarneming onveranderd bleef, en dat men met behulp van die afwijkingen de verschillende coëfficiënten had berekend, dan zou men eene formule

$$\begin{aligned}\sin\varphi &= r'\cos\varphi + m'\sin a' + n'\cos a' + p'\sin(a' + a) + q'\cos(a' + a)\\ &= r'\cos\varphi + m'\sin a' + n'\cos a' + p'\sin(2a' - \varphi) + q'\cos(2a' - \varphi)\end{aligned}$$

verkrijgen, die geheel gelijkvormig is met (IV). Alleen de coëfficiënten

zullen eenigzins verschillen met die, welke men zou vinden, indien het schip regt had gelegen.

Zeer lang is men aangaande den invloed van de helling van het schip op de afwijkingen van het kompas in het onzekere geweest. De moeijelijkheid toch om vooral aan groote schepen eene groote helling te geven, het oponthoud en ook de meerdere kosten, die daarmede verbonden zijn, hebben te weeg gebragt, dat onderzoekingen met hellende schepen in den aanvang niet en ook later nog zeer schaars hebben plaats gehad. Onder verwijzing naar de volledige theorie, die in het meergenoemde werk, de regeling der kompassen, enz. door Dr. F. J. STAMKART en ook in de verhandeling over de afwijkingen der kompassen van denzelfden schrijver, aangaande den bedoelden invloed wordt voorgesteld, willen wij dat onderwerp ook hier zoo beknopt mogelijk nagaan.

Dewijl de overhelling van het schip in den regel niet groot is, zoo zullen wij zonder bezwaar, indien h de helling beteekent, mogen stellen

$$\cos h = 1 \quad \sin h = \text{tang}\, h = h.$$

De veranderingen, die de coëfficiënten m, n, p, enz. ten gevolge van de helling h ondergaan, zullen dus evenredig moeten zijn met h, zoodat wij zullen mogen schrijven:

$$r' = r + r_1 h; \quad m' = m + m_1 h; \quad n' = n + n_1 h$$
$$p' = p + p_1 h \text{ en } q' = q + q_1 h$$

waarin nu r, m, n, enz. gelden voor het regt liggende schip, doch r', m', n', enz. voor het hellende. Hebben wij vroeger opgemerkt, dat de coëfficiënten r en q klein zijn, zoo bestaat er geene reden om aan te nemen, dat bij een hellend schip r en q merkbaar zullen veranderen. Wij kunnen dus r_1 en $q_1 = 0$ stellen. Ook met p_1 zal dit het geval zijn, en de waarde van p zal voor beide standen van het schip ongeveer dezelfde zijn. Wij stellen dus ook $p_1 = 0$.

Voor m vonden wij vroeger de uitdrukking:

$$m = \frac{1}{N}\left\{\frac{P}{i} + C\,\text{tang}\, d\right\}$$

waarin P de sub-permanente en permanente magneetkracht is, gerigt naar den achtersteven. Het is duidelijk dat deze kracht, door de helling van het schip, noch in rigting, noch in vermogen eene verandering zal ondergaan.

C stelt in de formule de kracht voor, die uit het vertikaal geïnduceerde magnetismus ontstaat, waardoor het Noorden van het kompas naar den achtersteven afwijkt, of naar den voorsteven, wanneer C negatief is. Dewijl nu de stand van het schip, ten opzigte van den vertikaal, door de overhelling veranderd is, zoo moet ook C een weinig

veranderen, waaruit eene wijziging van de werking van C ontstaat, die evenredig is met tang d. In sommige gevallen kan zij dus merkbaar worden. Op onze Breedte is tang d over het algemeen niet zoo groot, dat de verandering van C door de overhelling van het schip gevaarlijk zou kunnen zijn. Mogen wij dus in het algemeen $m_1 = 0$ stellen, dan geschiedt zulks onder het beding, dat de Breedte, waarop men zich bevindt, niet te groot zij. Komt men op zeer hooge Breedte, dan kan $m_1 h$ aanzienlijk worden.

Ten slotte moeten wij den coëfficiënt n beschouwen. Wij hebben daarvoor gevonden:

$$n = \frac{1}{N}\left\{\frac{Q}{i} + F \operatorname{tang} d\right\}$$

waarin Q de permanente en sub-permanente kracht voorstelt, naar bakboordszijde. Q verandert door de overhelling van hèt schip niet in vermogen, maar wel zeer veel in rigting, namelijk juist zooveel als de overhelling bedraagt. In de plaats van Q, verkrijgen wij dus $Q \cos h$. Daar wij echter $\cos h = 1$ hebben gesteld, zoo kan ook $Q(1 - \cos h)$ verwaarloosd worden.

Eene andere kracht, die bij een regt liggend schip geen invloed uitoefent om het kompas te doen afwijken, doch bij een hellend schip zich zeer goed doet gevoelen, is de permanente kracht, die loodregt op de rigting van het dek of nagenoeg evenwijdig aan de masten werkt. Helt het schip, dan tracht die kracht het Noorden van het kompas naar het lij- of het loefboord te doen afwijken, naar gelang dat zij opwaarts of nederwaarts op dat Noorden werkt, zoodat Q uit dien hoofde bij overhelling van het schip eene andere waarde kan hebben, dan wanneer het regt ligt.

F stelt de kracht voor, die uit het vertikaal geïnduceerde magnetismus ontstaat, om het Noorden van het kompas naar bakboordszijde te doen afwijken, in voege als C eene afwijking voorstelde naar den achtersteven. De verandering van F door de overhelling van het schip is echter in het algemeen grooter dan die van C, omdat de verandering van den stand van het schip, ten opzigte van eene vertikale lijn, regts en links meer gewijzigd wordt, dan voor en achter.

Op onze Breedte krijgt het loefboord, zooals reeds is opgemerkt, eene vermeerdering van Zuid-magnetismus, waarmede bedoeld wordt, dat het Noorden van het kompas, door dat boord sterker zal worden aangetrokken. Het lijboord daarentegen verliest Zuid-magnetische kracht. Ten gevolge van beide werkingen wordt het N. van het kompas steeds naar de loefzijde getrokken. Bezuiden den magnetischen equator heeft het omgekeerde plaats: daar wordt het Zuiden van het kompas naar de loefzijde, het Noorden naar lij getrokken. Deze werkingen zijn evenredig met tang d.

Uit bovenstaande beschouwing volgt, dat de voornaamste wijziging door de helling van het schip plaats zal hebben in den coëfficiënt n van de formule, en dat in enkele gevallen, als tang d zeer groot wordt, ook eene wijziging in den coëfficiènt van m kan voorkomen, die niet over het hoofd mag gezien worden. Wij schrijven dus:

$$\text{(XIII)} \quad \sin \varphi = r + (m + m_1 h) \sin a' + (n + n_1 h) \cos a' + p \sin (a' + a) + q \cos (a' + a)$$

waaruit volgt, dat de veranderingen, die de afwijkingen van het kompas door de helling van het schip ondergaan, voldoende kunnen worden voorgesteld door

$$h + m_1 \sin a' + h n_1 \cos a'$$

en dat in de meeste gevallen, de uitdrukking

$$h + n_1 \cos a'$$

voor dat doel toereikend kan geacht worden.

Uit het aangevoerde volgt, dat de afwijkingen, die bij overhellingen ontstaan, hoofdzakelijk afhangen van twee krachten, waarvan de eene bij het regt liggende schip vertikaal werkt, maar bij het hellende het Noorden naar lij of loevert doet afwijken, terwijl de andere, die ten gevolge van de overhelling ontstaat, van de boorden uitgaande, het Noorden van het kompas op N. Breedte naar loevert, op Z. Breedte naar lij trekt. Werken die krachten gezamenlijk in ééne rigting, dan kunnen de afwijkingen, die door de helling ontstaan, zeer groot worden. Dit is b. v. het geval, wanneer het Noorden van de roos bij het regt liggende schip nederwaarts wordt getrokken; want dan zal die kracht, terwijl zij schuins werkt, zich vereenigen met de andere om het Noordeinde der naald naar loevert te doen afwijken. In dit geval kan n_1 gelijk aan of grooter dan de eenheid worden, en alzoo de afwijking een gelijk bedrag als de overhelling verkrijgen of deze zelfs overtreffen.

Wordt daarentegen bij het regt liggende schip het Noorden van de roos opwaarts getrokken, dan zal bij eene helling van het schip, waardoor eene schuinsche werking dier kracht ontstaat, het Noorden der roos naar lij afwijken, terwijl de andere kracht, die van de boorden uitgaat, eene tegenovergestelde uitwerking doet. Het resultaat is evenredig met het verschil dier krachten en wordt nul als zij gelijk zijn. Bezuiden den magnetischen equator, heeft het omgekeerde plaats. Opdat er dus geene of liever slechts kleine afwijkingen door de overhelling van het schip ontstaan, moet het Noorden van het kompas, benoorden den magnetischen equator, bij een regt liggend schip, eene vertikaal naar boven gerigte werking ondervinden. Op den magnetischen equator moet er geene vertikaal werkende kracht zijn, en bezuiden dien equator moet het Zuiden van het kompas een weinig opwaarts of het Noorden neder-

waarts worden getrokken. De magnetische inclinatie moet dus aan boord, op de plaats van het kompas, een weinig kleiner zijn dan aan wal.

In deze omstandigheid is de reden te zoeken, waarom het doelmatig is, dat het schip, op onze Breedte, onder het bouwen met den achtersteven naar het Noorden, althans naar eene streek tusschen het NO en NW gelegen, gerigt zij. De achtersteven en in het bijzonder de lagere deelen van het schip worden daardoor sterk Noord-magnetisch, waaruit eene kracht ontstaat, die het Noorden der roos opwaarts tracht te drijven. Te gelijker tijd zijn dan ook de hoogere deelen van het ijzeren schip, welke zich het digtst bij het stuurkompas bevinden, als de boorden, de ijzeren dekbalken enz. minder sterk magnetisch, hetgeen insgelijks een voordeel is.

Het bovenstaande moge voldoende zijn, om een denkbeeld te geven van de oorzaak en de natuur der afwijkingen bij hellende schepen. Voor meer bijzonderheden over dit onderwerp, verwijzen wij naar het XII[e] hoofdstuk van de regeling der kompassen, enz. De uitdrukkingen voor m_1 en n_1, waarvan de afleiding in dat hoofdstuk wordt gevonden, zijn:

$$m_1 = h\,(r - q)\ \text{tang}\ d$$
$$n_1 = h\left\{\frac{V'}{N} + \left(\frac{1-N}{N} - p\right)\text{tang}\ d\right\}.$$

V' is de overmaat van de vertikale magnetische kracht aan boord, op de plaats van het kompas, boven de vertikale kracht aan den wal, op het Noorden van de naald, gerekend nederwaarts, en uitgedrukt in de horizontale intensiteit als eenheid. De coëfficiënten r, q en p moeten in eenheden van den straal zijn uitgedrukt. Zijn dus die grootheden in graden gegeven, dan neme men daarvoor $\sin r$, $\sin q$ en $\sin p$.

Zijn de grootheden r en q, door het schip rond te zwaaijen, met zorg bepaald, dan kan, dewijl d met toereikende juistheid bekend is, m_1 berekend worden.

Om n_1 te kunnen bepalen, nemen wij aan dat p bekend is, door waarnemingen onder het rondzwaaijen. N is zeer nabij het gemiddelde van de verhouding $\frac{R}{i}$, zie form. (V), van de intensiteit der horizontale magnetische kracht R aan boord, tot de intensiteit i aan den wal, genomen in de vier hoofdstreken. Men kan dit getal op verschillende wijzen vinden, b. v. door de waarneming der afwijkingen, welke eene magneetstaaf aan wal en aan boord, op gelijke afstanden van het kompas geplaatst, te weeg brengt, als de staaf O en W is gerigt, met het midden ten Zuiden en ten Noorden van het kompas, enz. De kracht V' kan op eene eenvoudige wijze worden waargenomen met behulp van een werktuig, door den uitvinder, D[r]. F. J. STAMKART, de magnetische balans genoemd, waaromtrent wij verwijzen naar het XV[e] hoofdstuk van de meergenoemde rege-

ling der kompassen, waarin ook is aangewezen, hoe door het stellen van eene vertikale magneetstaaf, regt onder het kompas, de waarde van n_1 voor de plaats der regeling tot nul kan gebragt worden. In eene haven en voor de plaatsen niet ver van daar verwijderd, die het schip bij kleine reizen aandoet, kan dus het kompas voldoende geregeld worden. Het nu en dan herhalen van die regeling is echter noodzakelijk, wegens de verandering, die het sub-permanente magnetismus ondergaat. Op zee, ver van de plaats der regeling verwijderd, zal men andere afwijkingen verkrijgen. Uit de formule

$$\text{afw. door helling} = n_1 \, h \cos a'$$

blijkt, dat vooral bij Noordelijke en Zuidelijke koersen, als a' nagenoeg 0° of 180° is, de afwijkingen het grootst zullen zijn, terwijl bij koersen O en W slechts geringe afwijkingen door de helling zullen zijn te vreezen.

Bij de waarneming van azimuths of amplitudo's teekene men steeds de helling h van het schip aan. Verrigt men die waarnemingen op niet te ver van elkander verwijderde punten met overhellingen in verschillenden zin, d. i. over stuur- en bakboord, terwijl tevens de koersen digt bij het N of Z vallen, dan verkrijgt men daardoor goede gelegenheden om n_1 te bepalen. Mogt eene magneetstaaf onder het kompas staan, dan kan men daarnaar beoordeelen hoe de staaf verplaatst moet worden, dan wel of zij moet worden weggenomen of geheel omgekeerd, opdat n_1 zeer klein blijve.

5°. Methode van AIRY om de coëfficiënten m en n tot nul te herleiden.

Onder de verschillende methoden, die men heeft voorgeslagen, om den invloed van het scheepsijzer op het kompas zoo mogelijk te vernietigen, bekleedt die van den grooten sterrekundige AIRY eene zeer voorname plaats. Het beginsel van die methode komt hierop neder:

Denkt men zich twee magneten, waarvan de eene langsscheeps en de andere dwarsscheeps zoodanig geplaatst zijn ten opzigte van het kompas, dat wanneer het schip miswijzend N, O, Z en W voorligt, de afwijkingen van het kompas gelijk zijn aan $r + q$, en $r - q$, dan zullen de coëfficiënten m en n nul zijn; en dewijl p, q en r immer eene kleine waarde hebben, zoo zullen de afwijkingen van het kompas tot een veel kleiner bedrag, namelijk tot dat van α, form. (VI), zijn teruggebragt.

Door het aanbrengen der magneetstaven in bovengemelde rigtingen, wordt de invloed van het sub-permanente magnetismus geneutraliseerd, en ondergaan alleen de standvastige grootheden P en Q eene verandering. De termen van formule (IV), waarin die grootheden niet zijn op-

genomen, blijven onveranderd. Alle wijzigingen, die in de magnetische krachten van het scheepsijzer plaats hebben, zullen dezelfde blijven, hetzij men magneten bezigt of niet, ofschoon de uitwerking van de genoemde wijzigingen op de naald, met en zonder magneten, anders is. Zooals men reeds dadelijk zal inzien, kunnen die magneten geene vaste plaats hebben, als het schip verre reizen maakt. Immers hebben *m* en *n*, zooals wij zagen, voor de verschillende plaatsen op aarde andere waarden, en behoort men alzoo te weten hoedanig de magneten verplaatst moeten worden, als men op plaatsen komt, waar de intensiteit van het aardmagnetismus en de inclinatie der naald anders zijn dan op de plaats der regeling.

Het compenseren van het kompas, met behulp van magneetstaven, heeft in wijlen Dr. SCORESBY, een man die zich bijzonder aan de onderzoekingen omtrent het magnetismus gewijd had, een hevigen tegenstander gevonden. Hij grondde zijn tegenstand op de omstandigheid, dat wanneer aan ijzeren staven, stooten op de uiteinden worden toegebragt, het geïnduceerde magnetismus op weinig na onveranderd blijft, doch het blijvende, of liever het sub-permanente magnetismus, zeer aanzienlijke wijzigingen ondergaat. Past men dit verschijnsel op ijzeren schepen toe, dan bestaat er volgens den genoemden geleerde zeer veel kans, dat door de botsing der golven, die soms zoo hevig is, dat het gansche schip schokt en trilt, het blijvende magnetismus plotseling verandert, en er mitsdien aan het gebruik van magneetstaven in zulke gevallen gevaar verbonden is, omdat zij dan verkeerd liggen.

Bij eenig nadenken zal men echter inzien, dat dit bezwaar alleen dan grond heeft, als men onvoorwaardelijk op de regeling van het kompas vertrouwt, en niet dagelijks, zooals het behoort, het kompas verifiëert. Wanneer toch, zooals boven verondersteld is, het blijvende magnetismus eene plotselinge verandering heeft ondergaan, dan zullen, of men magneten gebruikt of niet, de afwijkingen van het kompas veranderd zijn. In beide gevallen dus, is de vroegere regeling niet meer te gebruiken, en de opmerking, dat er gevaar bestaat, geldt zoowel voor een gecompenseerd, als voor een niet gecompenseerd kompas. De opmerking van de mogelijkheid van het feit is echter in zooverre gewigtig, dat zij tot de aansporing leidt, om in ieder geval een waakzaam oog op het kompas te houden en geene gelegenheid te verzuimen, om het gedurig te onderzoeken.

Behalve dat door het gebruik der magneetstaven de afwijkingen van het kompas en dus ook de correctiën kleiner worden, zoo geven zij nog het voordeel dat voor schepen, die hoog Noordelijke reizen maken, het kompas langer bruikbaar blijft. Een niet gecompenseerd kompas zoude door het toenemen der inclinatie spoedig zijne dienst weigeren.

Het aanbrengen der magneetstaven geschiedt op de volgende wijze. Is het schip zeilklaar, en de plaats voor het te compenseren kompas

aangegeven, dan bepale men, met behulp van een paslood, de projectie der kompaspen op het dek en trekke door dit punt twee lijnen, de eene langsscheeps evenwijdig aan de kiel, de andere daarop loodregt of dwarsscheeps. Het is niet kwaad om tegen den onderkant van het dek twee overeenkomstige lijnen te trekken, omdat somtijds een der magneten onder het bovendek moet bevestigd worden, welke omstandigheid voordeelig is, dewijl de magneetstaaf dan minder door vocht heeft te lijden en minder hinderlijk is, dan wanneer zij op het dek is bevestigd.

Nu zwaaije men het schip, totdat de langsscheepsche lijn juist op het magnetische Noorden gerigt is, waarvan men zich overtuigt b. v. door een miswijzend kompas aan wal op te stellen en op te merken, of de masten van het schip in de rigting der naald van dat kompas juist in elkander vallen. Eenvoudiger nogtans is het, om met behulp van eene astronomische peiling en de bekende miswijzing een merk aan de kim te zoeken, dat men miswijzend Noord van zich heeft, en daarop het voorschip te rigten.

Bestaat er invloed van het scheepsijzer, dan zal de naald van het kompas van de genoemde rigting afwijken; doch neemt men een der magneten en verschuift men dien, terwijl de staaf steeds dwarsscheeps gehouden wordt, met het midden op de langsscheepsche lijn, dan zal men zich kunnen voorstellen, dat de staaf in zeker punt gekomen, op de naald van het kompas werking uitoefent, en dat men door de staaf wat hooger of wat lager, wat nader bij het kompas of wat verder daarvan af te brengen, haar zoodanig kan stellen, dat het miswijzende kompas juist Noord voorligt.

In dezen stand bevestigt men de staaf voorloopig, en zwaait het schip totdat de langsscheepsche lijn regt Zuid is gerigt. Let men op de streek, die het kompas thans voorligt, dan zal deze doorgaans een weinig van het magnetische Zuiden afwijken; doch verschuift men de staaf een weinig, dan zal ook deze afwijking tot nul herleid kunnen worden. Bevestigt men dan de staaf voor goed tusschen de standen, die zij bij N en Z innam, toen de afwijkingen tot nul herleid waren, dan zal het kompas in de rigtingen N en Z gecompenseerd zijn.

Om hetzelfde in de rigting O en W te verkrijgen, zwaait men het schip, totdat het b. v. Oost voorligt, hetgeen weder door het kompas aan wal kan worden aangewezen, of liever men zorgt het voorschip te rigten op een punt van de kim, dat 90° verwijderd is van het vroeger genoemde merk. Vervolgens brengt men den anderen magneet, die thans evenwijdig aan de langsscheepsche lijn, met het midden juist boven of onder de dwarsscheepsche wordt gehouden, in de nabijheid van het kompas, tracht aan de staaf een zoodanigen stand te geven, dat het kompas daardoor juist miswijzend Oost voorligt, en bevestigt haar voorloopig, wanneer zulks is gelukt. Herhaalt men de laatst

bedoelde proef, terwijl het schip West voorligt, dan zal men ook voor die streek de afwijking nul kunnen maken, waarna deze magneetstaaf voor goed tusschen de beide standen, die zij had om de afwijkingen bij O en W te vernietigen, wordt vastgeschroefd. Het kompas zal thans ook voor deze streken gecompenseerd zijn.

Om de voorstelling eenvoudig te maken, hebben wij aangenomen, dat het schip eerst N en Z wordt gezwaaid, om de dwarsscheepsche staaf te plaatsen, en daarna O en W voor de langsscheepsche. Het is echter duidelijk dat men ter besparing van moeite en tijd, nadat het schip N heeft voorgelegen, bij O of W de langsscheepsche staaf kan plaatsen, vervolgens als het schip Z voorligt, de dwarsscheepsche kan verbeteren en daarna bij W of O aan de langsscheepsche de juiste plaats kan geven.

Zooals men ligtelijk zal inzien, brengt de eene magneetstaaf geene stoornis in de werking van de andere te weeg, als het schip eene der hoofdstreken van het kompas voorligt. Eene der staven is dan Noord en Zuid, de andere Oost en West gerigt. Door de werking van de eerste wordt de horizontale intensiteit van het aard-magnetismus voor de plaats van het kompas gewijzigd, terwijl door de andere de afwijking, voor zoover m en n betreft, wordt vernietigd. Komen de gelijknamige polen van de staaf, die N en Z ligt, met die van de naald van het kompas overeen, dan wordt de werking van de magneetkracht van de aarde op het kompas verzwakt. Hebben echter die polen eene tegenovergestelde rigting, dan wordt de genoemde werking versterkt.

Om aan te toonen welke wijziging het aanbrengen van de magneetstaven in form (IV) te weeg brengt, zoo hebben wij daaruit slechts de waarden van m en n op te lossen, als wij $\varphi = 0$ stellen, bij de koersen $a' = 0 = 90° = 180°$ en $= 270°$. Bepalen wij ons eerst tot n.

Voor $a' = 0$ en $\varphi = 0$ geeft (IV) $0 = r + n + q$
$n = -(r + q)$
„ $a' = 180°$ „ $\varphi = 0$ „ „ $0 = r - n + q$
$n = +(r + q)$

Ligt dus het schip Noord voor en is de afwijking tot nul herleid, dan heeft n de waarde van $-(r + q)$; doch ligt het Zuid voor, dan heeft n onder die omstandigheid de waarde van $+(r + q)$. Bevestigt men de magneetstaaf ongeveer in het midden tusschen de standen, die zij innam, toen de afwijkingen nul waren, dan zal $n = 0$ worden, terwijl bij Noord en Zuid dezelfde afwijking $(r + q)$ zal bestaan.

Ten opzigte van m merken wij op, dat

voor $a' = 90°$ en $\varphi = 0$ (IV) geeft $0 = r + m - q$
$m = -(r - q)$
„ $a' = 270°$ „ $\varphi = 0$ „ „ $0 = r - m - q$
$m = +(r - q)$

Wij zullen dus $m = 0$ hebben, wanneer de langsscheepsche staaf eene afwijking $(r - q)$ veroorzaakt, als het schip Oost en West voorligt.

Zijn de staven voor goed bevestigd, hetgeen liefst met schroeven moet geschieden, dan bepale men, even als vroeger, de afwijkingen van het kompas voor de verschillende streken en stelt daarvan een tafeltje op.

Het verdient aanbeveling, om uit de waargenomen afwijkingen de coëfficiënten r, q, p, m en n te berekenen, zooals bij het niet gecompenseerde kompas is aangewezen. Door die berekening zal men veelal voor de grootheden m en n nog kleine waarden vinden, waaruit dan blijkt, dat de staven nog niet volkomen goed liggen en alzoo nog eene geringe verplaatsing behoeven.

Men heeft nog voorgesteld om de afwijkingen, die uit het horizontaal geïnduceerde magnetismus ontstaan, met behulp van week ijzer te vernietigen. De geringe waarde, die de coëfficiënten p, q en r gewoonlijk hebben, maakt echter de toepassing van deze nadere compensatie minder noodzakelijk en zelfs minder wenschelijk, omdat het weeke ijzer te digt bij de naald van het kompas moet worden gebragt, waardoor ligtelijk nieuwe afwijkingen in de zoogenaamde octanten, d. i. bij NNO, ONO, OZO enz. kunnen ontstaan, inzonderheid wanneer de naald van het kompas lang is. Bovendien zijn de overblijvende afwijkingen standvastig en kunnen dus bij het opgeven van den te sturen koers in rekening worden gebragt. Dewijl in het algemeen bij ijzeren schepen p negatief is, zoodat men bij NO en ZW eene Oostelijke, doch bij NW en ZO eene Westelijke afwijking heeft, zoo moet de roerganger bij Noordelijke koersen altijd wat meer Noordelijk, bij Zuidelijke daarentegen wat meer Zuidelijk sturen, dan volgens het miswijzende kompas. Wil men b. v. miswijzend NO, NNO en WZW behouden, dan sture men NO ½ N, NtO ½ O en ZWtW ½ W, indien wij vooronderstellen dat $p = 5°,7 = \frac{1}{2}$ streek is. Heeft p eene andere waarde, dan moet de bedoelde verbetering van den koers uit den aard der zaak gewijzigd worden. Bij het opmaken van het bestek, komen de koersen in aanmerking, die men heeft voorgelegen, nadat zij, met behulp van het tafeltje voor de afwijkingen, zijn verbeterd.

6°. Bepaling van de afwijkingen van het kompas in zee.

Wanneer het kompas van een schip, met behulp van waarnemingen op eene reede of in eene haven, zie bladz. 373 van dit hoofdstuk, is geverifiëerd, en alzoo de afwijkingen daarvan zijn bepaald, dan zullen die afwijkingen eene verandering ondergaan, wanneer dat schip, zooals wij vroeger opmerkten, op plaatsen komt, alwaar de intensiteit van het aardmagnetismus i en de inclinatie van de naald d merkelijk verschillen

van die op de plaats der regeling. De coëfficiënten der formule, die de bedoelde afwijkingen voorstelt, zullen bijgevolg ook eene verandering moeten ondergaan, en streng genomen zou men dus, met behulp van een aantal nieuwe waarnemingen, eene andere formule moeten opstellen.

Zijn echter de coëfficiënten *r*, *p* en *q* vóór het aanvaarden der reis met zorg bepaald, dan kan men de daarvoor gevonden waarden gedurende die reis althans, als standvastig beschouwen, en er zullen dus alleen de coëfficiënten *m* en *n* overblijven, waarvan de verbeterde waarden worden gevraagd. Zijn dan de laatstgenoemde bepaald, dan berekene men met de nieuwe formule, welke men na substitutie daarvan verkrijgt, de afwijkingen voor de verschillende streken, die in eene tafel worden opgeteekend.

Is de declinatie van de naald op de veranderde standplaats van het schip niet bekend, dan kan men met behulp van drie, of beter nog van vier peilingen, bij koersen die zoo na mogelijk hoeken van 90° met elkander maken, zoowel *m* en *n*, als de declinatie der naald vinden. Ons bestek laat niet toe, om de formulen, die men daartoe behoeft, te ontwikkelen en het gebruik daarvan door voorbeelden toe te lichten. Wij verwijzen dienaangaande naar het meergenoemde werk: De regeling van kompassen, enz. bladz. 248, e. v.

Ten einde te doen zien, dat de waarden der coëfficiënten *r*, *p*, *q*, bij verschillende schepen, op verschillende plaatsen, inderdaad voor elk schip in het bijzonder nagenoeg standvastig zijn, laten wij hieronder volgen de tabel, voorkomende in de verhandeling van Dr. F. J. STAMKART, over de afwijkingen der kompassen, enz., waarin die grootheden zijn opgeteekend.

Zooals uit die tabel tevens blijkt, ondergaan *m* en *n* veranderingen, naar gelang dat de intensiteit der aardmagnetische kracht *i* en de inclinatie der naald *d* veranderen, terwijl ook de locale veranderingen van het sub-permanente magnetismus daarin kunnen worden opgemerkt.

De waarden van *r*, *p*, *q*, *m* en *n* voor het schip Erebus, op het station St. Helena, hadden in de oorspronkelijke tabel tegenovergestelde teekens van die, welke hier zijn opgegeven. De afwijkingen van dat schip, waaruit de getallen van de oorspronkelijke tabel zijn afgeleid, hadden blijkens latere opgaven foutieve teekens.

Schip.	Plaats en tijd.	d	i	r	p	q	m	n
Erebus.	Engeland	69°11′	1,000	+ 0,0048	— 0,0053	+ 0,0001	— 0,0693	— 0,0034
	Porto Praya	45 32	1,655	— 0,0072	— 0,0071	— 0,0023	— 0,0320	— 0,0038
	St. Helena	18 16	1,581	— 0,0054	— 0,0021	+ 0,0021	— 0,0074	— 0,0033
	Kaap de G. Hoop	— 53 7	1,208	+ 0,0051	— 0,0089	+ 0,0041	+ 0,0195	— 0,0021
	Kerguelensland	— 70 3	1,025	+ 0,0009	— 0,0111	+ 0,0007	+ 0,0671	— 0,0025
Jackal.	Engeland 1845	69°2′	1,00	— 0,0038	— 0,0750	+ 0,0027	— 0,3028	+ 0,0300
	Riv. de Taag 1847	64 5	1,16	+ 0,0016	— 0,0739	— 0,0048	— 0,2194	+ 0,0336
	Athene 1846	52 4	1,46	— 0,0010	— 0,0621	+ 0,0033	— 0,1834	+ 0,0108
Bloodhound.	Engeland 1845	69°2′	1,00	— 0,0077	— 0,0616	— 0,0026	— 0,2622	+ 0,0370
	Constantinopel 1846	55 6	1,48	— 0,0035	— 0,0643	+ 0,0137	— 0,1876	+ 0,0413
	Athene 1846	52 4	1,46	— 0,0026	— 0,0695	+ 0,0003	— 0,1627	+ 0,0398
Trident.	Engeland 1846	69°2′	1,00	— 0,0096	— 0,0742	— 0,0082	— 0,3755	— 0,0220
	Malta 1847	53 3	1,46	— 0,0116	— 0,0602	— 0,0073	— 0,2438	+ 0,0150
Centaur.	Engeland 1849	69°2′	1,00	+ 0,0069	— 0,0141	— 0,0034	— 0,1284	— 0,0452
	Fernando Po 1850	0 8	1,76	+ 0,0012	— 0,0239	— 0,0026	— 0,0448	— 0,0310
Geyser.	Engeland 1847	69°2′	1,00	+ 0,0021	— 0,0257	+ 0,0034	— 0,1650	+ 0,0372
	Kaap de G. Hoop 1850	— 52 4	1,20	+ 0,0143	— 0,0160	— 0,0005	+ 0,0389	+ 0,0138
Sphynx.	Engeland 1848	69°2′	1,00	— 0,0061	— 0,0321	+ 0,0062	— 0,1583	— 0,0064
	Hongkong 1851	30 0	2,00	+ 0,0147	— 0,0143	+ 0,0048	— 0,0408	+ 0,0010
Acheron.	Engeland 1847	69°2′	1,00	— 0,0068	— 0,0193	+ 0,0016	— 0,1340	— 0,0412
	Nieuw-Zeeland 1850	— 63 8	1,58	— 0,0170	+ 0,0072	+ 0,0067	— 0,0224	+ 0,0346
Cormorant.	Engeland 1849	69°2′	1,00	— 0,0024	— 0,0311	+ 0,0032	— 0,1382	— 0,0703
	Bahia 1851	5 4	1,76	+ 0,0047	— 0,0361	— 0,0026	— 0,0297	— 0,0247
Resolute.	Engeland 1850	69°2′	1,00	+ 0,0025	— 0,0080	+ 0,0008	— 0,1108	— 0,0279
	Whalefish Eiln.	82 2	0,42	— 0,0134	— 0,0168	— 0,0010	— 0,2939	— 0,0447

Alvorens van het onderwerp, dat ons heeft bezig gehouden, af te stappen, wenschen wij een paar opmerkingen in het midden te brengen, aangaande de naalden van kompasrozen.

Zooals op bladz. 20 van het I[e] Deel is medegedeeld, worden de kompasrozen meestal voorzien van eene enkele naald, die in het midden niet gehard, maar week is, doch somtijds ook van twee ligtere naalden, die evenwijdig aan elkander, op gelijken afstand ter wederzijde van den dop komen te liggen, en over hare volle lengte gehard zijn. De laatstgenoemde inrigting verdient de voorkeur.

Zijn namelijk die naalden zoodanig geplaatst, dat de middellijnen ad en bc, fig. 237, die men door de uiteinden der naalden getrokken kan denken, hoeken $akn = bkn = 30°$ maken met de lijn nz, die in het midden tusschen de naalden ligt, of m. a. w. is de lengte van iedere naald l en de onderlinge afstand $l \tan 30° = 0{,}577\, l$, dan zal men behalve meer magnetische kracht, nog de volgende voordeelen erlangen.

1°. Bij de regeling van het aldus ingerigte kompas met behulp van magneetstaven, wordt de magnetische werking meer evenredig met den sinus of cosinus van den enkelen koershoek a'. Is namelijk de lengte van de naald niet zeer of liever oneindig klein, in vergelijking met die van de staaf, dan mag de invloed van de staaf, als deze groote afwijkingen moet verbeteren, niet volkomen gelijk worden gesteld aan $m \sin a'$ of $n \cos a'$, dewijl er termen ontstaan van den vorm $A \sin 3a' + B \cos 3a' + A' \sin 5a' +$ enz. Heeft dus de kompasnaald eene tamelijke lengte en zijn de magneetstaven digt bij het kompas geplaatst, dan zullen zij wel de afwijkingen vernietigen in de hoofdstreken N, O, Z en W, maar in de tusschenstreken, bij perioden van 30°, andere afwijkingen veroorzaken. Zijn echter de twee naalden geplaatst, zooals is voorgesteld, dan zijn de coëfficiënten A en B van $\sin 3a'$ en $\cos 3a'$ zuiver nul.

2°. Een tweede voordeel van de bedoelde inrigting is, dat de roos, wanneer zij door de beweging van het schip in op- en neergaande schommelingen geraakt, die schommelingen om alle middellijnen N—Z, O—W, NO—ZW, enz. in gelijke tijden volbrengt, dewijl de som der momenten van traagheid om de as N—Z, dan gelijk is aan die om de as O—W. Bij de gewone inrigting met slechts eene enkele naald, hebben die schommelingen niet plaats in gelijke tijden, maar slingert de roos spoediger om de lijn O—W, dan om de lijn N—Z en is dus in hare beweging minder regelmatig.

Bij de Engelsche marine en ook sedert ongeveer vier jaren bij de Oostenrijksche, bezigt men voor de rozen der standaard-kompassen vier onderling evenwijdige naalden, die zoodanig zijn geplaatst, dat de hoeken akn en bkn voor het eene paar gelijk 15°, voor het

andere gelijk 45° zijn. Ons komt het echter voor, dat twee naalden voldoende zijn.

De naalden zijn onderling verbonden met dunne koperen strookjes. Hierdoor verkrijgt men het voordeel, dat de rozen belet worden krom te trekken.

Ten slotte zij nog opgemerkt, dat er tegenwoordig kompasdoppen, in plaats van met agaten, met diamanten steentjes verkrijgbaar zijn, voor eene betrekkelijk geringe verhooging van prijs. Dat men bij het gebruik van de laatstgenoemde tegen het uitslijten van den dop door de pen gewaarborgd is, zal geen betoog behoeven.

IV. VRAAGSTUKKEN TOT OEFENING.

1. Den 8[sten] Februarij 18.. naar gissing des morgens te 8ᵘ middelbaren tijd aan boord, op 29°20′40″ Z. Breedte en 5°10′ W. Lengte, wordt de onderrandshoogte van de zon gemeten 32°15′40″, en de zon gepeild in den eersten vertikaal. Indien de hoogte van het oog 18 voet bedraagt, vraagt men de miswijzing van het kompas, benevens den middelbaren tijd aan boord.

8 Febr. te 0^u Greenw. ⊙ Z declin. = 14°54′32 in 1^u verand. = — 47″,39
„ „ „ Tijdvereff. = 14′28″,93 „ „ = + 0,097
(Aftrekken van den middelb. tijd).

Antw. 0°22′,3 Noordwestering te $8^u10'58''$,7 des morgens.

2. Den 10[den] April 18.. naar gissing des namiddags te $5^u7'20''$ middelbaren tijd aan boord, op 30°21′20″ N. Breedte en 30°17′20″ W. Lengte, wordt de onderrandshoogte van de zon gemeten 16°36′50″. De hoogte van het oog is 20 voet. Men vraagt den verbeterden middelbaren tijd aan boord, benevens de miswijzing van het kompas, als de zon bij de waarneming der hoogte Z 77° W gepeild is.

10 April te 0^u Greenw. ⊙ N. declin. = 8°2′ 8″,7 in 1^u verand. = + 55″,15
„ „ „ Tijdvereff. = 1′17″,34 „ „ = — 0″,681
(Aftrekken van den middelb. tijd).

Antw. 12°43′,3 Noordoostering te $5^u2'26''$ des namiddags.

3. Den 13[den] Julij 18.., op 52°30′ N. Breedte en 5°15′ O. Lengte, vraagt men het oogenblik, waarop de onderrand der zon, bij haren ondergang, de kim zal schijnen aan te raken, benevens de streek waarin zulks zal plaats hebben, als de hoogte van het oog 13 voet bedraagt.

13 Julij te 0ᵘ Greenw. ⊙ N. declin. = 21°46′24″,1 in 1ᵘ verand. = — 22″,23
„ „ „ Tijdvereff. = 5′27″,63 „ „ = + 0″,288.
(Aftrekken van den middelb. tijd).

Antw. Middelb. tijd van ondergang = 8ᵘ13′47″
schijnbare amplitudo = W 38°4′28″ N.

4. Den 15den September 18.., met het oog 20 voet boven water, op 4°20′30″ Z. Breedte en 30°10′ W. Lengte, vraagt men de miswijzing van het kompas, als het punt, waarin de onderrand van de zon tijdens haren ondergang de kim aanraakte, W 10°30′ Z gepeild wordt.

15 Sept. te 0ᵘ Greenw. ⊙ N. declin. = 2°57′20″ in 1ᵘ verand. = — 57″,94
Tijdvereff. = 5′ 0″ (Bijtellen).

Antw. 13°18′,4 Noordoostering.

5. Hoeveel zou de miswijzing in het vorige vraagstuk hebben bedragen, als de peiling N 70°40′ W geweest was?

Antw. 16°31′,6 Noordwestering.

6. Den 4den Julij 18.., op 52°10′ N. Breedte en 4°30′ O. Lengte, wordt de zon gepeild N 67°30′ W, terwijl haar onderrand bij den ondergang de kim raakt. Men vraagt de miswijzing van het kompas, als de hoogte van het oog 15 voet bedraagt.

4 Julij te 0ᵘ Greenw. ⊙ N. declin. = 22°53′0″ in 1ᵘ verand. = — 13″,74
Tijdvereff. = 4′3″ (Aftrekken).

Antw. 17°24′,4 Noordoostering.

7. Den 2den Augustus 18.., op 28°50′ N. Breedte en 15°6′ O. Lengte, des namiddags te 3ᵘ35′58″ middelbaren tijd aan boord, met het oog 15 voet boven water, zijn waargenomen: de onderrandshoogte van de zon 38°7′50″, de hoogte van een voorwerp, dat links van de zon werd gezien, 1°2′3″ en de afstand daarvan tot den naasten rand van de zon 45°0′. Men vraagt de ware peiling van dat voorwerp.

2 Aug. te 0ᵘ Greenw. ⊙ N. declin. = 17°44′17″ in 1ᵘ verand. = — 38″,99.

Antw. N 117°26′14″ W.

8. Den 5den December 18.., des morgens te 7ᵘ50′24″ middelbaren tijd aan boord, op 40°20′ Z. Breedte en 37°50′ O. Lengte, met het oog 18 Rijnl. voet boven water, zijn gelijktijdig gemeten: de onderrandshoogte van de zon 21°7′10″, de hoogte van een voorwerp, dat regts van de zon werd gezien, 1°10′ en de afstand van den naasten rand der zon tot het voorwerp 60°12′30″. Men vraagt de ware peiling van het voorwerp.

5 Decemb. te 0ᵘ Greenw. ⊙ Z. declin. = 22°25′25″ in 1ᵘ verand. = + 19″,34.

Antw. Z 19°34′43″ O.

9. Indien het voorwerp in het voorgaande vraagstuk, met behulp van een kompas, Z 10°20′ O was gepeild, vraagt men de miswijzing van dat kompas.

Antw. 9°14′,7 Noordwestering.

10. Den 8sten Mei 18.. zijnde op 56°30′ N. Br. en 12°14′ W. L. naar gissing des morgens te 6u10′30″ middelbaren tijd aan boord, met het oog 18 voet boven water, zijn waargenomen: de onderrandshoogte van de zon 15°30′, de hoogte van een voorwerp 1°10′ en de afstand van den naasten rand der zon tot dat voorwerp 95°40′30″. Indien de afstand van den waarnemer tot het voorwerp ¼ mijl was en het voorwerp regts van de zon werd gezien, vraagt men den middelbaren tijd aan boord, benevens de ware rigting van het voorwerp.

8 Mei te 0u Greenw. ⊙ declin. = 17°9′10″,1 N. in 1u verand. = + 40″,89
„ „ „ Tijdvereff. = 3′42″,63 „ „ = + 0″,165.
(Bijtellen bij den middelb. tijd).

Antw. Middelb. tijd aan boord = 6u6′55″. Peiling voorw. = Z 1° O.

11. Indien in het vorige vraagstuk het voorwerp met het kompas gepeild was Z 24° W, vraagt men de miswijzing van dat kompas en de miswijzende peiling van de zon.

Antw. Miswijzing = 25° Noordwestering. Peiling = Z 72°29′ O.

12. In welke streek van den horizon is de zon op de genoemde Breedte en Lengte dien dag opgekomen?

Antw. In de streek O 32°50′ N.

13. Den 15den September 18.., op 4°20′30″ Z. Br. en 30°10′ W. L. des namiddags naar gissing te 4u middelbaren tijd aan boord, met het oog 20 voet boven water, heeft men waargenomen: de onderrandshoogte van de zon 20°17′40″, de hoogte van een voorwerp 2′20″ en den afstand van den naasten rand van de zon tot dat voorwerp 60°16′50″. De afstand van den waarnemer tot het voorwerp bedraagt ½ mijl. Het voorwerp wordt links van de zon gezien en gepeild Z 47°37′14″ W. Men vraagt de ware rigting van het voorwerp, de miswijzing van het kompas en den middelbaren tijd.

15 Sept. te 0u Greenw. ⊙ N. declin. = 2°57′20″ in 1u verand. = — 57″,94
„ „ „ Tijdvereff. = 4′54″,51 „ „ = + 0″,877.
(Bijtellen bij den middelb. tijd).

Antw. Peiling = Z 36°22′14″ W te 4u31′56″ middelbaren tijd aan boord. Miswijzing = 11°15′ Noordwestering.

14. Eenige kennelijke punten zijn met het miswijzende kompas gepeild, als volgt:

N 5° O	Z 80° W	N 40° O
N 10° O	Z 60° O	Z 3° O.

Als de miswijzing van het kompas 10° Noordoostering is, vraagt men de regtwijzende peilingen dier punten.

Antw. N 15° O. N 20° O. W. Z 50° O. N 50° O. Z 7° W.

15. Welke miswijzende koersen moet een schip sturen, als de miswijzing 2 streek Noordwestering is, en de regtwijzende koersen zijn: N ½ W, N ½ O, O ¼ N, O ¼ Z, Zuid, ZtW, ZZO en WZW?

Antw. NtO ½ O, NNO ½ O, OZO ¼ O, ZOtO ¾ O, ZZW, ZWtZ, Zuid en West.

ZEVENDE HOOFDSTUK.

WATERGETIJDEN (*).

I. ALGEMEENE BESCHOUWINGEN.

Men verstaat door de watergetijden het afwisselend rijzen en dalen van den oceaan, waardoor het water aan de kusten, of in havens, die met de zee gemeenschap hebben, tweemaal daags een hoogsten en een laagsten stand bereikt.

De hoogste stand van het water wordt hoog-water, de laagste laag-water genoemd. De benaming van vloed duidt het stijgen, die van eb het dalen van het water aan, terwijl de overgang van de eene in de andere beweging door een stilstand van het water gekenmerkt wordt en stil-water heet.

Over het algemeen gaat de genoemde rijzing en daling van het water gepaard met eene regelmatig afwisselende strooming in de eene of andere rigting, de vloed- en eb-stroom geheeten. Zeer dikwijls wordt de vloed-stroom bij verkorting alleen vloed, de eb-stroom eb genoemd. Men zegt b. v. de vloed loopt of trekt om de Noord, de eb loopt om de ZZW, en ook, het is stil water, met welke laatste uitdrukking dan te kennen wordt gegeven, dat er geen stroom loopt. Zeer oneigenlijk verwart men dan echter het rijzen en dalen van het water of den vloed en de eb, d. i. de beweging van het water in eene vertikale rigting, met den vloed- en eb-stroom, of de horizontale verplaatsing der waterdeelen, en ook den stilstand van het water bij den overgang van de eene tot de andere beweging in de eerstgenoemde rigting, met dien in de andere. Ter voorkoming van vergissingen, is het dus zaak op het onderscheid dier benamingen te letten en voorts stil-water te noemen,

---

(*) Dit hoofdstuk is door mij bewerkt in vereeniging met D^r^. F. J. STAMKART.

den stilstand van de vertikale beweging van het water, doch kentering den overgang van den eb-stroom in den vloed-stroom en omgekeerd.

Het oogenblik van stil-water valt over het algemeen niet te zamen met dat van de kentering van het getij. De vloed-stroom loopt veelal nog door, ofschoon het water reeds dalende is, of zooals men zegt, ofschoon het reeds van ebben is, en evenzoo de eb-stroom, niettegenstaande het reeds van vloeijen is, d. i. niettegenstaande het rijzen van het water reeds is begonnen.

De oorzaak van de genoemde verschijnselen moet gezocht worden in het verschil in vermogen, waarmede de maan en de zon de verschillende deelen van de aarde aantrekken, naar gelang van den afstand, waarop die deelen op hetzelfde oogenblik van de genoemde hemellichten verwijderd zijn, in verband met de beweging van de aarde en met die van de maan. Beschouwen wij die werking meer van nabij, terwijl wij ons voorloopig tot een der bedoelde hemellichten bepalen.

Laat A, fig. 238, de aarde, Z de rigting van de zon en b en c twee gelijke stofmassa's zijn, beide op gelijken afstand van de aarde verwijderd. Stellen wij dat op zeker oogenblik A, b en c in rust zijn, en niet onderworpen aan den invloed van de zon of eenig ander hemellicht, dan zullen b en c naar de aarde vallen, en na verloop van zekeren tijd in b' en c' komen, terwijl steeds $Ab' = Ac'$ is. Wordt gedurende de vallende beweging van b en c door de zon in Z aan de drie stofmassa's A, b en c eene gelijke versnelling en dus ook eene gelijke verplaatsing in de rigting naar Z medegedeeld, dan zullen daardoor de betrekkelijke standen dier massa's op zeker oogenblik niet gewijzigd worden en Ab' zal gelijk Ab' blijven. Werkte de zon alleen aantrekkend op b en c, maar niet op A, zoodat de aarde in rust bleef, dan zou de vallende beweging van b verminderd, die van c daarentegen vermeerderd worden, en bijgevolg zou Ab' grooter worden dan Ac', of bijaldien eenig beletsel b en c verhinderde te vallen, dan zou de drukking van b op de aarde verminderd, die van c daarentegen vermeerderd worden.

Werkt de aantrekking van de zon, zooals inderdaad plaats heeft, ook op de aarde, en wel per eenheid van massa een weinig minder op A dan op b en weder een weinig minder op c dan op A, of anders gezegd, een weinig meer op b en minder op c dan op A, dan zal zoowel de vallende beweging van b naar A, als die van c naar A verminderd worden, doch Ab' zal gelijk Ac' kunnen blijven; want ofschoon c door de werking van de zon zich werkelijk meer verplaatst, dan zonder die werking, zoo verwijdert zich de aarde tevens van c en de afstand Ac' zal dus grooter worden, dan wanneer de aantrekking van de zon niet bestond. Worden in dit geval de massa's b en c verhinderd, om naar de aarde te vallen, dan zal ook de drukking, die zij uitoefenen, door de aantrekking der zon verminderd worden.

Duiden wij bij dit geval, ter onderscheiding van het eerste, waarbij wij geene werking van de zon onderstelden, de massa's *b* en *c* door dubbele accenten aan, dan is $Ab'' = Ac''$, maar $Ab'' > Ab'$ en eveneens $Ac'' > Ac'$.

Denkt men zich nu in de plaats der genoemde massa's eene hoeveelheid water, die de aarde geheel omgeeft, dan zullen de waterdeelen, terwijl zij aan de bovengemelde werking van de zon gehoor geven, eene gedaante aannemen, zooals in fig. 239 is aangewezen.

Wij hebben duidelijkheidshalve in de gevolgde redenering alleen gesproken van de werking der zon, omdat men zich het voortdurend vallen van de aarde naar de zon, als een gevolg daarvan, gemakkelijk kan voorstellen. Voor de maan geldt echter die redenering even zeer; want ofschoon de maan om de aarde loopt en de aarde daarbij schijnt stil te staan., zoo is dit laatste toch in strijd met de werkelijkheid. Men heeft zich namelijk voor te stellen, dat de aarde zoowel naar de maan valt, als de maan naar de aarde, dewijl beide ligchamen zich bewegen om hun gemeenschappelijk zwaartepunt. De werking van de maan op de getijden is, uit hoofde van haren geringeren afstand van de aarde, ongeveer driemaal sterker dan die van de zon.

Wanneer wij aannemen, dat de aarde om eene as wentelt, die nagenoeg loodregt staat op het vlak van fig. 240, en dat de geheele watermassa daarbij wordt medegevoerd, dan is het duidelijk, dat dezelfde waterdeelen bij elke wenteling van de aarde achtereenvolgens op plaatsen zullen komen, waar zij in meerdere en in mindere mate de werking van de zon of de maan ondervinden, zoodat zij nu meer, dan minder — hoe gering het verschil ook moge zijn — op de aarde zullen drukken. Beschouwen wij de periodieke beweging van de watermassa, die daardoor ontstaat, meer van nabij.

Stellen wij dat de watermassa op elk oogenblik een vorm aanneemt, die overeenkomt met den evenwigtstoestand bij eene niet wentelende aarde, en dat de zon in 24^u om de aarde loopt, zoodat wij de laatstgenoemde als stilstaande aanmerken. Zij voorts AB, fig. 240, de groote as der watermassa, de zon in Z en $A'B'$ die as, als de zon in Z' staat, dan is AA' en ook BB' de verplaatsing van den top der watermassa. De bedoelde verplaatsing ontstaat hierdoor, dat de watermassa *abc* gaandeweg is gezonken, terwijl te gelijker tijd de massa *cde* is gerezen, en dat evenzoo de hoeveelheid *efg* gezonken, doch *gha* gerezen is. Het is duidelijk, dat voor dit rijzen en dalen van het water, wanneer de zee eene aanmerkelijke diepte heeft, slechts eene kleine verplaatsing van elk waterdeeltje in het bijzonder gevorderd wordt. Dit zal te meer in het oog vallen, als men bedenkt, dat de opheffing in A, zooals wij nader zullen zien, nog geen el boven den laagsten stand zou bedragen, indien de gansche aarde met water bedekt was. Elk waterdeeltje zou

dan bij eene halve omwenteling van den top A, d. i. in 12^u, slechts eene gesloten kromme lijn hebben te doorloopen, b. v. eene ellips, waarvan de grootste middellijn 1 el is.

Dewijl de aardoppervlakte niet geheel door water is bedekt, maar ongeveer voor $\frac{2}{3}$ uit water en voor $\frac{1}{3}$ uit land bestaat, zoo zullen stroomingen ontstaan op die plaatsen, waar het water geene toereikende diepte heeft, waar het door eene kust wordt tegengehouden, of waar het tusschen eilanden of door straten moet dringen. Midden in den oceaan bestaat de vloed- of ebstroom niet, of althans slechts in geringe mate. Daar heeft men alleen eb en vloed, die evenwel niet zijn waar te nemen, dan bij een eiland.

Men moet alzoo den voortgang van de getijgolf ten strengste onderscheiden van den vloed-stroom, waar deze zich openbaart, zooals op onze kusten, en even als bij gewone golven in het oog houden, dat de voortgang van den top der golf geene verplaatsing is van de stof, d. i. van de waterdeelen.

II. WERKING VAN DE MAAN OP EEN WATERDEELTJE OP DE AARDOPPERVLAKTE.

Zij B, fig. 241, de maan op den gemiddelden afstand a' van het middelpunt O van de aarde verwijderd, A een waterdeeltje op de aardoppervlakte, M de massa van de maan, a haar afstand tot A, N haar topsafstand en R de straal van de aarde; dan is, wanneer wij de aantrekking op A, volgens BA, Q noemen:

$$Q = \frac{fM}{a^2}$$

als f de eenheid van aantrekking is, op de eenheid van afstand, voor de eenheid van massa. Is verder g de versnelling der zwaartekracht, door de massa m van de aarde op den afstand R van haar middelpunt voortgebragt, dan is, als wij de versnelling van M, op den afstand $= 1$, g' noemen:

$$g = \frac{mf}{R^2} \quad \text{en} \quad g' = \frac{Mf}{1^2}$$

waaruit

$$g' = Mf = \frac{M}{m} R^2 g$$

en

$$Q = \frac{g'}{a^2} = \frac{M}{m} \cdot \frac{R^2}{a^2} g.$$

Ontbinden wij de kracht Q in twee andere, namelijk in eene kracht X volgens AD, evenwijdig aan BO, en in eene daarop loodregte kracht Y, dan is, als wij den hoek BAD ε noemen:

$$X = Q \cos \varepsilon \qquad\qquad Y = Q \sin \varepsilon$$
$$= Q \frac{AD}{a} \qquad\qquad = Q \frac{BD}{a}.$$

Voorts is

$$AD = OB - OE = a' - R \cos N$$
$$BD = AE \qquad = \qquad R \sin N$$

en dus na substitutie

$$X = \frac{fM}{a^3}(a' - R \cos N) \qquad\qquad Y = \frac{fM}{a^3} R \sin N.$$

In driehoek BOA is

$$AB^2 = OB^2 + AO^2 - 2OB \times AO \cos N$$

of

$$a^2 = a'^2 + R^2 - 2a'R \cos N$$

en dus

$$\frac{1}{a^3} = \frac{1}{(a'^2 + R^2 - 2a' R \cos N)^{\frac{3}{2}}}.$$

Ontwikkelt men deze uitdrukking in eene reeks, dan komt:

$$\frac{1}{a^3} = \frac{1}{a'^3} + \frac{3R \cos N}{a'^4} + \text{enz.}$$

Deze waarde, in die van X en Y gesubstitueerd, geeft:

$$X = fM(a' - R \cos N)\left(\frac{1}{a'^3} + \frac{3R \cos N}{a'^4} + \text{enz.}\right)$$
$$Y = fMR \sin N \left(\frac{1}{a'^3} + \frac{3R \cos N}{a'^4} + \text{enz.}\right)$$

of, als wij de vierde en hoogere magten van a' verwaarloozen:

$$X = \frac{fM}{a'^2} + \frac{2fMR \cos N}{a'^3}$$
$$Y = \frac{fMR \sin N}{a'^3}.$$

Neemt men in aanmerking, dat de maan het middelpunt O van de aarde met eene kracht aantrekt volgens BO, die wordt voorgesteld door

$$\frac{fM}{a'^2}$$

en dat in eene rigting, die evenwijdig is aan BO, op A de kracht X werkt, dan zullen de waterdeelen in A, behalve aan de kracht Y, wegens hunnen geringen zamenhang, gehoorzamen aan de kracht, voorgesteld door het verschil van de bovengenoemde werkingen, zoodat wij zullen hebben, wanneer wij dat verschil in vermogen K noemen:

$$(I) \quad . \quad . \quad . \quad K = \frac{fM}{a'^2} + \frac{2fMR\cos N}{a'^3} - \frac{fM}{a'^2} = \frac{2fMR\cos N}{a'^3}.$$

Blijkbaar veroorzaken de krachten K en Y wat de maan betreft de watergetijden, wanneer zij namelijk op eene groote watermassa werken. Op zeeën van geringe uitgebreidheid, of binnenwateren, die geene gemeenschap met den oceaan hebben, bespeurt men de werking dier krachten niet. Zij verder

$$\frac{fMR}{a'^3} = \frac{M}{m} \cdot \frac{R^3}{a'^3} g = \lambda g$$

dan is

$$K = 2\lambda g \cos N \qquad\qquad Y = \lambda g \sin N.$$

Behalve de krachten K en Y werkt nog de zwaartekracht g op het waterdeeltje in A, en de resultante dier krachten moet noodzakelijk normaal zijn op de oppervlakte van het water. Ontbinden wij g in de tegenovergestelde rigting van K en in de rigting van Y, dan komt, zie fig. 241:

$$g'' = g \cos N \quad \text{en} \quad g''' = g \sin N$$

en dus

geheele werking volgens $AD' = g\,(1 - 2\lambda) \cos N$
„ „ „ $AE = g\,(1 + \lambda) \sin N.$

De resultante van die krachten maakt met de lijn OB een hoek $ACB = \gamma$, waarvan de tangens is:

$$\operatorname{tang} \gamma = \frac{1 + \lambda}{1 - 2\lambda} \operatorname{tang} N$$

uit welke uitdrukking blijkt, dat de hoek ACB een weinig grooter is dan N, en dat dus de normaal AC op de wateroppervlakte, de lijn OB tusschen O en E, b. v. in C zal snijden.

Denken wij ons eene ellips, die door A gaat, waarvan de groote as langs de lijn OB loopt en O het middelpunt is, dan zal men hebben, wanneer a_0 en b_0 de halve groote en kleine assen beteekenen, dewijl CA normaal is op A:

$$\operatorname{tang} \gamma = \frac{a_0^2}{b_0^2} \operatorname{tang} N.$$

Laten wij die ellips om hare groote as wentelen, dan zal de ellipsoïde, die daaruit ontstaat, het beloop van de oppervlakte van het water voorstellen, terwijl de onderlinge verhouding van de bedoelde assen bepaald wordt door

$$\frac{a_0}{b_0} = \sqrt{\frac{1 + \lambda}{1 - 2\lambda}}$$

zooals onmiddellijk uit de vergelijking van de gevonden formulen voor tang γ voortvloeit.

Om de genoemde assen geheel te bepalen, hebben wij nog de voorwaarde, dat de inhoud van de ellipsoïde gelijk moet zijn aan dien van den bol, waaruit zij gevormd is. Zij dan R de straal van dien bol, waarvan de inhoud gelijk is aan de met water overdekte aarde, dan hebben wij:

$$\tfrac{4}{3}\pi\, b_0^2 a_0 = \tfrac{4}{3}\pi\, R^3$$

of

$$a_0 b_0^2 = R^3 = b_0^3 \sqrt{\frac{1+\lambda}{1-2\lambda}}$$

en dus

$$b_0 = R \sqrt[6]{\frac{1-2\lambda}{1+\lambda}} \qquad a_0 = R \sqrt[3]{\frac{1+\lambda}{1-2\lambda}}$$

of nagenoeg

$$b_0 = R\,(1 - \tfrac{1}{2}\lambda) \qquad a_0 = R\,(1+\lambda).$$

Voorts is in die ellips, zie bladz. 19 van het IIe Deel, als wij $AO = R'$ noemen,

$$R' = \frac{a_0}{\sqrt{\left\{\frac{a_0^2}{b_0^2} - \left(\frac{a_0^2}{b_0^2} - 1\right)\cos^2 N\right\}}}$$

en dus

$$R' = \frac{R \sqrt[3]{\frac{1+\lambda}{1-2\lambda}}}{\sqrt{\left\{\frac{1+\lambda}{1-2\lambda} - \left(\frac{1+\lambda}{1-2\lambda} - 1\right)\cos^2 N\right\}}}$$

$$= R\,\frac{(1+\lambda)^{1/3}\,(1-2\lambda)^{-1/3}\,(1-2)^{1/2}}{\sqrt{\{1+\lambda-3\lambda\cos^2 N\}}}$$

$$= R\,\frac{(1+\lambda)^{1/3}\,(1-2\lambda)^{1/6}}{\sqrt{\{1+\lambda-3\lambda\cos^2 N\}}}$$

$$= R\,\{1+\lambda\,(1-3\cos^2 N)\}^{-1/2}\{(1+\lambda)^2\,(1-2\lambda)\}^{1/6}$$

(II) . . . . . $= R\,\{1 - \tfrac{1}{2}\lambda + \tfrac{3}{2}\lambda\cos^2 N \ldots\ldots\}$

waaruit

(III) . . . . . . $R' - R = \tfrac{1}{2}\lambda\,\{3\cos^2 N - 1\}\,R$

welke uitdrukking de verheffing van het water voorstelt boven den stand, dien het zou aannemen, als de werking van de maan niet bestond.

Is $\cos^2 N = \frac{1}{3}$ of $N = 35°16'$, dan wordt $R' = R$, zoodat het water bij eene maanshoogte van $90° - N = 54°44'$, juist de gemiddelde hoogte zou hebben, in de vooronderstelling, dat de aarde niet om hare as wentelde en geheel met water bedekt was.

De grootste hoogte van het water heeft blijkens de formule plaats,

als $N = 0$ is. De kleinste daarentegen, als $N = 90°$ is, d. i. bij de opkomst of den ondergang van het hemellicht. Wij hebben dus:

$$\begin{array}{ll} \text{grootste hoogte} = & \lambda R \\ \text{kleinste} \quad „ \quad = & -\tfrac{1}{2}\lambda R \\ \hline \text{grootste verschil} = & \tfrac{3}{2}\lambda R \end{array}$$

Stellen wij, volgens LAPLACE, voor de maan $\frac{M}{m} = \frac{1}{75}$ en $\frac{R}{a'} = \frac{1}{60}$ dan is

$$\lambda = \frac{1}{75 \times 60^3} = \frac{1}{16200000}.$$

En dewijl de omtrek van de aarde 40000000 ellen is, zoo wordt

$$R = \frac{20000000}{\pi} \text{ en dus } \tfrac{3}{2}\lambda R = \tfrac{3}{2}\,\frac{20000000}{16200000\pi} = \frac{300}{162\,\pi} = 0{,}59 \text{ el.}$$

Het grootste verschil, tusschen den hoogsten en den laagsten waterstand in den oceaan, bedraagt dus door de werking van de maan, volgens de theorie, ongeveer 6 palm.

De werking van de zon op de waterdeelen wordt door eene soortgelijke formule als (III) uitgedrukt. Bepaalt men de waarde van λ voor de zon, dan vindt men dat de bedoelde werking nagenoeg 3 maal kleiner is, dan die van de maan. Vereenigen zon en maan hare werking, dan kan het bedoelde verschil in den vollen oceaan ongeveer 8 palm bedragen.

Bij de tot dus verre gevolgde redenering hebben wij de zaak voorgesteld, alsof de maan zich in den equator bewoog, en dus geen acht geslagen op de declinatie van het hemellicht. Stellen wij thans dat de maan M zich bevindt buiten het vlak van den equator EQ, fig. 242, dat PP' de as is van de aarde, $PbP'c$ de doorsnede volgens een meridiaanvlak van de watermassa, die de aarde omringt, en Aa de middellijn van een parallel-cirkel, welke door de plaats A ten gevolge van de aswenteling der aarde wordt beschreven. Blijkbaar zal die plaats tweemaal in het etmaal hoog-water hebben; doch het getij, bij den bovensten doorgang der maan, als de plaats in A is, zal hooger zijn dan dat bij den benedensten doorgang, dewijl die plaats zich dan in a bevindt. Een en ander geldt ook voor de zon.

Zij nu b de Breedte dier plaats, d de declinatie, $h = 90° - N$ de hoogte en P de uurhoek van de maan of de zon, dan is

$$\sin h = \cos N = \sin b \sin d + \cos P \cos b \cos d$$

en dus

$$\cos^2 N = \sin^2 b \sin^2 d + 2 \sin b \sin d \cos P \cos b \cos d + \cos^2 P \cos^2 b \cos^2 d.$$

$$\text{(IV)} \quad = \sin^2 b \sin^2 d + 2 \sin b \sin d \cos P \cos b \cos d + \tfrac{1}{2} \cos^2 b \cos^2 d + \tfrac{1}{2} \cos^2 b \cos^2 d \cos 2P.$$

Substitueren wij deze waarde in formule (III), dan komt:

$$\text{(V)}\ R' - R = \tfrac{3}{2}\lambda R \left\{ \tfrac{1}{2}\cos^2 b \cos^2 d + \sin^2 b \sin^2 d - \tfrac{1}{3} + 2 \sin b \cos b \sin d \cos d \cos P + \right.$$
$$\left. + \tfrac{1}{2}\cos^2 b \cos^2 d \cos 2P \right\}.$$

De eerste term van het tweede lid dezer formule:

$$\tfrac{3}{2}\lambda R\,(\tfrac{1}{2}\cos^2 b \cos^2 d + \sin^2 b \sin^2 d - \tfrac{1}{3}) = \tfrac{1}{4}\lambda R\,(3\cos^2 b \cos^2 d + 6 \sin^2 b \sin^2 d - 2)$$
$$= \tfrac{1}{16}\lambda R\,(1 - 3\cos 2b)(1 - 3\cos 2d)$$

is gedurende een dag voor dezelfde plaats bijna standvastig, omdat de verandering, die hij ondergaat, alleen afhangt van die van λ en d. Hij wijst een vloed aan, waarvan de hoofdperiode den tijd van eene halve omwenteling van het hemellicht is, en dus van een half jaar voor de zon en van eene halve maand voor de maan, dewijl $\cos 2d$ in de genoemde tijdvakken alle veranderingen doorloopt.

De tweede term van het tweede lid der formule:

$$3\lambda R \sin b \cos b \sin d \cos d \cos P = \tfrac{3}{4}\lambda R \sin 2b \sin 2d \cos P$$

wijst een vloed aan, waarvan de hoofdperiode een zons- of maansdag is, omdat $\cos P$ al zijne veranderingen in dien tijd doorloopt, terwijl ten slotte de derde term der formule:

$$\tfrac{3}{4}\lambda R \cos^2 b \cos^2 d \cos 2P$$

een vloed aanwijst, waarvan de hoofdperiode een halve zons- of maansdag is, omdat $\cos 2P$ in dit tijdvak al zijne veranderingen ondergaat. De laatstgenoemde vloed is over het algemeen de voornaamste. Hij veroorzaakt tweemaal daags hoog- en laag-water.

De drie vloeden, door ons afzonderlijk beschouwd, behooren in der daad slechts tot een enkelen vloed; doch het overzigt van de zaak wordt door de afzonderlijke beschouwing gemakkelijker. De derde of halfdaagsche is de hoofdvloed, waarin dagelijksche en half-maandelijksche of halfjaarlijksche veranderingen of wijzigingen plaats grijpen.

Raadpleegt men de waarnemingen, dan openbaart zich in het algemeen het bestaan dier wijzigingen zeer duidelijk, maar zij komen in andere verhoudingen tot den hoofdvloed voor, en hieruit ontleent LAPLACE een zijner voornaamste bezwaren tegen de medegedeelde theorie, die oorspronkelijk door NEWTON is voorgedragen.

Stellen wij b. v. $b = 48°$ en $d = 23°$, dan is

de kleinste waarde van N in den meridiaan $= b - d = 25°$
de grootste „ „ „ „ „ „ $= 180° - (b + d) = 119°$.

Volgens formule (III) heeft laag-water plaats, als $N = 90°$ is, dus

laag-water $= -\tfrac{1}{2}\lambda R$.

Rekenen wij de waterhoogte W boven dezen laagsten stand, dan komt, wanneer wij ons tot de zon bepalen:

op den middag, waterhoogte $W = \tfrac{3}{2}\lambda R \cos^2(b - d) = \tfrac{3}{2}\lambda R \times 0{,}821$
te middernacht „ $W' = \tfrac{3}{2}\lambda R \cos^2(b + d) = \tfrac{3}{2}\lambda R \times 0{,}106$

en de dagvloed zou dus in dit geval ongeveer a c h t maal hooger moeten zijn dan de nachtvloed.

De waarnemingen, te B r e s t verrigt, doen voor het gestelde geval, namelijk dat van nieuwe of volle maan omstreeks den langsten dag, in der daad een verschil kennen, tusschen de hoogte van den dagvloed en die van den nachtvloed, doch van veel kleiner bedrag, dan hetgeen de theorie aangeeft. Volgens LAPLACE bedraagt het bedoelde verschil niet meer dan $\frac{1}{30}$ van de som dier hoogten, en de onvolledigheid der voorgestelde theorie blijkt alzoo uit de weinige overeenkomst, die er bestaat tusschen de resultaten, welke zij geeft, en hetgeen men waarneemt. De hoofdoorzaak van het bedoelde gemis aan overeenstemming ligt in de vooronderstelling, waarvan wij zijn uitgegaan, dat de aarde, en met haar de zee, geene wentelende beweging bezat. Wij hebben wel aangewezen, hoe in het algemeen de vloedgolf zich verplaatst, doch bij de berekening der krachten, die de watergetijden veroorzaken, is noch op die wentelende beweging, noch op andere minder gewigtige omstandigheden, zooals de afplatting van de aarde enz. achtgeslagen. De uitgebreidheid, die onze beschouwing zou verkrijgen, indien wij al die zaken in aanmerking wilden nemen, zou het bestek van dit werk ver te buiten gaan.

Ook nog in een ander opzigt geeft ons formule (III) een resultaat, dat afwijkt van de bevinding. Blijkens die formule toch zou het op elke plaats hoog-water zijn, op het oogenblik van den bovensten en den benedensten doorgang van het hemellicht, dewijl $\cos^2 N$ dan zijne grootste waarde heeft. De waarnemingen doen ons echter zien, dat zulks bijna nimmer dan geheel toevallig plaats heeft.

Om deze tegenstrijdigheid te verklaren, stelle men zich een diep landwaarts in loopend kanaal of een zeeboezem voor, zooals b. v. het Y, waarin geen afvoer van water, als bij eene rivier, plaats heeft. Wanneer de vloedgolf de monding van een dergelijk kanaal bereikt en het water aldaar rijst, tot zijne grootste hoogte komt, en weder daalt, dan kan in die rijzing of daling, niet gelijktijdig door al de waterdeelen van het kanaal over zijne volle lengte gedeeld worden. Zelfs kan die rijzende en dalende beweging van het water aan de monding reeds geheel voleindigd zijn, alvorens men achter in het kanaal of in het algemeen op zekeren afstand landwaarts in daarvan nog iets bespeurt. Er vormt zich in het kanaal eene golf van zekere uitgestrektheid en deze plant zich gaandeweg naar binnen voort, om achtereenvolgens op de meer landwaarts in gelegen punten hoog-water te brengen. De uitgestrektheid van die golf hangt hoofdzakelijk af van den tijd, waarin de rijzing en de daling aan de monding plaats heeft. Geschiedde deze beweging zeer langzaam, b. v. in eene halve maand, dan zou de rijzing en daling van het water bijna gelijktijdig in alle punten van het kanaal

plaats hebben. Hoe sneller de rijzing van het water plaats heeft, des te steiler zal de vorm van den waterberg zijn, en zoo ontstaat de mogelijkheid, dat verschillende plaatsen in het kanaal gelijktijdig hoog-water hebben, terwijl het voor andere tusschenliggende plaatsen op hetzelfde oogenblik laag-water is. De oppervlakte van het water in het kanaal heeft dan in plaats van eene platte, eene golvende gedaante, doch de afwijkingen van het horizontale vlak zijn te gering, met betrekking tot de uitgestrektheid dier golvingen, dan dat zij voor het oog zouden zijn waar te nemen.

Heeft het kanaal niet overal dezelfde breedte, noch eene gelijkmatige diepte, dan zal de vorm van de golf ook nog hierdoor worden gewijzigd. Is de golf aan de voorzijde steiler dan aan de andere zijde, dan zal de vloed, d. i. het rijzen van het water, bij een gelijkmatigen voortgang, in korter tijd geschieden, dan de daling of de eb. Aan de monding van het kanaal heeft uit den aard der zaak in- en uitstrooming van water plaats; doch wanneer het kanaal slechts lang genoeg is, dan zal het instroomende water geenszins daarin tot achter doordringen, ofschoon de golvende beweging zich tot daar voortplant.

Het zal uit deze beschouwing duidelijk zijn, dat voor alle plaatsen in het kanaal, de overeenstemming van den tijd van hoog-water, met het oogenblik van den doorgang van het hemellicht verloren moet gaan. Bovendien zal eene Oostelijke of Westelijke strekking van het kanaal invloed hebben op de telling van den tijd, ten gevolge van de verschillen in Lengte van de onderscheiden plaatsen.

De verschijnselen, die wij in het onderstelde kanaal opmerkten, worden in het algemeen veroorzaakt door de kusten van het vaste land, de eilanden, de ongelijke diepten der zee, enz. en er bestaat dus voor elke plaats een zeker tijdsverloop tusschen den doorgang van het hemellicht door den meridiaan der plaats en den tijd van hoog-water. Ofschoon dat tijdsverloop, volgens de voorafgaande beschouwing grooter zou kunnen zijn dan 12^u, dewijl het de uren bevat, die er verloopen tusschen het ontstaan van de vloedgolf en het oogenblik van hoog-water in eene haven, zoo telt men echter niet verder dan tot 12^u, dewijl daarna weder een nieuwe vloed intreedt. Streng genomen behoeven de vloedgolven niet te ontstaan, dewijl er voor de maan en de zon, aan weerszijde van de aarde, permanent twee hoofdgolven bestaan, die steeds rondloopen. In elke dier vloedgolven hebben voortdurend veranderingen plaats, ten gevolge van den veranderlijken afstand, waarop het hemellicht, waarbij de golf behoort, zich van de aarde bevindt en van de verandering, die zijne declinatie ondergaat.

III. VEREENIGDE WERKING VAN ZON EN MAAN OP DE WATERDEELEN.

De verschijnselen, die zich bij alle golfbewegingen voordoen, kunnen ons in staat stellen om bij analogie den invloed te bepalen, dien de gezamenlijke werking van zon en maan op de waterdeelen van de aarde uitoefent. Merken wij namelijk onder die verschijnselen op, dat kleine golven ongehinderd over groote heengaan, dat golven, die elkander onder zekeren hoek ontmoeten, ongestoord elkander kruisen en ieder afzonderlijk blijven bestaan, dan zullen wij de opheffing van het water, door het eene hemellicht, slechts hebben te voegen bij die, welke door de werking van het andere ontstaat, om den invloed van de vereenigde werking van zon en maan op de waterdeelen te erlangen. Noemen wij de massa van de zon Z, haren afstand tot de aarde a'', haren topsafstand N' en stellen wij

$$\lambda' = \frac{Z}{m} \cdot \frac{R^3}{a''^3}$$

dan is

de hoogte van den vloed door de zon $= \frac{1}{2} \lambda' R (3 \cos^2 N' - 1)$
„ „ „ „ „ „ „ maan $= \frac{1}{2} \lambda R (3 \cos^2 N - 1)$

en dus

(VI) . waterhoogte $= W_0 = \frac{1}{2} \lambda R (3 \cos^2 N - 1) + \frac{1}{2} \lambda' R (3 \cos^2 N' - 1)$

waarin vervolgens de waarden van $\cos^2 N$ en $\cos^2 N'$, volgens formule (IV) moeten gesubstitueerd worden.

Zooals reeds is opgemerkt, is onze theorie niet volledig, omdat de wentelende beweging van de aarde daarbij niet in aanmerking is genomen, terwijl andere omstandigheden, die in de natuur van invloed zijn op de getijden, als de vorm der kusten, de verschillende diepte der zee, enz. buiten rekening moeten blijven, omdat de invloed daarvan niet is te bepalen.

Eene gewigtige opmerking nogtans stelt ons in staat om aan de formule meer volledigheid te geven. De waarnemingen doen ons namelijk zien, dat ebbe en vloed het gevolg zijn van periodiek werkende oorzaken, die van den loop en den stand van zon en maan afhangen, en dat de voornaamste periode die is van een halven dag, en de daarop volgende die van een geheelen dag, na welken tijd alle verschijnselen zich nagenoeg als te voren herhalen. Voorts hebben wij gezien, dat het getij voor eene bepaalde plaats en op een bepaalden dag moet worden toegeschreven aan oorzaken, die reeds eenigen tijd gewerkt hebben. Voeren wij dus in formule (V) onbepaalde, doch

standvastige coëfficiënten U, A en B in, die door waarnemingen moeten bepaald worden, en verminderen wij om de laatstgenoemde reden den uurhoek P met een boog α en $2P$ met een boog 2β, dan komt, dewijl voor elke plaats b en R standvastig zijn:

$$R' - R = \lambda \{ U(1 - 3\cos 2d) + A \sin 2d \cos(P - \alpha) + B \cos^2 d \cos 2(P - \beta) \}$$

Op dezelfde wijze wordt formule (VI)

$$\text{(VII)} \quad W_0 = \lambda \{ U(1 - 3\cos 2d) + A \sin 2d \cos(P - \alpha) + B \cos^2 d \cos 2(P - \beta) \} + \\ + \lambda' \{ U'(1 - 3\cos 2d') + A' \sin 2d' \sin(P' - \alpha') + B' \cos^2 d' \cos 2(P' - \beta') \}.$$

Ofschoon meestal $\alpha = \beta$ is, zoo is het nogtans raadzaam, om de waarnemingen, in elk bijzonder geval, daarover te laten beslissen.

Rekent men de hoogte van den vloed boven de gemiddelde waterhoogte van den dag, dan worden de kleine termen $U(1-3\cos 2d)$ en $U'(1-3\cos 2d')$ weggelaten. Beperkt men zich alleen tot de half-daagsche vloeden, die in onze havens de voornaamste zijn, dan worden de termen, waarin A en A' voorkomen, ook weggelaten en men verkrijgt:

$$\text{(VIII)} \ . \ . \quad W_0 = \lambda B \cos^2 d \cos 2(P - \beta) + \lambda' B' \cos^2 d' \cos 2(P' - \beta')$$

waarin P en P' de uurhoeken zijn van de maan en de zon op het oogenblik der waarneming. De grootheden α en α', β en β' zijn de bogen, welke van die uurhoeken moeten worden afgetrokken, om de uurhoeken te verkrijgen voor het vroegere tijdstip, waarbij de getijgolf behoort, waarvan de waargenomene de afgeleide is. λ, λ', d en d' gelden ook voor dat vroegere tijdstip.

Dewijl het aantal doorgangen van de maan door den meridiaan tot dat van de zon, in hetzelfde tijdvak, zich verhoudt als 57 tot 59, zoo zal de verandering in den uurhoek der zon, terwijl de watergolf zich in het onderstelde kanaal voortbeweegt, grooter zijn, dan de overeenkomstige verandering in dien der maan, zoodat α' grooter dan α en β' grooter dan β zal zijn. Gemiddeld zal men mogen stellen:

$$\alpha' : \alpha = \beta' : \beta = 59 : 57$$

waaruit

$$\alpha' - \alpha = \frac{2}{57}\alpha \quad \text{en} \quad \beta' - \beta = \frac{2}{57}\beta.$$

a. BEPALING VAN HET OOGENBLIK VAN HOOG-WATER.

Wenscht men op zekeren dag den tijd van hoog-water door berekening te vinden, terwijl men zich alleen tot den voornaamsten vloed bepaalt, dan kan men voor dien dag d, d', λ en λ' als standvastig aannemen. Stellen wij voorts

$$\lambda \ B \cos^2 d = E$$
$$\lambda' B' \cos^2 d' = E'$$

dan kunnen wij formule (VIII) aldus schrijven:

$$W_0 = E \cos 2\,(P - \beta) + E' \cos 2\,(P' - \beta').$$

Het oogenblik van hoog-water zal blijkbaar dan plaats vinden, als W_0 een maximum is. Differentiëren wij dus de laatstgevonden uitdrukking en stellen wij het differentiaal-quotient gelijk nul, dan komt:

$$0 = 2\,E \sin 2\,(P - \beta)\,\frac{\delta P}{\delta P'} + 2E' \sin 2\,(P' - \beta').$$

In deze formule is $\frac{\delta P}{\delta P'}$ de betrekking tusschen de gelijktijdige veranderingen der uurhoeken van de maan en de zon, en dewijl wij daarvoor gemiddeld $\frac{57}{59}$ mogen stellen, zoo komt

$$0 = \tfrac{57}{59}\,E \sin 2\,(P - \beta) + E' \sin 2\,(P' - \beta').$$

Zij χ het verschil der regte-opklimmingen van zon en maan, op het oogenblik van hoog-water, dan is

$$P' = P + \chi$$

waardoor, na substitutie in de vorige uitdrukking,

$$\frac{57\,E}{59\,E'} \sin 2\,(P - \beta) + \sin 2\,(P + \chi - \beta') = 0$$

$$\frac{57\,E}{59\,E'} \sin 2\,(P - \beta) + \sin 2\,(P - \beta + \chi - (\beta' - \beta)) = 0$$

en dus, wanneer wij den tweeden term ontwikkelen, en door $\cos 2\,(P - \beta)$ deelen,

$$\text{(X)} \;\ldots\; \operatorname{tang} 2\,(P - \beta) = -\frac{\sin 2\,(\chi - (\beta' - \beta))}{\frac{57\,E}{59\,E'} + \cos 2\,(\chi - (\beta' - \beta))}$$

Stellen wij die uitdrukking gelijk $\operatorname{tang} 2\varphi$, dan is

$$2\,(P - \beta) = 2\varphi$$

of liever

$$2\,(P - \beta) = 2\varphi \pm n \times 12^u$$

waarin n een zoodanig geheel getal beteekent, dat P kleiner blijft dan 12^u. Wij stellen 2φ positief of negatief, naar gelang van het teeken van $\operatorname{tang} 2\varphi$, en dus altijd scherp of kleiner dan 6^u.

Nemen wij nu voorloopig β als bekend aan, dan heeft men voor den uurhoek van de maan, tijdens het oogenblik der grootste of ook der kleinste waterhoogte:

$$P = \beta \pm n \times 6^u + \varphi$$

of liever, dewijl β een positieven boog voorstelt, die op onze kusten eenige malen grooter is dan 360°:

$$P = \beta - n \times 6^u + \varphi.$$

Gaan wij thans over tot de bepaling van $\beta - n \times 6^u$.

Indien de zon en de maan, op den dag van nieuwe maan, gelijktijdig door den meridiaan gaan, en beide hemelligchamen, op het oogenblik, waarop de getijgolven de monding van het denkbeeldige kanaal bereiken, zich juist in den equator en op den gemiddelden afstand van de aarde bevinden, dan wordt het uur of de tijd van het eerstvolgende hoog-water, na den middag, het h a v e n g e t a l genoemd. Het havengetal is dus de uurhoek van de maan op het oogenblik van hoog-water, op den bedoelden dag.

Zij H het havengetal, P_1 de laatstbedoelde uurhoek van de maan, en φ' de overeenkomstige waarde van φ, dan komt

$$P_1 = \frac{57}{59} H = \beta - n \times 6^u + \varphi'$$

en dus

$$\beta - n \times 6^u = \frac{57}{59} H - \varphi'$$

zoodat wij in het algemeen vinden voor den uurhoek van de maan, tijdens het hoog-water, dat na den bovensten of den ondersten doorgang van de maan invalt:

$$\text{(XI)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad P = \frac{57}{59} H + \varphi - \varphi'.$$

Dewijl H en φ' voor dezelfde plaats standvastige grootheden zijn, zoo hangt de verandering van den uurhoek der maan, van den boven- of den beneden-meridiaan dier plaats gerekend, op het tijdstip van hoog-water, alleen af van die van φ.

Is voorts T de ware of de middelbare tijd van doorgang der maan, dan wordt het oogenblik van hoog-water gevonden, door den uurhoek van de maan, in zonnetijd uitgedrukt, bij den tijd van doorgang te tellen. Wij hebben dus:

$$\text{tijd hoog-water} = T + \frac{59}{57} P$$

$$\text{(XII)} \quad \ldots \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad = T + H + \frac{59}{57} (\varphi - \varphi') = T'.$$

De term $\frac{59}{57} (\varphi - \varphi')$ wordt de v e r a c h t e r i n g van het getij genoemd. Hij draagt den naam van v e r v r o e g i n g, als $(\varphi - \varphi')$ negatief is. De waarde van dien term wordt in Tafel XXXIII en in de Tafels C en D, op bladz. 424 en 425 van dit hoofdstuk gevonden. Het havengetal is in Tafel XXXIV opgegeven.

Om den tijd van hoog-water voor een gegeven dag te berekenen, voegt men alzoo het havengetal bij den doorgangstijd van de maan op

dien datum, en verbetert de aldus verkregen som, door de vervroeging of de verachtering daarvan af te trekken of daarbij te tellen.

Alvorens het gebruik van bovenstaanden regel door voorbeelden nader toe te lichten, moeten wij eenige bijzonderheden nagaan van de termen, die in formule (X) voorkomen, welke formule ons dient om φ te berekenen. Beschouwen wij daartoe in de eerste plaats de daarin voorkomende grootheid $\frac{57\,E}{59\,E'}$. Volgens formule (VIII) is

$$\frac{57\,E}{59\,E'}=\frac{57\,\lambda\;B\cos^2 d}{59\,\lambda'\,B'\cos^2 d'}$$

of, wanneer wij de waarden van λ en λ' invoeren:

$$\frac{57\,E}{59\,E'}=\frac{57\,M\,R^3\,m\,a''^3\cos^2 d\,B}{59\,m\,a'^3\,Z\,R^3\cos^2 d'\,B'}$$
$$=\frac{57\,M\,a''^3\cos^2 d\,B}{59\,Z\,a'^3\cos^2 d'\,B'}.$$

Dewijl de sinussen van het horizontaal verschilzigt van de zon en dat van de maan zich omgekeerd verhouden, als de afstanden dier hemellichten van de aarde, zoo komt, wanneer wij het horizontaal verschilzigt van de zon p, dat van de maan P, en de gemiddelde waarden dier grootheden p_0 en P_0 noemen:

$$\frac{a''}{a'}=\frac{\sin P}{\sin p}=\frac{\sin P_0}{\sin p_0}\cdot\frac{\sin p}{\sin P_0}\cdot\frac{\sin p_0}{\sin p}.$$

Nemen wij K voor de gemiddelde waarde van $\frac{57\,E}{59\,E'}$, welke waarde blijkbaar overeenkomt met P_0, p_0, $d=0$ en $d'=0$, dan hebben wij:

$$K=\frac{57\,B\,M}{59\,B'\,Z}\left(\frac{\sin P_0}{\sin p_0}\right)^3.$$

Volgens LAPLACE (*) is $\frac{M}{Z}\left(\frac{\sin P_0}{\sin p_0}\right)^3$ ongeveer gelijk 3, terwijl hij $\frac{B}{B'}=1$ stelt. De laatste gelijkstelling drukt uit, dat de hoogte van den maansvloed van een halven dag, betrekkelijk even veel door plaatselijke omstandigheden, zoowel door die, welke nabij, als door die, welke veraf zijn, gewijzigd wordt als de hoogte van den zonsvloed van een halven dag, welke vooronderstelling, indien zij al niet volkomen juist is, toch zeer nabij de waarheid komt. Hierdoor wordt

$$K=\frac{57\sin^3 P_0}{59\sin^3 p_0}\cdot\frac{M}{Z}=\frac{57}{59}\times 3=2{,}898$$

(*) Mécanique céleste.

en vervolgens

$$(\text{XIII}) \quad \ldots \quad \frac{57\,E}{59\,E'} = K \left\{ \frac{\sin P}{\sin P_0} \cdot \frac{\sin p_0}{\sin p} \right\}^3 \frac{\cos^2 d}{\cos^2 d'} .$$

Stelt men de massa van de aarde = 1, die van de zon = 354936, die van de maan = 0,01439, het gemiddelde horizontaal verschilzigt van de zon = 8″,5776, en dat van de maan = 57′0″,9 dan vindt men:

$$K = 2{,}4846$$

welke waarde voor de berekening van Tafel XXXIII is gebezigd.

Volgens de berekening van LUBBOCK, uit de waarneming der getijden in de London-docks, is $K = 2{,}643$. Met dit getal zijn de meer naauwkeurige Tafels C en D berekend, die op bladz. 424 en 425 van dit hoofdstuk voorkomen.

In plaats van het horizontaal verschilzigt, kan men ook de halve middellijnen van de zon en de maan invoeren. Zij namelijk

D de halve middellijn van de maan, D_0 de gemiddelde = 15′30″
D' „ „ „ „ „ zon, D'_0 „ „ = 16′ 2″

dan is

$$(\text{XIV}) \quad \ldots\ldots \quad \frac{57\,E}{59\,E'} = K \left\{ \frac{D}{D_0} \cdot \frac{D'_0}{D'} \right\}^3 \frac{\cos^2 d}{\cos^2 d'} .$$

De verandering van de halve middellijn der zon, in den loop van een jaar, is kleiner dan die van de maan in een tijdvak van eene maand, zoodat het quotient $\frac{D'_0}{D'}$ gewoonlijk gelijk de eenheid wordt gesteld. Ten einde die verandering echter in rekening te brengen, schrijft LAPLACE de uitdrukking tusschen de haakjes aldus:

$$\frac{D}{D_0} \cdot \frac{D'_0}{D'} = \frac{D + D'_0 - D'}{D_0} + \frac{D - D'}{D_0} \cdot \frac{D' - D'_0}{D'}$$

en verwaarloost vervolgens den tweeden term van het tweede lid dier uitdrukking, dewijl hij zeer klein is. Hierdoor komt:

$$(\text{XV}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad \frac{D}{D_0} \cdot \frac{D'_0}{D'} = \frac{D + D'_0 - D'}{D_0}$$

waarin nu $D'_0 - D'$ de verbetering is, die op de halve middellijn van de maan moet worden toegepast. Zij is des zomers positief, doch des winters negatief, dewijl D' in het eerste geval kleiner, in het laatste grooter is dan D'_0. Het volgende tafeltje moge dienen, om de bedoelde verbetering voor een gegeven datum te kunnen opzoeken.

A. Eerste verbetering van de halve middellijn der maan.

	$D'_0 - D'$	
1 Januarij	— 16″	21 December
1 Februarij	14	1 „
11 „	12	21 November
21 „	10	11 „
1 Maart	8	1 „
21 „	— 3	15 October
1 April	0	6 „
11 „	+ 3	21 September
1 Mei	8	1 „
11 „	10	24 Augustus
21 „	12	15 „
1 Junij	14	1 „
2 Julij	+ 16	11 Julij

De factor $\frac{\cos^2 d}{\cos^2 d'}$ wordt gewoonlijk ook gelijk aan de eenheid gesteld. De invloed van de fout, die men daardoor begaat, is echter grooter dan die van de fout, welke voortvloeit uit het verwaarloozen der veranderlijke waarde van de halve middellijn der zon. Wenscht men dien factor in rekening te brengen, dan kan zulks geschieden onder den vorm eener verbetering van de halve middellijn der maan, welke tweede verbetering op de volgende wijze gevonden wordt. Zij

$$\frac{\cos^2 d}{\cos^2 d'} = x^2$$

dan is

$$\left(\frac{D}{D_0}\right)^3 \frac{\cos^2 d}{\cos^2 d'} = \left(\frac{D}{D_0}\right)^3 x^2 = \left(\frac{D - (1 - x^{2/3})\,D}{D_0}\right)^3$$

en de tweede verbetering, die alzoo op D moet worden toegepast, zal zijn:

$$\text{(XVI)} \quad . \; . \; . \; . \quad -D(1 - x^{2/3}) = -D\left(1 - \sqrt[3]{\frac{\cos^2 d}{\cos^2 d'}}\right).$$

Nemen wij voor D eene gemiddelde waarde aan van 930″, dan kunnen wij daarmede het volgende tafeltje zamenstellen, waarin de bedoelde verbetering kan worden opgezocht. De linker kolom daarvan bevat de declinatie van de zon; de hoofden der kolommen bevatten die van de maan. Op de benaming der declinatiën behoeft niet te worden gelet.

B. Tweede verbetering van de halve middellijn der maan.

☉ declin.	☾ declinatie.						
	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°
0°	0″	− 3″	− 9″	− 21″	− 38″	− 59″	− 85″
5	+ 3	0	− 7	− 19	− 35	− 57	− 83
10	+ 9	+ 7	0	− 12	− 29	− 50	− 76
15	+ 22	+ 19	+ 12	0	− 17	− 39	− 65
20	+ 39	+ 37	+ 30	+ 17	0	− 22	− 48
25	+ 63	+ 60	+ 58	+ 38	+ 28	0	− 28

Zooals men zal opmerken, is de tweede verbetering over het algemeen grooter dan de eerste. Noemen wij nu de verbeterde halve middellijn van de maan D_1, dan is ten slotte

$$\text{(XVII)} \quad \ldots\ldots \quad \frac{57\,E}{59\,E'} = K\left(\frac{D_1}{D_0}\right)^3.$$

In de tweede plaats verdient de teller van formule (X) onze aandacht. Zooals men zich zal herinneren, moet het getij voor eene bepaalde plaats en op een bepaalden dag worden toegeschreven aan oorzaken, die reeds eenigen tijd vroeger hebben gewerkt. Dat getij komt dus niet overeen met den stand, dien zon en maan op het oogenblik van hoog-water hebben, maar met een stand, dien zij innamen zooveel tijds vroeger, als door het aantal uren, dat $(\beta' - \beta)$ bevat, wordt aangewezen.

Voorts merken wij op dat de grootheid χ, die in formule (X) voorkomt, het verschil is van de regte-opklimmingen van zon en maan op het oogenblik van hoog-water. Is nu χ_0 het verschil dier grootheden, op het oogenblik van den doorgang der maan, dan komt, wanneer wij den doorgang T in waren tijd uitdrukken,

$$\chi_0 = T$$

en vervolgens met toereikende juistheid

$$\chi = \chi_0 + \frac{2}{57}P = T + \frac{2}{57}P.$$

Substitueren wij hierin de waarde van P uit formule (XI), met verwaarloozing van den term $(\varphi - \varphi')$, dan komt

$$\chi = T + \frac{2}{59}H$$

en dus

$$\chi - (\beta' - \beta) = T + \frac{2}{59}H - (\beta' - \beta).$$

Voor eene bepaalde plaats op aarde zijn H en $(\beta' - \beta)$ standvastig. Stellen wij dus

$$(\beta' - \beta) - \frac{2}{59} H = c$$

dan gaat formule (X) over in deze:

$$\text{(XVIII)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{tang } 2\varphi = - \frac{\sin 2\,(T - c)}{\frac{57}{59}\frac{E}{E'} + \cos 2\,(T - c)}$$

en voorts, wanneer op den dag van nieuwe maan T juist nul is en $\frac{57}{59}\frac{E}{E'}$ eene gemiddelde waarde heeft, of liever, gehad heeft, die wij door K hebben aangeduid:

$$\text{tang } 2\varphi' = + \frac{\sin 2c}{K + \cos 2c}.$$

De waarde van c, die alleen voor eene bepaalde plaats geldt, moet door langdurige waarnemingen op die plaats worden bepaald. Voor de praktijk begaat men geene fout, wanneer men in de uitdrukking voor c, $\frac{2}{59}\ H$ verwaarloost.

Blijkens formule (IX) is

$$\beta = \frac{57}{2}(\beta' - \beta)$$

en dus in zonne-uren uitgedrukt

$$\frac{59}{57}\frac{\beta}{15} = \frac{59}{30}(\beta' - \beta).$$

Dit getal wijst nu de vertraging aan van het getij in uren, ten gevolge van de wijzigende omstandigheden van kusten, ondiepten, enz. Door langdurige waarnemingen heeft men gevonden, dat de bedoelde vertraging bedraagt: voor de havens op de West-kust van Frankrijk omstreeks 41^u, te Brest $36^u,2$, te Plymouth 60^u, te Portsmouth 49^u, bij de London-brug $59^u,1$, te Liverpool 37^u. Op onze kusten bedraagt de vertraging minstens 72^u, doch meer Noordelijk, op de kusten van Holstein, Sleeswijk en Jutland, bedraagt zij omstreeks 37^u.

Stellen wij $(\beta' - \beta) = 20^\circ$, 30° en 40°, hetgeen met eene vertraging overeenstemt van $39\frac{1}{3}^u$, 59^u en $78\frac{2}{3}^u$, dan kunnen wij, naar aanleiding van het opgemerkte, de overeenkomstige waarden berekenen van φ en φ', en het verschil dier grootheden in eene tafel vereenigen. Wij hebben dan:

$$\text{tang } 2\varphi = -\frac{\sin 2(\chi - 20^\circ)}{2{,}5\left(\frac{D_1}{D_0}\right)^3 + \cos 2(\chi - 20^\circ)}$$

$$\text{tang } 2\varphi' = +\frac{\sin 40^\circ}{2{,}5 + \cos 40^\circ} \;\ldots\; \varphi' = 21' \text{ in tijd}$$

en het getal in Tafel XXXIII $= \frac{59}{57}(\varphi - \varphi')$ in tijd.

Voor de andere vertragingen gaan de formulen over in deze:

$$\text{tang } 2\varphi = -\frac{\sin 2(\chi - 30^\circ)}{2{,}643\left(\frac{D_1}{D_0}\right)^3 + \cos 2(\chi - 30^\circ)} \quad \text{of} \quad = -\frac{\sin 2(\chi - 40^\circ)}{2{,}643 + \cos 2(\chi - 40^\circ)}$$

$$\text{tang } 2\varphi' = +\frac{\sin 60^\circ}{2{,}643 + \cos 60^\circ} \quad \text{of} \quad = +\frac{\sin 80^\circ}{2{,}643 + \cos 80^\circ}$$

en daaruit

$$\varphi' = 30',8 \quad \text{of} \quad = 38',5.$$

De waarde van $\frac{59}{57}(\varphi - \varphi')$ is voor de beide andere vertragingen in de Tafels C en D, zie bladz. 424 en 425 opgenomen.

Voorbeeld. Berekening van Tafel C.

Men vraagt den term van Tafel C, als de doorgangstijd der maan 0^u en hare halve middellijn 16′30″ bedraagt.

De bewerking komt aldus te staan.

$\beta' - \beta = 2^u$, $\chi = 0^u$, $D_1 = 16'30''$, $D = 15'30''$.

$D_1 = 16'30'' = 990''$ log $= 2{,}995635$ 3 log $= 8{,}986905$

$D_0 = 15'30'' = 930''$ C. log $= 7{,}031517$ 3C.log $= 1{,}094551 - 10$

2,643 log $= \ldots\ldots\ldots$ 0,422097

log getal $= 0{,}503553$

getal $= 3{,}188$.

getal $= 3{,}188$

$2(\chi - (\beta' - \beta)) = -4^u$ . . nat cos $= 0{,}500$ . . log sin $= 9{,}937531$ (—)

3,688 . . C. log $= 9{,}433209$

tang $2\varphi = 9{,}370740$ (+)

$2\varphi = 0^u52'52''$

$\varphi = +0^u26'26''$

getal $= 2{,}643$

$2(\beta - \beta) = 4^u$ . . cos $= 0{,}500$ . . log sin $= 9{,}937531$

3,143 . . C. log $= 9{,}502656$

tang $2\varphi' = 9{,}440187$

$2\varphi' = 1^u\ 1'38''$

$\varphi' = 0^u30'49''$.

$\varphi = +0^u26'26''$

$\varphi' = +0^u30'49''$

$\varphi - \varphi' = -\ 4'23''$

$\frac{59}{57}(\varphi - \varphi') = -\ 4',5$

zooals in Tafel C naast 0^u doorgang, in de kolom met 16′30″ aan het hoofd, staat opgegeven.

C. Verbetering $\frac{59}{57}$ $(\varphi - \varphi')$ voor $(\beta' - \beta) = 30°$.

☾ doorg. in waren tijd.	Maans halve middellijn.									☾ doorg. in waren tijd.
	16′30″	16′15″	16′0″	15′45″	15′30″	15′15″	15′0″	14′45″	14′30″	
0ᵘ 0′	−0ᵘ 4′,6	−0ᵘ 3′,4	−0ᵘ 2′,4	−0ᵘ 1′,2	−0ᵘ 0′,0	+0ᵘ 1′,2	+0ᵘ 2′,6	+0ᵘ 3′,9	+0ᵘ 5′,4	12ᵘ 0′
20	−0 8,5	−0 7,7	−0 6,7	−0 5,7	−0 4,7	−0 3,7	−0 2,6	−0 1,5	−0 0,3	20
40	−0 12,7	−0 12,1	−0 11,4	−0 10,6	−0 9,8	−0 9,0	−0 8,1	−0 7,2	−0 6,3	40
1 0	−0 17,4	−0 16,9	−0 16,2	−0 15,7	−0 15,1	−0 14,5	−0 13,9	−0 13,1	−0 12,5	13 0
20	−0 22,1	−0 21,7	−0 21,3	−0 21,0	−0 20,6	−0 20,2	−0 19,8	−0 19,4	−0 18,8	20
40	−0 27,0	−0 26,8	−0 26,6	−0 26,4	−0 26,2	−0 26,0	−0 25,8	−0 25,6	−0 25,4	40
2 0	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	14 0
30	−0 39,7	−0 39,5	−0 39,8	−0 40,1	−0 40,4	−0 40,7	−0 41,0	−0 41,3	−0 41,6	30
3 0	−0 46,5	−0 47,0	−0 47,5	−0 48,1	−0 48,7	−0 49,3	−0 49,9	−0 50,6	−0 51,2	15 0
30	−0 53,1	−0 54,0	−0 54,8	−0 55,6	−0 56,5	−0 57,4	−0 58,4	−0 59,4	−1 0,4	30
4 0	−0 59,3	−1 0,3	−1 1,4	−1 2,6	−1 3,8	−1 5,1	−1 6,4	−1 7,7	−1 9,1	16 0
30	−1 4,2	−1 5,5	−1 6,9	−1 8,4	−1 10,0	−1 11,5	−1 13,2	−1 15,0	−1 16,8	30
5 0	−1 7,9	−1 9,6	−1 11,2	−1 13,0	−1 14,8	−1 16,7	−1 18,8	−1 20,9	−1 23,2	17 0
20	−1 9,4	−1 11,1	−1 13,0	−1 14,8	−1 16,9	−1 19,1	−1 21,3	−1 23,8	−1 26,4	20
40	−1 9,8	−1 11,6	−1 13,6	−1 15,7	−1 17,8	−1 20,2	−1 22,8	−1 25,5	−1 28,4	40
6 0	−1 8,8	−1 10,8	−1 12,9	−1 15,0	−1 17,4	−1 20,0	−1 22,7	−1 25,6	−1 28,8	18 0
20	−1 6,5	−1 8,5	−1 10,6	−1 12,9	−1 15,2	−1 17,9	−1 20,8	−1 23,8	−1 27,2	20
40	−1 2,6	−1 4,5	−1 6,5	−1 8,6	−1 11,1	−1 13,6	−1 16,5	−1 19,6	−1 23,0	40
7 0	−0 57,1	−0 58,7	−1 0,4	−1 2,3	−1 4,5	−1 6,8	−1 9,4	−1 12,2	−1 15 4	19 0
20	−0 49,8	−0 51,0	−0 52,4	−0 53,7	−0 55,4	−0 57,2	−0 59,3	−1 1,6	−1 4,2	20
40	−0 41,2	−0 41,8	−0 42,5	−0 43,4	−0 44,3	−0 45,3	−0 46,4	−0 47,8	−0 49,8	40
8 0	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	−0 31,9	20 0
20	−0 22,6	−0 21,9	−0 21,2	−0 20,4	−0 19,5	−0 18,5	−0 17,4	−0 16,0	−0 14,6	20
40	−0 14,0	−0 12,8	−0 11,5	−0 10,0	−0 8,4	−0 6,6	−0 4,6	−0 2,2	+0 0,4	40
9 0	−0 6,7	−0 5,2	−0 3,4	−0 1,4	+0 0,6	+0 3,0	+0 5,6	+0 8,5	+0 11,7	21 0
20	−0 1,1	+0 0,7	+0 2,7	+0 4,9	+0 7,2	+0 9,8	+0 12,7	+0 15,8	+0 19,2	20
40	+0 2,8	+0 4,8	+0 6,8	+0 9,1	+0 11,5	+0 14,1	+0 17,0	+0 20,1	+0 28,4	40
10 0	+0 5,1	+0 7,0	+0 9,1	+0 11,8	+0 13,7	+0 16,2	+0 18,9	+0 21,8	+0 25,0	22 0
20	+0 5,9	+0 7,8	+0 9,7	+0 11,9	+0 14,1	+0 16,5	+0 19,0	+0 21,7	+0 24,5	20
40	+0 5,6	+0 7,3	+0 9,2	+0 11,1	+0 18,1	+0 15,8	+0 17,6	+0 20,0	+0 22,6	40
11 0	+0 4,2	+0 5,7	+0 7,5	+0 9,1	+0 11,0	+0 12,9	+0 15,0	+0 17,2	+0 19,5	23 0
20	+0 1,9	+0 8,8	+0 4,8	+0 6,3	+0 8,0	+0 9,7	+0 11,5	+0 18,4	+0 15,4	20
40	−0 1,0	+0 0,2	+0 1,6	+0 2,9	+0 4,3	+0 5,8	+0 7,4	+0 8,9	+0 10,7	40

D. Verbetering $\frac{59}{57}$ $(\varphi - \varphi')$ voor $(\beta' - \beta) = 40°$.

☾ doorg. in waren tijd.	Maans halve middellijn.									☾ doorg. in waren tijd.
	16′30″	16′15″	16′0″	15′45″	15′30″	15′15″	15′0″	14′45″	14′30″	
0ᵘ 0′	−0ᵘ 6′,1	−0ᵘ 4′,7	−0ᵘ 3′,2	−0ᵘ 1′,7	+0ᵘ 0′,0	+0ᵘ 1′,7	+0ᵘ 3′,5	+0ᵘ 5′,4	+0ᵘ 7′,3	12ᵘ 0′
20	−0 9,0	−0 7,8	−0 6,5	−0 5,2	−0 3,7	−0 2,2	−0 0,6	+0 0,9	+0 2,7	20
40	−0 12,5	−0 11,5	−0 10,4	−0 9,2	−0 8,0	−0 6,7	−0 5,4	−0 4,0	−0 2,6	40
1 0	−0 16,4	−0 15,6	−0 14,7	−0 13,8	−0 12,7	−0 11,7	−0 10,6	−0 9,4	−0 8,3	13 0
20	−0 20,8	−0 20,1	−0 19,3	−0 18,6	−0 17,8	−0 17,0	−0 16,0	−0 15,2	−0 14,3	20
40	−0 25,4	−0 24,8	−0 24,2	−0 23,7	−0 23,1	−0 22,5	−0 21,8	−0 21,2	−0 20,5	40
2 0	−0 30,1	−0 29,7	−0 29,4	−0 29,0	−0 28,6	−0 28,2	−0 27,7	−0 27,8	−0 26,9	14 0
20	−0 35,0	−0 34,8	−0 34,6	−0 34,4	−0 34,2	−0 33,9	−0 33,7	−0 33,5	−0 33,3	20
40	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	40
3 0	−0 44,8	−0 45,0	−0 45,1	−0 45,3	−0 45,5	−0 45,7	−0 46,0	−0 46,2	−0 46,4	15 0
30	−0 52,0	−0 52,4	−0 52,9	−0 53,4	−0 53,9	−0 54,4	−0 55,0	−0 55,5	−0 56,1	30
4 0	−0 59,0	−0 59,7	−1 0,4	−1 1,2	−1 2,0	−1 2,8	−1 3,6	−1 4,6	−1 5,5	16 0
30	−1 5,2	−1 6,2	−1 7,3	−1 8,3	−1 9,4	−1 10,6	−1 11,8	−1 13,0	−1 14,3	30
5 0	−1 10,8	−1 12,0	−1 13,3	−1 14,6	−1 16,1	−1 17,5	−1 19,1	−1 20,7	−1 22,4	17 0
30	−1 14,8	−1 16,3	−1 17,9	−1 19,5	−1 21,3	−1 23,2	−1 25,1	−1 27,1	−1 29,2	30
6 0	−1 17,3	−1 19,1	−1 20,9	−1 22,8	−1 24,9	−1 27,1	−1 29,4	−1 31,8	−1 34,4	18 0
20	−1 17,7	−1 19,6	−1 21,5	−1 23,6	−1 25,9	−1 28,3	−1 30,8	−1 33,5	−1 36,4	20
40	−1 16,8	−1 18,8	−1 20,8	−1 23,0	−1 25,4	−1 28,0	−1 30,7	−1 33,7	−1 36,8	40
7 0	−1 14,5	−1 16,5	−1 18,6	−1 20,9	−1 23,2	−1 25,9	−1 28,8	−1 31,8	−1 35,2	19 0
20	−1 10,7	−1 12,5	−1 14,5	−1 16,7	−1 19,0	−1 21,6	−1 24,5	−1 27,6	−1 31,0	20
40	−1 5,0	−1 6,6	−1 8,4	−1 10,3	−1 12,5	−1 14,7	−1 17,3	−1 20,2	−1 23,5	40
8 0	−0 57,8	−0 59,0	−1 0,3	−1 1,8	−1 3,5	−1 5,2	−1 7,3	−1 9,6	−1 12,1	20 0
20	−0 49,2	−0 49,9	−0 50,5	−0 51,3	−0 52,3	−0 53,3	−0 54,4	−0 55,7	−0 57,2	20
40	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	−0 39,9	40
9 0	−0 30,5	−0 29,9	−0 29,2	−0 28,5	−0 27,5	−0 26,5	−0 25,4	−0 24,0	−0 22,6	21 0
20	−0 22,0	−0 20,8	−0 19,5	−0 18,0	−0 16,3	−0 14,6	−0 12,5	−0 10,2	−0 7,6	20
40	−0 14,7	−0 13,1	−0 11,4	−0 9,4	−0 7,3	−0 4,9	−0 2,4	+0 0,5	+0 3,7	40
10 0	−0 9,1	−0 7,3	−0 5,3	−0 3,1	−0 0,7	+0 1,9	+0 4,7	+0 7,8	+0 11,2	22 0
20	−0 5,2	−0 3,2	−0 1,1	+0 1,0	+0 3,5	+0 6,1	+0 9,0	+0 12,1	+0 15,4	20
40	−0 2,9	−0 0,9	+0 1,1	+0 3,3	+0 5,7	+0 8,2	+0 11,0	+0 13,9	+0 17,0	40
11 0	−0 2,1	−0 0,2	+0 1,8	+0 3,8	+0 6,1	+0 8,5	+0 11,0	+0 13,7	+0 16,6	23 0
20	−0 2,5	−0 0,7	+0 1,1	+0 3,1	+0 5,0	+0 7,8	+0 9,6	+0 12,0	+0 14,6	20
40	−0 3,8	−0 2,3	−0 0,5	+0 1,1	+0 3,0	+0 5,0	+0 7,0	+0 9,2	+0 11,5	40

Om in de praktijk van de bedoelde Tafels gebruik te maken, onderzoekt men eerst hoeveel de vertraging bedraagt op de plaats, waarvoor de tijd van hoog-water gevraagd wordt, en kiest naar aanleiding daarvan Tafel XXXIII, Tafel C of Tafel D.

Vervolgens zoekt men de declinatiën van zon en maan, benevens de halve middellijn van de maan, in den almanak, voor zooveel uren vroeger, als door de genoemde vertraging wordt aangewezen, en verbetert die halve middellijn met behulp van de Tafels A en B.

Met de aldus verbeterde halve middellijn en den doorgangstijd der maan, in waren tijd uitgedrukt, zoekt men ten slotte den overeenkomstigen term der gekozen Tafel.

Voorbeeld. Men vraagt het oogenblik van hoog-water te London, den 27[sten] Julij 18 . .

De gegevens zijn:

Havengetal = $2^u0'$ (Tafel XXXIV)

27 Julij ☾ doorgang = $3^u36',6$
„ Tijdvereff. = $6',2$ (aftrekken van middelb. tijd)
59^u vroeger ☾ ½ midd. = 15′4″
„ ☉ declin. = 19°30′
„ ☾ declin. = 7°30′

☾ ½ midd. =	15′ 4″
Tafel A, bladz. 420 =	+ 15″
„ B „ 421 =	+ 32″
Verb. ☾ ½ midd. =	15′51″

☾ doorg. =	$3^u36',6$
Tijdvereff. =	$6',2$
Ware tijd ☾ doorg. =	$3^u30',4$.

Tafel C, bladz. 424 geeft voor $3^u30',4$ en 15′51″ . . $\varphi - \varphi' = -0^u55',3$

27 Julij ☾ doorg. =	$3^u36',6$
Havengetal =	$2^u\ 0'$
Som =	$5^u36',6$
$\varphi - \varphi'$ =	$0^u55',3$ (—)
27 Julij tijd van hoog-water =	$4^u41',3$ des namiddags.

Om het morgengetij op dien datum te vinden, kan men volstaan met een halven maansdag van het gevonden oogenblik af te trekken. Daartoe hebben wij:

27 Julij doorgang te	$3^u36',6$
26 „ „ „	$2^u54',0$
Verschil =	$42',6$
Halve maansdag =	$12^u21',3$
26 Julij tijd van hoog-water =	$28^u41',3$
„ „ „ „ =	$16^u20',0$
27 „ „ „ „ =	$4^u20',0$ des morgens.

Voorbeeld. Men vraagt als boven, den 10[den] Mei 18 . , te Brest. De gegevens zijn:

Havengetal = $3^u36'$
10 Mei verb. ☾ doorg. = $3^u51',9$
„ Tijdvereff. = $3',8$ (bijtellen)
36^u vroeger ☾ ½ midd. = $15'15''$
„ „ ⊙ declin. = $17°30'$
„ „ ☾ „ = $20°\ 0'$

☾ ½ midd. = $15'15''$	☾ doorg. = $3^u51',9$
Tafel A, bladz. 420 = + $9''$	Tijdvereff. = $3',8$
„ B „ 421 = — $8''$	Ware tijd ☾ doorg. = $3^u55',7$
Verb. ☾ ½ midd. = $15'16''$	

Tafel XXXIII geeft voor $3^u56'$ en $15'16''$ . . $\varphi - \varphi' = -1^u2'$

10 Mei ☾ doorg. = $3^u51',9$
Havengetal = $3^u36'$
Som = $7^u27',9$
$\varphi - \varphi' = 1^u\ 2'$
10 Mei tijd van hoog-water = $6^u25',9$ des avonds.

Voorbeeld. Men vraagt, den 20sten Januarij 18 . . burgerlijken tijd, den tijd van hoog-water voor het Nieuwediep. Het havengetal van die plaats is 7^u.

Dewijl de tijd van doorgang der maan op dien datum grooter is dan 12^u, zoo zal de som van dien tijd en het havengetal overeenkomen met een tijdstip in den ochtend van den 21sten. Wij nemen dus den tijd van doorgang op den vorigen dag, terwijl wij de declinatiën van zon en maan, benevens de halve middellijn van de maan voor den 17^{den} zoeken, dewijl het getij voor het Nieuwediep ongeveer 3 dagen vertraagt. Aldus komt:

19 Jan. verbeterde ☾ doorg. voor de Lengte = $17^u59'$
„ Tijdvereff. = $11'\ 6$ (aftrekken)
17 „ ⊙ declin. = $20°40'$
„ „ ☾ „ = $2°23'$
„ „ ☾ ½ midd. = $14'47''$

☾ ½ midd. = $14'47''$	☾ doorg. = $17^u59'$
Tafel A, bladz. 420 = — $15''$	Tijdvereff. = $11'$
„ B „ 421 = + $43''$	Ware tijd ☾ doorg. = $17^u48'$.
Verb. ☾ ½ midd. = $15'15''$	

Tafel D, bladz. 425 geeft voor $17^u48'$ en $15'15''$ . . $(\varphi - \varphi') = -1^u26$

19 Jan. ☾ doorg. = $17^u59'$
Havengetal = 7^u
Som = $24^u59'$
$\varphi - \varphi' = 1^u26'$ -
19 Jan. tijd van hoog-water = $23^u33'$
20 „ „ „ = $11^u33'$ des voormiddags
½ maansdag = $12^u23'$
20 Jan. tijd van hoog-water = $11^u56'$ des avonds.

E. Waarde van $\frac{59}{57}\varphi$ voor $(\beta'-\beta) = 30°$ en $40°$ (Form. X).

☾ doorg. in waren tijd.	$(\beta'-\beta)=30°$. Maans halve middellijn.					$(\beta'-\beta)=40°$. Maans halve middellijn.				
	16′30″	16′0″	15′30″	15′0″	14′30″	16′30″	16′0″	15′30″	15′0″	14′30″
0ᵘ 0′	+ 27′	+ 30′	+ 32′	+ 35′	+ 37′	+ 34′	+ 37′	+ 40′	+ 42′	+ 47′
20	23	25	27	29	32	31	33	36	39	43
40	19	21	22	24	26	27	30	32	35	37
1 0	15	16	17	18	19	23	25	27	29	32
20	10	11	11	12	13	19	21	22	24	26
40	+ 5	+ 5	+ 6	+ 6	+ 7	15	16	17	18	19
2 0	0	0	0	0	0	10	11	11	12	13
20	— 5	— 5	— 6	— 6	7	+ 5	+ 5	+ 6	+ 6	+ 7
40	10	11	11	12	13	0	0	0	0	0
3 0	15	16	17	18	19	— 5	— 5	— 6	— 6	— 7
20	19	21	22	24	26	10	11	11	12	13
40	23	25	27	29	32	15	16	17	18	19
4 0	27	30	32	35	37	19	21	22	24	26
20	31	33	36	39	43	23	25	27	29	32
40	34	37	40	43	47	27	30	32	35	37
5 0	36	39	43	47	51	31	33	36	39	43
20	38	41	45	50	55	34	37	40	43	47
40	38	42	46	51	57	36	39	43	47	51
6 0	37	41	46	51	57	37	41	45	50	55
20	35	39	43	49	55	38	42	46	51	57
40	31	35	39	45	51	37	41	46	51	57
7 0	25	29	33	38	44	35	39	43	49	55
20	18	20	24	28	32	31	35	39	45	51
40	— 9	— 11	— 12	— 14	— 17	25	29	33	38	44
8 0	0	0	0	0	0	18	20	24	28	32
20	+ 9	+ 11	+ 12	+ 14	+ 17	— 9	— 11	— 12	— 14	— 17
40	18	20	24	28	32	0	0	0	0	0
9 0	25	29	33	38	44	+ 9	+ 11	+ 12	+ 14	+ 17
20	31	35	39	45	51	18	20	24	28	32
40	35	39	43	49	55	25	29	33	38	44
10 0	37	41	46	51	57	31	35	39	45	51
20	38	42	46.	51	57	35	39	43	49	55
40	38	41	45	50	55	37	41	46	51	57
11 0	36	39	43	47	51	38	42	46	51	57
20	34	37	40	43	47	37	41	45	50	55
40	31	33	36	39	43	36	39	43	47	51
12 0	+ 27	+ 30	+ 32	+ 35	+ 37	+ 34	+ 37	+ 40	+ 43	+ 47

b. BEPALING VAN HET HAVENGETAL EN VAN $(\beta' - \beta)$.

Beschouwen wij thans de wijze, waarop het havengetal en ook de waarde van $(\beta' - \beta)$ uit waarnemingen kunnen worden afgeleid.

Volgens formule (XII) is

$$T' - T - \frac{59}{57}\varphi = H - \frac{59}{57}\varphi'.$$

Al dadelijk merken wij op, dat deze uitdrukking eene standvastige waarde moet hebben, dewijl φ' alleen met K een weinig verandert en dus nagenoeg standvastig is. Neemt men bijgevolg dagelijks het oogenblik van hoog-water waar, en vergelijkt men dit met het oogenblik van den bovensten of den benedensten doorgang der maan door den meridiaan, die onmiddellijk is voorafgegaan, terwijl men met verschillende waarden van $(\beta' - \beta)$ en met die van χ op het oogenblik der waarneming de overeenkomstige waarden van φ, volgens formule (X) berekent, dan overtuigt men zich ligtelijk, welke waarde van $(\beta' - \beta)$ aan de vergelijkingen voldoet, d. i. door welke men voor

$$H - \frac{59}{57}\varphi'$$

een standvastig getal vindt.

Stellen wij nu dat die waarnemingen b. v. eene maand omvatten, en zoodanig zijn gekozen, dat men 30 tijdstippen vóór en 30 na den middag heeft waargenomen, dan zal men de kolommen eener tabel op de volgende wijze kunnen invullen:

1°. Men schrijve in de eerste kolom aan de linkerhand de datums.

2°. In de tweede kolom plaatse men naast elken datum, het waargenomen oogenblik van hoog-water, in uren en minuten middelbaren tijd.

3°. In de derde kolom schrijve men de tijden van den bovensten en den benedensten doorgang der maan door den meridiaan, welke aan de nevensstaande tijdstippen van hoog-water onmiddellijk zijn vooraf gegaan.

4°. Het verschil tusschen de genoemde grootheden worde in de vierde en het gemiddelde verschil in de vijfde kolom opgeteekend.

5°. In de zesde kolom schrijve men den gemiddelden tijd van doorgang der maan, in waren tijd uitgedrukt, en geteld van 0^u tot 12^u.

6°. De declinatie van de maan en de zon, voor het oogenblik van den gemiddelden doorgang der maan, teekene men op in de zevende en de achtste kolom.

7°. In de negende kolom plaatse men de halve middellijn der maan, voor het tijdstip van den gemiddelden doorgang, en daarnaast in de tiende kolom die halve middellijn, verbeterd voor Tafel A en B, bladz. 420 en 421.

Door het gemiddelde te nemen van de verschillen tusschen de tijden

van hoog-water en die van den doorgang op denzelfden dag, elimineert men den invloed van den dagelijkschen zons- en maansvloed. Om ook den invloed van den tweedaagschen zonsvloed te ontgaan, rangschikke men de gemiddelde doorgangstijden en de gemiddelde verschillen, ten getale van 15, van nieuwe tot volle maan, naast 15 gemiddelden van volle tot nieuwe maan, in vijf groepen, aldus:

Van nieuwe tot volle maan.		Van volle tot nieuwe maan	
Gemidd. doorg.	Gemidd. verschil.	Gemidd. doorg.	Gemidd. verschil.
a_1	t_1	a_4	t_4
a_2	t_2	a_5	t_5
a_3	t_3	a_6	t_6.

Door hiervan andermaal het gemiddelde te nemen, heeft men:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6}{6} \quad \text{en} \quad \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6}{6}$$

of, bij verkorting

$$A_1 \text{ en } T_1.$$

De grootheden a_1 en a_4, a_2 en a_5, a_3 en a_6 zullen en moeten weinig van elkander verschillen. Dit moet ook het geval zijn met t_1 en t_4, t_2 en t_5 enz., behoudens de waarnemingsfouten, waarmede de gemiddelde verschillen t_1 enz. kunnen zijn aangedaan.

Op deze wijze voortgaande, verkrijgt men gedurende een maansomloop de volgende vijf resultaten:

A_1	en	T_1
A_2	„	T_2
A_3	„	T_3
A_4	„	T_4
A_5	„	T_5

waarin de AA geregeld zullen opklimmen, van 1^u tot omstreeks 11^u. De TT zullen volgens zekere wet af- en toenemen, welke wet wij ons voorstellen te bepalen. Hiertoe neme men voor $(\beta' - \beta)$, form (X), zekere waarde aan, b. v. van 30°, of wat hetzelfde is, men vooronderstelle dat de vloed 59 uren verlaat zij, en zoeke in Tafel E, bladz. 428 de waarden van $\frac{59}{57}\varphi$, die overeenkomen met de doorgangstijden A_1, A_2 enz. voor de daarbij behoorende gemiddelde halve middellijn der maan. De aldus gevonden correctiën worden met het omgekeerde teeken op TT toegepast.

Omtrent de halve middellijn, die men tot het opzoeken bezigt, valt op te merken, dat men voor haar moet nemen het gemiddelde van de zes opgaven uit de 10e kolom, die telkens 2½ dag vroeger voorkomen dan de tijdstippen tt, dewijl de vloed, blijkens de vooronderstelling, 59 uren oud is en dus zijn ontstaan te danken heeft aan eene werking, die 2,5 dag vroeger bestond.

Was nu alles volmaakt goed, dan moesten de verbeterde waarden TT aan elkander gelijk zijn. Dewijl dit echter nimmer plaats heeft, zoo neme men het gemiddelde dier waarden en vergelijke elk der resultaten met dat middental, ten einde de middelbare fout op te maken.

Men beproeve thans nog eene andere vooronderstelling, en neme b. v. voor $(\beta' - \beta)$ 40°, hetgeen met eene vertraging van $78\frac{2}{3}$ uur overeenstemt. Bepaalt men vervolgens ook de daarbij behoorende middelbare fout van het middental, dan zal men door de vergelijking der genoemde fouten ligtelijk kunnen opmerken, welke fout de kleinste is, en dus ook welke waarde van $(\beta' - \beta)$ als de meest waarschijnlijke moet worden aangenomen.

Dewijl men wel kan aannemen, dat de vertraging van het getij voor de plaats, waar men zich bevindt, meestal ten naastenbij bekend is, zoo zal de waarde, die men voorloopig voor $(\beta' - \beta)$ aanneemt, niet ver van de waarheid behoeven af te wijken.

Heeft men ten slotte de gemiddelde waarde voor $H - \frac{59}{57}\,\varphi'$ gevonden, dan telt men daarbij het standvastige getal 32′, wanneer men $\beta' - \beta = 30°$ heeft gesteld, en ingeval $\beta' - \beta = 40°$ is genomen, het standvastige getal 40′. De som zal het gevraagde havengetal zijn.

Voorbeeld. Aan de waarnemingen, door den Heer VAN DER STERR te Helder verrigt, in de maand Julij 1862, ontleenen wij de getallen, die in de 2e kolom van de navolgende Tabel voorkomen. Men vraagt daaruit het havengetal af te leiden.

Wij vullen volgens het voorschrift de overige kolommen aldus in:

Datum 1862.	Waargen. tijd van hoog-water	Maans-doorg.	Verschil.	Gemidd. verschil.	Gemidd. ware doorg. tijd.	☾ declin.	⊙ declin.	☾ ½ midd.	Verbeterde ☾ ½ midd
24 Junij						33°	28°	14′45″	15′ 0″
25						23	"	14 47	15 2
26						23	"	14 48	15 3
27	7ᵘ50′	0ᵘ12′	7ᵘ38′	7ᵘ26′	0ᵘ21′	21	"	14 52	15 17
"	19 50	12 36	7 14						
28	8 20	1 0	7 20	6 27	1 9	19	"	14 57	15 31
"	19 0	13 25	5 35						
29	5 25	1 48	3 37	5 8	1 57	15	"	15 4	15 52
"	20 50	14 11	6 39						
30	6 0	2 34	3 26	5 5	2 42	11	"	15 11	16 8
"	21 30	14 56	6 34						
1 Julij	6 18	3 18	3 0	4 55	3 26	6	"	15 21	16 27
"	22 30	15 40	6 50						
2	11 0	4 3	6 57	6 45	4 10	1	"	15 31	16 40
"	23 0	16 26	6 34						
3	8 0	4 49	3 11	4 39	4 57	5	"	15 43	16 50
"	23 20	17 13	6 7						
4	9 0	5 36	3 24	4 12	5 44	10	"	15 54	16 54
"	23 0	18 1	4 59						
5	10 36	6 27	4 9	5 32	6 36	15	"	16 7	16 54
"	25 50	18 54	6 56						
6	1 50	18 54	6 56	5 32	7 3	17	"	16 13	16 49
"	11 28	7 21	4 7						
7	2 50	19 50	7 0	7 20	8 0	21	"	16 24	16 45
"	16 0	8 19	7 41						
8	2 30	20 50	5 40	4 55	9 0	23	22	16 32	16 44
"	13 32	9 21	4 11						
9	5 15	21 53	7 22	7 18	10 4	24	"	16 36	16 42
"	17 40	10 25	7 15						
10	6 25	22 56	7 29	7 30	11 7	22	"	16 35	16 50
"	19 0	11 28	7 32						
11	3 30	23 58	3 32	5 21	0 8	19	"	16 29	16 56
"	19 38	12 29	7 9						
12	8 20	0 57	7 23	7 12	1 6	15	"	16 19	16 59
"	20 25	13 25	7 0						
13	4 40	1 51	2 49	4 46	1 59	10	"	16 6	17 0
"	21 0	14 17	6 43						
14	5 32	2 41	2 51	4 53	2 47	5	"	15 51	16 52
"	22 0	15 6	6 54						
15	6 40	3 29	3 11	5 3	3 34	1	"	15 36	16 36
"	22 46	15 52	6 54						
16	7 28	4 14	3 14	5 3	4 19	6	21	15 22	16 18
"	23 30	16 37	6 53						
17	8 7	4 59	3 8	4 54	5 4	11	"	15 9	15 56
"	24 0	17 21	6 39						
18	9 27	5 43	3 44	5 9	5 49	15	"	14 59	15 34
"	24 40	18 6	6 34						
19	0 40	18 6	6 34	4 44	6 11	17	"	14 55	15 23
"	9 22	6 29	2 53						
20	1 22	18 52	6 30	5 20	6 58	20	"	14 49	15 8
"	11 25	7 16	4 9						
21	1 0	19 40	5 20	5 6	7 46	22	"	14 46	14 53
"	12 55	8 4	4 51						
22	1 48	20 28	5 20	5 26	8 34	23	"	14 46	14 49
"	14 25	8 53	5 32						
23	3 0	21 18	5 42	6 38	9 24	23	20	14 49	14 50
"	17 18	9 43	7 35						
24	3 20	22 7	5 13	6 57	10 14	22	"	14 53	14 58
"	19 14	10 32	8 42						
25	6 50	22 56	7 54	6 57	11 2	20	"	14 59	15 11
"	17 20	11 20	6 0						

Om uit deze gegevens het havengetal te bepalen, rangschikken wij de vijftien waarnemingen van nieuwe tot volle maan, naast die van volle tot nieuwe maan, en nemen in elke groep het gemiddelde der *aa* en dat der *tt*, aldus:

a	t	a_1	t_1		
$0^u21'$	$7^u26'$	$0^u\ 8'$	$5^u21'$	waaruit	$A_1 = 1^u\ 7'$
1 .9	6 27	1 6	7 12		$T_1 = 6\ \ 3$
1 57	5 8	1 59	4 26		
2 42	5 5	2 47	4 53	„	$A_2 = 3\ 30$
3 26	4 55	3 34	5 3		$T_2 = 5\ 17$
4 10	6 45	4 19	5 3		
4 57	4 39	5 4	4 54	„	$A_3 = 5\ 44$
5 44	4 12	5 49	5 9		$T_3 = 4\ 52$
6 36	5 32	6 11	4 44		
7 3	5 32	6 58	5 20	„	$A_4 = 7\ 54$
8 0	7 20	7 46	5 6		$T_4 = 5\ 36$
9 0	4 55	8 34	5 26		
10 4	7 18	9 24	6 38	„	$A_5 = 10\ 40$
11 7	7 30	10 14	6 57		$T_5 = 6\ 47$
12 8	5 21	11 2	6 57		

Nemen wij voorloopig aan dat $(\beta' - \beta) = 30°$ is, en dat alzoo de getijden 59^u oud zijn, dan heeft men voor de gemiddelde halve middellijnen van de maan, die met $1^u7'$, $3^u30'$, enz. overeenstemmen:

15′45″, 16′19″, 16′29″, 16′10″, 15′52″.

Wij zoeken nu in het gedeelte van Tafel E, waarboven $(\beta' - \beta) = 30°$ staat, de waarden van $\frac{59}{57}\varphi$, welke met A_1, A_2, enz. en de daarbij behoorende halve middellijnen overeenkomen. Hiervoor vinden wij

+ 14′, — 22′, — 38′, — 3′ en + 42′.

Deze verbeteringen met het omgekeerde teeken toepassende, komt:

T	$\frac{59}{57}\varphi$	$H - \frac{59}{57}\varphi'$	verschil met het midden
$6^u\ 3'$	$- 14'$	$= 5^u49'$	— 5′
5 17	+ 22	= 5 39	+ 5
4 52	+ 38	= 5 30	+ 14
5 36	+ 3	= 5 39	+ 5
6 47	— 42	= 6 5	— 21
	Gemiddeld	$= 5^u44'$	
	$\frac{59}{57}\varphi'$	= 32′	
	Havengetal	$= 6^u16'$	

Maakt men, met behulp van de gevonden verschillen, de middelbare fout op, dan vindt men ± 6′.

Beproeven wij thans eene andere onderstelling, namelijk die, **waarbij** wij aannemen dat $(\beta' - \beta) = 40^\circ$ is, of wat op hetzelfde neerkomt, dat de getijden $78\frac{2}{3}^u$ of $3\frac{1}{4}$ dag oud zijn.

Voor de halve middellijnen vinden wij in dit geval:

15′55″, 16′15′, 16′30″, 16′15″ en 15′52″.

De overeenkomstige waarden van $\frac{59}{57}\varphi$ uit Tafel E zijn nu

$+ 23', - 13', - 37', - 22'$ en $+ 41'$,

zoodat wij hebben:

T	$\frac{59}{57}\varphi$		$H - \frac{59}{57}\varphi$	verschil met het midden
$6^u\ 3'$	$- 23'$	=	$5^u40'$	+ 5′
5 17	+ 13	=	5 30	+ 15
4 52	+ 37	=	5 29	+ 16
5 36	+ 22	=	5 58	− 14
6 47	− 41	=	6 6	− 21
Gemiddeld		=	$5^u45'$	± 7′,5 (Middelb. fout)
	$\frac{59}{57}\varphi'$	=	40′	
Havengetal		=	$6^u25'$	

Dewijl men voor de middelbare fout van het middental in deze berekening ± 7′,5 vindt, zoo is de laatste uitkomst een weinig minder waarschijnlijk dan de vorige, doch men zal zonder bezwaar uit de waarnemingen, over Julij 1862 te Helder, mogen besluiten, dat het havengetal aldaar bedraagt

$6^u16'$ à $6^u25'$

en dat het getij $2\frac{1}{2}$ à $3\frac{1}{4}$ dag oud is. Blijkbaar vindt men

$$\beta' - \beta = \pm 35^\circ.$$

Eene andere manier om de waarde van $(\beta' - \beta)$ voor eene plaats te bepalen, wordt ons gegeven door de waarneming van de tijdstippen, waarop de hoogste vloeden, de springvloeden genoemd, invallen. Volgens hetgeen wij vroeger vonden, zie bladz. 416 van dit hoofdstuk, zal de halve som van twee waterhoogten, boven het daartusschen liggende laag-water, die 12^u na elkander zijn waargenomen, zeer nabij worden voorgesteld door

$$W_0 = E \cos 2\,(P - \beta) + E' \cos 2\,(P' - \beta')$$

waarin P en P' de uurhoeken van de maan en de zon beteekenen.

De grootste hoogte nu heeft plaats als $P - \beta = \varphi$ is. Voorts hebben wij

$$P' - \beta' = P + \chi - \beta' = \varphi + \chi - (\beta' - \beta)$$

waardoor, na substitutie,

$$\text{maximum hoogte} = W'_0 = E \cos 2\,\varphi + E' \cos 2\,\{\varphi + \chi - (\beta' - \beta)\}.$$

Dewijl men elken dag voor χ eene andere waarde heeft, zoo veranderen ook φ en W'_0 dagelijks.

Stellen wij $\varphi = 0$, dan is volgens form. (X)

$$\chi - (\beta' - \beta) = 0^\circ, \; = 90^\circ, \; = 180^\circ \text{ en } = 270^\circ.$$

De waarden 0° en 180° geven $W'_0 = E + E'$
„ „ 90° „ 270° „ $W'_0 = E - E'$

$E + E'$ is de grootste hoogte, welke de vloed kan bereiken, of de zoogenaamde springvloed na nieuwe en volle maan. Men heeft dan

bij nieuwe maan $\beta' - \beta = \chi$
„ volle „ $\beta' - \beta = \chi - 180^\circ$.

$E - E'$ is de kleinste hoogte van den vloed in den loop eener maand, en draagt den naam van dood getij. Het valt in na eerste en laatste kwartier.

Bij eerste kwartier is $\beta' - \beta = \chi - 90^\circ$
„ laatste „ „ $\beta' - \beta = \chi - 270^\circ$.

Uit een en ander volgt alzoo, dat men ook door de waarneming van de tijdstippen, waarop de springvloeden plaats hebben, $(\beta' - \beta)$ kan bepalen, dewijl zij invallen $\frac{59}{30}$ $(\beta' - \beta)$ uren na nieuwe of volle maan. Hetzelfde getal kan blijkbaar ook uit den gemiddelden tijd der doode getijden worden afgeleid.

C. BEPALING VAN DE BETREKKELIJKE HOOGTEN DER SPRINGVLOEDEN.

Volgens formule (VIII) hebben wij voor de hoogte van den springvloed:

$$W_0 = \lambda B \cos^2 d + \lambda' B' \cos^2 d'$$
$$= B \frac{M}{m} \sin^3 P \cos^2 d + B' \frac{Z}{m} \sin^3 p \cos^2 d'$$

wanneer wij het horizontaal verschilzigt van de maan P en dat van de zon p noemen. Uit deze formule ontwaart men, dat de springvloeden in het algemeen hooger zijn, naar gelang dat de declinatiën der hemellichten, waardoor zij ontstaan, kleiner zijn en de bedoelde hemellichten zich digter bij de aarde bevinden. Tijdens de equinoctiën bij nieuwe of volle maan, zullen dus de hoogste springvloeden plaats vinden.

Nemen wij tot eenheid van vergelijking eene springvloed-hoogte W_1, als d en d' nul zijn en P en p de gemiddelde waarden P_0 en p_0 hebben, dan is

$$W_1 = B\frac{M}{m}\sin^3 P_0 + B'\frac{Z}{m}\sin^3 p_0 = 1$$

en dus

$$W_0 = \frac{B\frac{M}{m}\sin^3 P\cos^2 d + B'\frac{Z}{m}\sin^3 p\cos^2 d'}{B\frac{M}{m}\sin^3 P_0 + B'\frac{Z}{m}\sin^3 p_0}$$

$$= \frac{\frac{B\ M\sin^3 P}{B'\ Z\sin^3 p_0}\cos^2 d + \frac{\sin^3 p}{\sin^3 p_0}\cos^2 d'}{\frac{B\ M\ \sin^3 P_0}{B'\ Z\ \sin^3 p_0} + 1}$$

$$= \frac{1}{\frac{59}{57}K+1}\left\{\frac{59}{57}K\frac{\sin^3 P}{\sin^3 P_0}\cos^2 d + \frac{\sin^3 p}{\sin^3 p_0}\cos^2 d'\right\}$$

$$= \frac{1}{\frac{59}{57}K+1}\left\{\frac{59}{57}K\left(\frac{\sin D}{\sin D_0}\right)^3\cos^2 d + \left(\frac{\sin D'}{\sin D'_0}\right)^3\cos^2 d'\right\}$$

Stellen wij volgens LAPLACE $\frac{59}{57}K = 3$, dan komt:

$$\text{(XIX)} \quad . \ . \ . \quad W_0 = \tfrac{1}{4}\left\{3\left(\frac{D}{D_0}\right)^3\cos^2 d + \left(\frac{D'}{D'_0}\right)^3\cos^2 d'\right\}.$$

Met behulp van deze formule is het tafeltje van de betrekkelijke hoogten der springvloeden berekend, dat in de Connaissance des Temps voorkomt. Daarbij is de stereotype opmerking gevoegd, dat de aangewezen springvloeden „pourraient occasioner quelques désastres, si elles étaient favorisées par les vents”.

Ofschoon de getijden, die tweemaal in het etmaal invallen, over het algemeen voor de meeste plaatsen verreweg de voornaamste zijn, zoo vindt men nogtans plaatsen op aarde, waar de dagelijksche getijden, met betrekking tot de halfdaagsche veel grooter worden, zooals b. v. op de kusten van Java. Er bestaan zelfs plaatsen, zooals LAPLACE opmerkt, alwaar het halfdaagsche getij geheel of nagenoeg ophoudt èn waar men dus in het etmaal slechts een getij heeft. Vermoedelijk hebben de verschillende gevallen, die men door het veranderen der coëfficiënten U, A en B en der bogen α en β van form. (VII) binnen zekere grenzen kan verkrijgen, ergens op aarde plaats.

Op de Hollandsche kust wordt veelal waargenomen, dat het water sneller rijst dan daalt, of met andere woorden, dat het tijdsverloop tusschen laag- en hoog-water kleiner is, dan dat tusschen hoog-water en het daarop volgende laag-water. Te Nieuwediep is formule (VII) nog niet voldoende, om den vorm van de getijgolf aldaar voor te

stellen; er moeten daartoe bij die formule nog termen als $C \sin 3 (P - \gamma) + D \sin 4 (P - \delta)$ enz. worden gevoegd. De term $D \sin 4 (P - \delta)$ is zeer merkbaar, en schijnt een vloed aan te wijzen, die viermaal in het etmaal terugkomt. De term $C \sin 3 (P - \gamma)$ daarentegen is te Nieuwediep uiterst klein. Een en ander moet worden toegeschreven aan den eigenaardigen vorm van den bodem der zee en dien van de kusten. Het is minder waarschijnlijk, dat de vereeniging van twee getijgolven, die werkelijk op onze kusten plaats heeft, oorzaak zou zijn van de genoemde onregelmatigheid, dewijl bij eene gelijke periode van twee vloeden in het etmaal, uit de zamenwerking daarvan slechts ééne resulterende golf van dezelfde periode kan ontstaan.

Door de onzekerheid, waarin men nog aangaande de havengetallen verkeert, en door den veranderlijken invloed van den wind op de getijden, kan er nimmer sprake zijn, om bij de berekening van den tijd van hoog- water, eene naauwkeurigheid binnen enkele minuten te verwachten. Wij hebben het echter noodig geoordeeld het onderwerp der watergetijden, ofschoon altijd nog zeer beknopt, met eene betrekkelijke uitvoerigheid te moeten behandelen, dewijl het behoort tot de hydrographie en als zoodanig verdient, om door den zeeman met eenige aandacht te worden nagegaan.

IV. DE VLOED- EN EB-STROOM.

a. BESCHOUWING VAN DE GETIJDEN IN EEN KANAAL, DAT SLECHTS EENE ENKELE MONDING HEEFT.

Bij den aanvang van dit hoofdstuk hebben wij opgemerkt, dat het rijzen en dalen van het water wel moet worden onderscheiden van den vloed- en eb-stroom, en dat men zich dus moet wachten voor de onderlinge verwisseling van die zeer verschillende zaken.

Is het voor den zeeman van gewigt, dat hij den tijd van hoog-water kan berekenen, ten einde b. v. te bepalen, wanneer hij met het minste gevaar over eene ondiepte kan komen, niet minder belangrijk is voor hem de kennis van de stroomingen, die periodiek door de werking van zon en maan worden te weeg gebragt. Ofschoon de laatstbedoelde wetenschap niet dan door plaatselijke waarnemingen kan verkregen worden, en uit dien hoofde bij een anderen tak der zeevaartkunde te huis behoort, zoo zullen nogtans eenige algemeene opmerkingen over dit moeijelijke vraagstuk hier niet overbodig geacht worden.

Stellen wij ons, om met het eenvoudigste geval te beginnen, een

landwaarts inloopend kanaal voor, zooals b. v. het Y, dan zal op eene plaats, die geheel achter in het kanaal ligt, het hoog-water worden aangebragt door het instroomende water, den vloed-stroom, die echter als stroom uiterst zwak zal zijn. Het oogenblik, waarop de aanvoer van water aldaar ophoudt, is ook tevens dat van hoog-water. Nadat het water eenigen tijd is blijven staan, zal het gaan vallen, en te gelijker tijd afloopen, d. i. de eb-stroom zal zich openbaren. Dit vallen duurt dan voort, totdat de eb-stroom ophoudt en het water nagenoeg gelijktijdig daarmede zijn laagsten stand bereikt.

In het gestelde geval stemmen dus de vloed, d. i. het rijzen, en de eb, d. i. het dalen van het water, overeen met de stroomen van dien naam, zoodat vloed en vloed-stroom, eb en eb-stroom, onder die omstandigheid, voor zooverre den tijd betreft, waarop die verschijnselen plaats hebben, uitdrukkingen zijn van dezelfde beteekenis. Hetzelfde geldt voor eene vlakke kust, indien men alleen het water, dat regthoekig op de strekking der kust stroomt, den vloed-stroom noemt, en het water, dat in dezelfde rigting terugstroomt, den eb-stroom.

Denken wij ons thans eene plaats, die digter bij de monding van het onderstelde kanaal is gelegen, zooals b. v. Amsterdam aan het Y. Reeds vroeger is opgemerkt, dat het water in een diep landwaarts inloopend kanaal, door eene periodieke rijzing en daling aan de monding niet horizontaal noch plat kan zijn, maar eene golvende gedaante moet hebben. Dit blijkt o. a. in het Y door de navolgende tijdstippen van hoog-water op denzelfden dag, voor verschillende plaatsen. Als het b. v. te Amsterdam hoog-water is te $2^u22'$, dan is het te Halfweg Haarlem of te Zwanenburg te $3^u32'$ hoog-water, en te Sparendam te $3^u56'$. De top van de vloedgolf bereikt die plaatsen dus niet gelijktijdig. Wanneer het water te Zwanenburg zijn hoogsten stand bereikt, dan is het te Amsterdam reeds gedurende een uur aan het vallen, terwijl het te Sparendam nog rijst. De oppervlakte van het water vormt dus geen plat, maar een gebogen vlak, waarvan de hoogste punten in het gestelde geval te $3^u32'$ Sparendam bereiken, doch de overige zoowel naar de monding als landwaarts in hellende zijn.

Het bedrag van de rijzing en daling van het water op de genoemde plaatsen, dat op de bovenstaande tijdstippen werd waargenomen, beliep

te Amsterdam	0,314	el. (*)
„ Zwanenburg	0,356	„
„ Sparendam	0,368	„

Hieruit blijkt dat het verval van water meer landwaarts in toeneemt, hetgeen aan de opstuwing der waterdeelen is te wijten, dewijl zij achter

(*) Het gemiddelde over verschillende jaren is 0,317 el.

in het Y gestuit worden. Hetgeen wij hier in het klein waarnemen, heeft in het Bristolsche kanaal op eene grootere schaal plaats.

De medegedeelde cijfers wijzen ons nog op de volgende bijzonderheid. Wanneer het te Amsterdam hoog-water is, dan is het water voor alle punten, welke bewesten die stad aan het Y liggen, nog rijzende, en bijgevolg moet de stroom voor Amsterdam op dat oogenblik nog om de West loopen. De vloed-stroom heeft dus, ofschoon het reeds hoog-water is, voor die stad nog niet opgehouden, en het oogenblik van kentering van het getij moet nog volgen. Met behulp van de genoemde getallen en van eene kaart van het Y, kan dat oogenblik aldus worden gevonden:

Zij AS_1SDG, fig. 243, eene langsdoorsnede van het kanaal, dat wij onderstellen in A te eindigen, AR_1CRG de gebogen wateroppervlakte op zeker oogenblik, daarvan in C het hoogste punt, en EF een horizontaal plat vlak, dat den gemiddelden waterstand voorstelt. Denken wij ons twee dwarsdoorsneden van het kanaal RS en R_1S_1 loodregt op de langsdoorsnede AD. Noemen wij de breedte van het kanaal bij S, w, bij S_1, w_1, en in het algemeen bij eenig punt T, y, en zij voor dat punt $DT = x$ en de hoogte van het water boven het gemiddelde vlak $PQ = z$, dan kunnen wij de hoeveelheid water berekenen, die zich in het kanaal op ieder oogenblik tusschen de beide dwarsprofielen RS en R_1S_1 boven den gemiddelden stand VV_1 bevindt. Gesteld namelijk, dat men door waarneming de tijden van hoog-water kent voor de punten D, S, S_1, enz. dan kan daaruit den tijd van hoog-water voor elk ander punt T worden afgeleid. Is dan H het havengetal voor dat punt, P de uurhoek der maan op het gestelde oogenblik en F het verval tusschen hoog- en laag-water, insgelijks voor dat punt, dan heeft men:

$$PQ = z = F \cos 2 (P - H).$$

P wordt verondersteld voor de vervroeging $(\varphi - \varphi')$ van het getij op den gegeven dag verbeterd te zijn, terwijl wij voor de eenvoudigheid den term van den dagelijkschen vloed buiten rekening laten.

Vermenigvuldigen wij voorts z met de breedte y van het kanaal ter hoogte van T, dan komt voor het gedeelte van het profiel PQ, boven den gemiddelden stand

$$\begin{aligned} yz &= Fy \cos 2 (P - H) \\ &= Fy \cos 2 P \cos 2 H + Fy \sin 2 P \sin 2 H. \end{aligned}$$

Denkt men zich eene tweede dwarsdoorsnede pq, zeer digt bij PQ gelegen, en stelt men den afstand $Qq = \triangle x$, dan verkrijgt men voor de hoeveelheid water, begrepen tusschen QP en qp

$$yz \triangle x = (Fy \cos 2 H \triangle x) \cos 2 P + (Fy \sin 2 H \triangle x) \sin 2 P.$$

In al de punten van het kanaal tusschen A en D, kan men voor P

of den uurhoek der maan dezelfde waarde nemen, als men namelijk het Lengteverschil dier punten buiten rekening laat. Wil men dit echter niet verwaarloozen, dan neme men P, of den uurhoek der maan, b. v. voor het punt D en herleide de havengetallen der andere punten tot tijd van D.

Neemt men nu de som der waarden

$$yz \triangle x = y \times PQqp$$

van VR tot V_1R_1, dan komt:

Watermassa tusschen VR en $V_1R_1 = \cos 2P. \Sigma Fy \cos 2H \triangle x + \sin 2P \Sigma Fy \sin 2H \triangle x$

als wij de bedoelde sommen door Σ aanwijzen.

Stelt men den afstand tusschen V en V_1 niet te groot, dan kan men tusschen die punten voor H eene gemiddelde waarde H_0 nemen en insgelijks voor F eene gemiddelde waarde F_0. Voorts is in dat geval $\Sigma y \triangle x$ de horizontale oppervlakte van het water in het kanaal tusschen V en V_1 en wij hebben dus:

$$\text{(XX)} \quad . \; . \; . \quad \begin{aligned} \Sigma Fy \cos 2H \triangle x &= F \cos 2H_0 \times \text{oppervlak } VV_1 = G \\ \Sigma Fy \sin 2H \triangle x &= F \sin 2H_0 \times \text{oppervlak } VV_1 = L. \end{aligned}$$

Is dan O de hoeveelheid water, die in het algemeen bevat is tusschen twee profielen, op het gekozen oogenblik, dan is

$$O = G' \cos 2P + L' \sin 2P.$$

Stellen wij

$$\frac{L'}{G'} = \text{tang } 2h$$

dan komt

$$\text{(XXI)} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad O = \cos 2 (P - h) \sqrt{\{G'^2 + L'^2\}}.$$

Alleen door de waarneming van de havengetallen en van het verval van water, kan men dus berekenen hoeveel water zich op elk oogenblik tusschen twee profielen in het kanaal bevindt.

Stellen wij dat er een vloed-stroom loopt in de rigting van D naar A, dan zal op het gekozen oogenblik door het profiel SR water instroomen, doch door S_1R_1 uitstroomen. Zijn de in- en uitstroomende hoeveelheden water aan elkander gelijk, zooals in het algemeen bij eene rivier plaats heeft, dan blijft de hoeveelheid O onveranderd. Stroomt er echter meer water in dan uit, dan wordt O grooter, en omgekeerd.

Zij v de gemiddelde snelheid van het water door het profiel $SR = I$, en v' de gemiddelde snelheid door het profiel $S_1R_1 = I_1$ b. v. per secunde tijds gerekend, dan vermeerdert O in eene secunde met Iv, doch vermindert te gelijker tijd met I_1v' en de verandering van O in $1''$ is dus

$$\delta O = Iv - I_1v'.$$

Differentiëren wij formule (XXI), dan komt:

$$\delta O = -2\sqrt{\{G'^2 + L'^2\}} \sin 2(P - h)\,\delta P.$$

Nu verandert P in eene secunde middelbaren tijd gemiddeld $\frac{57}{59} \times 15''$ boogs $= \frac{57}{59}$ sin 15″, uitgedrukt in deelen van den straal, zooals hier moet geschieden, en wij hebben dus:

$$2\delta P = \frac{57}{59} \sin 30'' = 0{,}0001405$$

waardoor na substitutie in δO

$$\delta O = -0{,}0001405 \sqrt{\{G'^2 + L'^2\}} \sin 2(P - h).$$

Zijn de afstanden en de hoogte van het water in Ned. ellen uitgedrukt, dan vindt men door de laatste formule de verandering van O in kubieke ellen in eene secunde. Wij hebben dus

(XXII) . . . . . $Iv - I_1 v' = N \sin 2(P - h)$

indien wij den factor $-0{,}0001405 \sqrt{\{G'^2 + L'^2\}} = N$ stellen.

Wanneer men de berekening bij vakken voortzet tot achter in het kanaal bij A, dan is de snelheid van de strooming aldaar bestendig gelijk nul en dus $v' = 0$. Zij N' de waarde van N voor dat punt, gerekend van R tot A, dan is

(XXIII) . . . . $Iv = N' \sin 2(P - h')$

Vergelijken wij deze formule met die voor de hoogte z van het water in dat punt:

$$z = F \cos 2(P - H)$$

dan blijkt, dat het oogenblik van het hoogste water en een stroom $v = 0$, of het kenteren van het getij, alleen dan gelijktijdig kunnen plaats hebben, als toevallig $h' = H$ is.

Men zou h het havengetal voor het kenteren van den stroom kunnen noemen. Voor de zeevaart is dit getal even belangrijk, zoo niet van nog meer gewigt, dan het havengetal H.

Door toepassing van de voorgedragen theorie is voor Amsterdam gevonden (*), als H en h in uren zijn uitgedrukt:

(*) Men zie hierover de verhandeling van Dr. F. J. STAMKART, over de stroomsterkte in het Y, voor zoo ver deze afhangt van de eb en vloed der Zuiderzee, in het Tijdschrift voor de Wis- en Natuurkundige Wetenschappen, Deel V, bladz. 141, uitgegeven door de 1ste klasse van het voormalig Kon. Ned. Instituut, te Amsterdam 1852. De getallen gelden voor het tijdstip, waarop de Buiksloter-ham nog niet was droog gemaakt, en zijn afgeleid uit waarnemingen, verrigt in Junij 1835.

Hoogte van het water boven den gemiddelden stand in ellen . . . . $z =$ 0,157 cos 2 $(P - 14{,}5\ H)$

Hoeveelheid water boven de gemiddelde hoeveelheid in het Y bewesten Amsterdam op elk oogenblik, in kubieke ellen . . . . . . $O =$ 11792800 cos 2 $(P - 14{,}5\ h)$

Hoeveelheid water die in 1" voorbij die stad vloeit in kubieke ellen . . . . $Iv =$ 1659 sin 2 $(P - 14{,}5\ h)$

$$H = \text{havengetal};\ h = H + 1^u6'.$$

De gemiddelde snelheid v van den stroom wordt gevonden, wanneer men Iv door I deelt. Hierbij houde men in het oog, dat I geene standvastige grootheid is, maar dat zij met het rijzen en het dalen van het water aangroeit en afneemt.

Is c de gemiddelde diepte van het profiel I bij den gemiddelden waterstand, en w daarvan de breedte, dan heeft men:

$$I = wc + wz = wc + wF \cos 2\,(P - H)$$

en dus

$$\text{(XXIV)}\ .\ v = \frac{Iv}{wc + wz} = \frac{N' \sin 2\,(P - h')}{wc + wF \cos 2\,(P - H)} = \frac{N'}{wc} \cdot \frac{\sin 2\,(P - h')}{1 + \frac{F}{c} \cos 2\,(P - H)}$$

In diepe vaarwaters is F of het verval van water klein, in vergelijking van c, zoodat men voor dat geval $\frac{F}{c}$ kan verwaarloozen. Bij ondiepten daarentegen is zulks niet veroorloofd. De stroom moet dan ook daardoor op ondiepe plaatsen minder regelmatig loopen dan op diepe.

Is c zeer groot in vergelijking van F, dan is zij dit ook met betrekking tot N, hetgeen ten gevolge heeft dat de gemiddelde snelheid klein wordt. De vloed- en eb-stroomen in diepe zeeën moeten dus onbeduidend zijn. Voorts zij nog opgemerkt, dat v niet is de snelheid van den stroom aan de oppervlakte, maar de gemiddelde snelheid van het water door het geheele profiel, en dat de stroom aan de oppervlakte gewijzigd zal worden, niet alleen door de ongelijke diepte des bodems, maar ook door den vorm der oevers. I bestaat dus uit de som van groote en kleine grootheden, waaronder zelfs negatieve kunnen voorkomen, zooals men kan opmaken uit het verschijnsel, dat er langs de oevers een tegenstroom loopt, die den naam van neer draagt.

b. BESCHOUWING VAN DE GETIJDEN IN EEN KANAAL, DAT TWEE MONDINGEN HEEFT, ALS DE GETIJGOLF DAARIN DOOR BEIDE MONDINGEN KOMT.

Beschouwen wij thans hetgeen plaats vindt bij een kanaal, dat twee mondingen heeft, als het getij door beide mondingen binnendringt. Voor-

beelden hiervan treft men aan bij de Iersche zee tusschen Engeland en Ierland, bij het kanaal tusschen Engeland en Frankrijk, enz.

Stellen wij dan, dat een vloedgolf een dergelijk kanaal van de eene zijde indringt, dan zou die golf, indien zij alleen werkte, in zeker punt van het kanaal een vloed veroorzaken, dien wij voorstellen door

$$z = F \cos 2 (P - H).$$

Komt echter van de andere zijde eene vloedgolf, die, als ook zij alleen werkte, in het bedoelde punt een vloed zou te weeg brengen, voorgesteld door

$$z' = F' \cos 2 (P - H')$$

dan zullen wij, om de gevolgen van de zamenwerking dier golven te kunnen overzien, de som van z en z' moeten nemen, op dezelfde wijze als door ons is geschied bij de beschouwing van de vereenigde werking van zon en maan op de waterdeelen. Ofschoon de vereenigde werking van de twee getijden alleen dan door de som van z en z' wordt voorgesteld, als die grootheden oneindig klein zijn, zoo zullen wij ons, wegens de kleine waarden van z en z', in de praktijk die wijze van voorstellen, als eene benadering mogen veroorloven. Voor het aangenomen punt is dus

$$\text{Vloedhoogte} = z'' = z + z' = F \cos 2 (P - H) + F' \cos 2 (P - H')$$

in welke formule P den uurhoek der maan voor beide vloeden beteekent. De vervroeging $(\varphi - \varphi')$ kan men aannemen als te zijn toegepast op H en H' met het omgekeerde teeken. Ontwikkelen wij de gevonden uitdrukking, dan komt:

$$z'' = (F \cos 2H + F' \cos 2H') \cos 2P + (F \sin 2H + F' \sin 2H') \sin 2P$$

en dus

$$\frac{z''}{F \cos 2H \; F' \cos 2H'} = \cos 2P + \frac{F \sin 2H + F' \sin 2H'}{F \cos 2H + F' \cos 2H'} \sin 2P.$$

Stellen wij

$$\text{(XXV)} \quad \ldots \quad \frac{F \sin 2H + F' \sin 2H'}{F \cos 2H + F' \cos 2H'} = \operatorname{tang} 2H''$$

dan wordt

$$\frac{z''}{F \cos 2H + F' \cos 2H'} = \cos 2P + \operatorname{tang} 2H' \sin 2P$$

waaruit

$$z'' = \frac{F \cos 2H + F' \cos 2H'}{\cos 2H''} \cos 2 (P - H'').$$

Voorts is

$$\sec 2H'' = \frac{1}{\cos 2H''} = \sqrt{\{1 + \tang^2 2H''\}}$$

$$= \frac{\sqrt{\{F^2 + F'^2 + 2FF' \cos 2(H - H')\}}}{F \cos 2H + F' \cos 2H'}$$

of, als wij stellen:

$$\sqrt{\{F^2 + F'^2 + FF' \cos 2(H - H')\}} = F''$$

dan komt

$$F'' = \frac{F \cos 2H + F' \cos 2H'}{\cos 2H''}$$

en dus, na substitutie in de uitdrukking voor z'':

(XXVI) . . . . $z'' = F'' \cos 2(P - H'')$.

Uit deze formule blijkt, dat de zamenwerking van twee getijgolven geene verandering te weeg brengt in de wet, volgens welke het rijzen en het dalen van het water door eene enkele getijgolf plaats heeft, zoodat in het bedoelde punt van het kanaal een getij zal loopen, alsof het slechts door eene enkele vloedgolf werd voortgebragt. De grootste hoogte F'' en het havengetal H'' worden echter voor de opvolgende punten zeer gewijzigd. Was b. v. $H = H'$, d. i. bragten de afzonderlijke vloeden het hoogste water aan in eenig punt van het kanaal op hetzelfde oogenblik, dan zoude men hebben:

$$F'' = \sqrt{\{F^2 + F'^2 + FF'\}} = F + F', \qquad \tang 2H'' = \tang 2H$$
$$z'' = (F' + F'') \cos 2(P - H).$$

hetgeen de grootste uitwerking is, die de beide vloeden gezamenlijk kunnen veroorzaken.

Was daarentegen

$$H = H' + 90$$

d. i. bragt de tweede vloed het water juist $6^u 12'$ vroeger aan dan de eerste, dan zou men hebben:

$$F'' = \sqrt{\{F^2 + F'^2 - 2FF'\}} = F' - F, \qquad \tang 2H'' = \tang 2H$$
$$z'' = (F'' - F) \cos 2(P - H).$$

De uitwerking zou dan het verschil der beide vloeden zijn.

Was toevallig $F' = F$, dan zou standvastig $z'' = 0$ zijn. Het water zou dan op die plaats, ondanks de werking van zon en maan, steeds op dezelfde hoogte blijven; doch er zoude toch een vloed- en ebstroom bestaan, zooals wij nader zullen aantoonen. Een voorbeeld van dit opmerkenswaardige geval, vindt men in het Zuidelijke deel van de Iersche zee bij Courtown. Het hoog-water van het eene getij stemt daar juist overeen met het laag-water van het andere.

Wanneer door elken mond van een dergelijk kanaal een getij binnen treedt, terwijl het eene b. v. van het Westen, het andere van het

Oosten komt, dan zullen de havengetallen van den eersten vloed in de opvolgende punten naar het Oosten grooter worden. Die van den anderen vloed zullen insgelijks grooter worden, doch in de omgekeerde rigting, namelijk van het Oosten naar het Westen. Stellen wij dat de eerste vloedgolf, die de waterhoogte z aanbrengt, van het Westen komt, de andere, die de waterhoogte z' brengt, van het Oosten, dan zal

in de rigting van West naar Oost H toenemen
" " " " " H' afnemen

zoodat $2(H - H')$ gaandeweg grooter zal worden.

Nemen wij aan dat H en H' aan het Westeinde van het kanaal de waarden H_0 en H'_0 hebben, dan zullen H en H' voor eenig punt, dat Oostwaarts op den afstand a van dat uiteinde ligt, voorgesteld kunnen worden door

$$H_0 + ap \text{ en } H'_0 - aq$$
$$2(H - H') = 2(H_0 - H'_0) + 2a(p + q).$$

Valt $2(H_0 - H'_0)$ in het eerste kwadrant, dan zal de cosinus van den boog $2(H - H')$ naar het Oosten gaande, afnemen en dus ook F'' kleiner worden. Wordt $(H - H') = 6^u 12'$ of $90°$, dan is F'' tot eene minimum waarde $F - F'$ afgenomen. Verder naar het Oosten wordt F'' weder grooter.

Aangaande H'' of het havengetal voor een bepaald punt, wanneer twee vloeden zamenwerken, valt op te merken, dat dit in het algemeen zal toenemen, wanneer $F > F'$ is en dus even als H van het Westen naar het Oosten grooter zal worden.

Stellen wij p en q standvastig, hetgeen over een niet te grooten afstand als eene benaderde voorstelling veroorloofd is, dan komt

$$\delta H = p\delta a \text{ en } \delta H' = - q\delta a$$

dus

$$\frac{\delta H'}{\delta H} = -\frac{q}{p}.$$

Door de uitdrukking voor tang $2H''$, form. (XXV) te differentiëren, vinden wij:

$$\text{(XXVII)} \quad . \quad \delta H'' = \frac{F^2 - \frac{q}{p}F'^2 + \left(1 - \frac{q}{p}\right)FF' \cos 2(H - H')}{F^2 + F'^2 + 2FF' \cos 2(H - H')} \delta H.$$

De zaak, die wij hebben voorgesteld, verwezenlijkt zich dagelijks in het kanaal tusschen Frankrijk en Engeland, waarin aan de Westzijde, een getij valt regtstreeks uit den oceaan, en gelijktijdig daarmede een andere vloed uit de Noordzee door de Hoofden.

Aan eene verhandeling: Exposé du régime des courants,

observés depuis le XVI siècle jusqu'à nos jours, dans la Manche et la mer d'Allemagne, etc. par F. A. E. KELLER, Paris 1861, 2e tirage pag. 66, ontleenen wij de volgende getallen:

Engelsche kust.

	Startpoint.	Poole.	Beachy-head.
Breedte	50°13′ N	50°43′ N	50°44′ N
Lengte	3°39′ W	1°59′ W	0°13′ O
Havengetal H''	5u27′	8u55′	11u18′
Vloedhoogte F''	9,75 el	4,56 el	7,56 el.

Fransche kust.

	Héaux	Barfleur.	Cayeux.
Breedte	48°54′ N	49°42′ N	50°12′ N
Lengte	3° 6′ W	1°16′ W	1°31′ O
Havengetal H''	5u22′	8u59′	11u12′
Vloedhoogte F''	9,75 el	5,52 el	9,09 el.

Indien wij het gemiddelde nemen der Lengten en Breedten, dat van de havengetallen, herleid tot tijd te Greenwich, en dat van de vloedhoogten, dan komt voor drie punten, die ongeveer midden in het kanaal zijn gelegen:

Breedte	49°23′ N	50°12′ N	50°28′ N
Lengte	3°22′ W	1°37′ W	0°52′ O
Havengetal H''	5u37′	9u3′	11u11′
Vloedhoogte F''	9,75 el	5,04 el	8,35 el.

Hieruit blijkt, dat er in het Engelsche kanaal twee vloeden werken, waarvan die, welke uit den oceaan komt, de sterkste is. Wij hebben dan ook in formule (XXVII) p en q niet aan elkander gelijk gesteld, omdat proeven in het klein doen zien, dat hooge golven, tusschen evenwijdige wanden, onder overigens gelijke omstandigheden, zich spoediger voortplanten dan lage.

Stellen wij nu in formule (XXVII) $F = F'$ en nemen wij ook $p = q$ als een geheel bijzonder geval, dan is

$$\delta H'' = 0$$

en volgens formule (XXV)

$$\text{tang } 2H'' = \text{tang } (H + H')$$

dus

$$H'' = \tfrac{1}{2}(H + H') = \tfrac{1}{2}(H_0 + H'_0) \text{ of } H'' = \tfrac{1}{2}(H_0 + H'_0) + 90°$$

$$\text{(XXVIII)} \quad . \quad . \quad \begin{aligned} F'' &= F\sqrt{\{2 + 2\cos 2(H - H')\}} = 2F\cos(H - H') \\ &= 2F\cos(H_0 - H'_0 + 2ap) \end{aligned}$$

en

$$z'' = 2F\cos(H_0 - H'_0 + 2ap)\cos 2P - H_0 - H'_0).$$

In dit geval is H'' standvastig en bijgevolg hebben de verschillende punten van het kanaal op hetzelfde oogenblik hoog-water. De vloedgolf heeft thans geene voortgaande beweging, maar is in eene zoogenaamde staande golf overgegaan. De verschillende plaatsen hebben wel ebbe en vloed, doch het water rijst en daalt voor die plaatsen tot verschillende hoogten. Is het kanaal lang genoeg, dan wisselt F'' af tusschen $2F$ en nul. Het laatste heeft plaats als $H_0 - H'_0 + 2ap = 90°$ of $270°$ is. Fig. 244 moge dienen om eene voorstelling van het bedoelde geval te geven. Zij daarin de lijn $Ab'c'd'Ef'g'i'K$ de oppervlakte van het water, op het oogenblik van gelijktijdig hoog-water voor de punten B, C, D, en van laag-water voor de punten F, G, I. Onder deze omstandigheid zijn al de waterdeelen voor een enkel oogenblik in rust; de rijzing en de daling heeft opgehouden en de stroomingen zijn tot stilstand gekomen. Terstond daarna begint de opgeheven massa water $Ab'c'd'EDCBA$ te dalen. Zij verkrijgt den horizontalen stand $ABCDE$, doch vervolgt hare dalende beweging, ten gevolge van de verkregen valsnelheid, echter met eene vertragende beweging, en bereikt in $AbcdE$, den laagsten stand. Onder die vallende beweging wordt het water van het punt C regts en links weggedrukt, waardoor stroomingen ontstaan, die van C links naar A en regts naar E gaan, zooals door de pijltjes 1 wordt aangeduid. Die stroomingen zijn uit den aard der zaak het sterkst, op het oogenblik, waarop het water horizontaal is, terwijl zij gaandeweg afnemen en tot rust komen, als het water den laagsten stand heeft ingenomen. De bedoelde beweging bezit alle overeenkomst met die van een slinger, waarmede dan ook NEWTON, voor het eerst de golfbeweging heeft vergeleken (*). Voorts valt op te merken, dat de kracht dier stroomen afhankelijk is van de diepte van het water. Hoe meer diepte het water bezit, des te geringer wordt die kracht.

Verheft zich de watermassa tusschen A en E, en daalt zij tusschen E en K, dan ontstaan de stroomen, die door de pijltjes 2 zijn aangeduid.

Uit deze wijze van voorstellen volgt, dat de rijzing en daling van het water het krachtigst is in de punten C en G; doch dat zich aldaar geen stroom zal openbaren. In de punten A, E en K daarentegen zal men juist het omgekeerde opmerken. Denken wij ons dus een schip, dat op het oogenblik van hoog-water van C vertrekt en zulk eene snelheid bezit, dat het in G aankomt op het oogenblik van hoog-water aldaar, dan zal dat schip den stroom steeds in zijn voordeel hebben gehad, en zoo voortgaande zou het schip het geheele kanaal steeds voorstrooms kunnen doorloopen, op dezelfde wijze als plaats heeft bij

(*) De beschouwing van NEWTON gaat alleen door bij de staande golfbeweging. Bij de voortgaande is zij niet meer juist.

het afzakken eener rivier. De stroom zou zich alleen afwisselend nu eens sterker en dan weder minder sterk doen gevoelen.

Niet moeijelijk is het om ook in dit geval de hoeveelheid water te bepalen, die in elke secunde door eenig profiel, b. v. bij D zal stroomen. Dewijl er namelijk, volgens het opgemerkte, door het profiel van C geen stroom zal gaan, zoo kan men de zaak voorstellen, alsof het kanaal daar eindigde, en alzoo de manier toepassen, die wij vroeger voor het Y hebben aangewezen.

Men zal wel nimmer eene zoo regelmatige beweging van het water aantreffen, als in deze beschouwing is voorgesteld. De strekking daarvan was dan ook alleen om een denkbeeld te geven van de staande golfbeweging en van de stroomingen, die daaruit ontstaan.

C. EENIGE OPMERKINGEN AANGAANDE DE STROOMEN IN DE IERSCHE ZEE, HET ENGELSCHE KANAAL EN DE NOORD-ZEE. DE STROOMKAART VAN KELLER.

1°. Getijden in de Iersche zee.

De verschijnselen van de staande golfbeweging kunnen, binnen zekere grenzen althans, worden opgemerkt in de Iersche zee, waarin twee nagenoeg gelijke getijgolven, de eene uit het Zuiden, de andere uit het Noorden, elkander ontmoeten. Het punt, waar die ontmoeting plaats heeft, ligt ter hoogte van het eiland Man. Ten Westen van dit eiland wordt eene plek gevonden, ruim zoo groot als het genoemde eiland, waar geen stroom gaat, maar wel eene aanmerkelijke rijzing en daling van het water plaats heeft. Benoorden en bezuiden het eiland Man neemt het verval van water af, doch de kracht van den stroom neemt toe, zoo zelfs dat bij Courtown op de ZO kust van Ierland een punt wordt aangetroffen, alwaar nagenoeg geene rijzing of daling van het water plaats vindt, ofschoon zich daar een krachtige stroom heen en terug doet gevoelen.

Al de getijstroomen in de Iersche zee bezitten nog dit eigenaardige, dat zij gelijktijdig kenteren, nagenoeg op het oogenblik, waarop het in de Morecombe-baai, benoorden Liverpool, hoog-water is. De tijden van hoog- en laag-water of de havengetallen stemmen echter voor de verschillende punten van het genoemde kanaal niet zoo juist overeen. (*)

(*) Men zie voor meer bijzonderheden omtrent de getijden in de Iersche zee, het zeer belangrijke rapport van den Engelschen kapitein F. W. BEECHEY R. N., F. R. S. Philosophical transactions 1848, Part. I, pag. 105.

2°. Getijden in het Engelsche kanaal en de Noordzee.

Om zich van de vloed- en eb-stroomen in de Noordzee en op onze kusten, in verband met die in het kanaal tusschen Engeland en Frankrijk, eene algemeene voorstelling te maken, zoo denke men zich eene lijn van Texel naar de baai van Lynn op de Engelsche kust en eene andere lijn van kaap Lizard naar Ouessant, of liever van Start-point naar de Sept-Iles op de kust van Frankrijk, en beschouwe de watervlakte tusschen die lijnen en de kusten van Frankrijk, België en Nederland eenerzijds, en die van Engeland anderzijds, als een groot kanaal, dat aan de einden wijd is, doch naar het midden bij Dover en Calais vernaauwend toeloopt. In dit kanaal dringen van beide zijden twee vloedgolven binnen van ongelijk vermogen, die elkander in het midden, ongeveer ter hoogte tusschen Dover en Beachy-head, ontmoeten. De beweging van het water tusschen de bedoelde lijnen, in het groot genomen, geschiedt elke 12ᵘ van de zijkanten naar het midden en weder terug van het midden naar de kanten. In het midden van het vaarwater, van de mondingen tot digt bij Dover en Calais, volgt de stroom de rigting van eene lijn, die in de lengte nagenoeg op gelijke afstanden ter weerszijden van de kusten ligt, en keert, na een korten tijd van rust, langs denzelfden weg terug.

Even binnen en buiten de mondingen is de stroom op de achtereenvolgende uren van den dag naar verschillende streken van het kompas gerigt, of rondloopende met en ook tegen zon, hetgeen een natuurlijk gevolg is van de in- en uitgaande stroomen. Deze rondgaande stroomingen treft men ook nabij de engte tusschen Dover en Calais aan, te beginnen bij Noord-Voorland tot tegenover Beachy-head. Bij diepe inhammen, zooals de baai van de Theems, de mond van de Seine, de golf van St. Malo, enz. wordt de rigting van den stroom insgelijks op verschillende uren gewijzigd.

Omtrent de rijzing en daling van het water, den vloed en de eb, valt op te merken, dat zij een minimum is tusschen Poole en Barfleur in het Engelsche kanaal, zooals reeds is aangewezen, en ook nabij eene lijn, die men zich kan denken van de Hollandsche kust, ter hoogte van Wijk aan zee, naar de Engelsche kust ergens tusschen Harwich en Cromer. Het grootst is zij echter bij Dover en Beachy-head, daarna bij den Westelijken ingang van het Engelsche kanaal en vervolgens in de Noordzee, benoorden de lijn tusschen Texel en Lynn, een weinig beoosten Spurnhead.

Bij de kusten, banken, geulen, enz. worden deze algemeene ver-

schijnselen natuurlijk gewijzigd, waarvan de bijzonderheden echter geheel buiten ons bestek liggen. (*)

De beweging van ieder waterdeeltje in het bedoelde kanaal is gering. De snelheid van den stroom, bij springtij, als zij het grootst is, verschilt natuurlijk voor de verschillende punten, en kan op 2 à 3 en 3,6 mijl per wacht als maximum worden aangenomen. De weg, dien een waterdeeltje in 6^u hierdoor zou afleggen, is dus op zijn hoogst 4,5 à 5,5 mijl. Daar echter die grootste snelheid niet bestendig blijft, zoo zal de afgelegde weg korter zijn en slechts $\frac{2}{3}$ daarvan of liever $\frac{2}{\pi}$, d. i. nagenoeg 3 à $3\frac{1}{2}$ mijl bedragen. Bedenkt men nu, dat de afstand van het begin van het Engelsche kanaal tot bij Texel ongeveer 120 mijl bedraagt, dan volgt daaruit, dat elk waterdeeltje zich slechts betrekkelijk weinig verplaatst, en dat dus de beweging der geheele watermassa vergeleken kan worden bij eene opvolgende verschuiving der deelen in de beide helften naar de naauwte in het midden en van daar terug. In den oceaan zou een waterdeeltje, zooals wij vroeger zagen, om de getijden voort te brengen, zich slechts over den omtrek eener kromme lijn behoeven te verplaatsen, waarvan de grootste middellijn nog geen el is, indien de aarde geheel door water was omgeven. De gelijktijdige beweging echter van al de waterdeelen gezamenlijk maakt eene aanzienlijke bewegingshoeveelheid uit.

3°. De stroomkaart van KELLER.

De stroomkaart van KELLER voor het Kanaal en de Noordzee, Plaat XIII, heeft ten doel om eene aanschouwelijke voorstelling te geven van de rigting en de kracht der stroomen in die vaarwaters, en van de oogenblikken, waarop zij in de verschillende punten kenteren, tijdens de syzygiën. Door die voorstelling wordt de zeeman in staat gesteld om door eenvoudige afpassing, voor elk uur van den dag, den stroom te bepalen, waarin hij zich bevindt, benevens de bijzonderheden, die voor hem in verband daarmede van gewigt kunnen zijn. Belangrijk moeten wij den vooruitgang der wetenschap noemen, die onder dezen geschikten vorm de oplossing van een vraagstuk heeft weten te geven, waarbij de veiligheid der zeevaart zoo naauw is betrokken. Nadat het doelmatige dier kaart proefondervindelijk bewezen is, schromen wij niet het gebruik daarvan ten zeerste aan te raden. Een goed begrip van de inrigting en de zamenstelling der kaart is echter noodig, om haar met

(*) Voor de kennis van de rigting van den stroom op de verschillende uren van den dag voor onze gaten, is de getij-roos van den Kapitein Luitenant ter zee F. LAMBERT zeer gemakkelijk.

vrucht te gebruiken, waarom wij zullen trachten een en ander zoo beknopt mogelijk te verklaren.

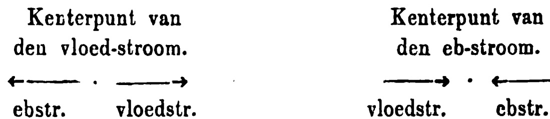
Het middelste gedeelte van de plaat is eene gewone wassende kaart van het Engelsche kanaal en een gedeelte der Noordzee. Het net van de kaart is met voordacht schuins geplaatst, opdat de hoofdrigting van den stroom door eene horizontale lijn zou kunnen worden voorgesteld.

De rigting van den stroom, bij zijne grootste snelheid, wordt aangewezen door de kromme lijnen, die in de strekking van het vaarwater zijn getrokken.

Dwars over het vaarwater heen, merkt men zwaardere lijnen op, zooals b. v. tusschen de Scilly eilanden en het eiland Bas, tusschen kaap Lizard en les Sept-Iles, enz. Die lijnen vereenigen de punten, waarin de stroom op hetzelfde oogenblik kentert, weshalve wij haar kenterlijnen noemen. Bij elke kenterlijn zijn, onder elkander, twee Romeinsche cijfers gevoegd (*). Het bovenste cijfer, dat regts van de lijn staat, waarbij het behoort, wijst het oogenblik tijdens de syzygiën aan, waarop in alle punten van die lijn de vloed-stroom kentert en in eb-stroom overgaat. Het onderste cijfer, ter linkerzijde van de kenterlijn, wijst voor alle punten van die lijn het tijdstip aan, waarop de kentering van den eb-stroom plaats heeft. Beide tijdstippen gelden voor het midden van een tijdvak, dat ongeveer 40 minuten duurt. De plaatsen, waarover de kentering zich uitstrekt, liggen ter wederzijde van elke kenterlijn, op ongeveer een derde van de ruimte, die tusschen de onmiddellijk voorgaande en de volgende kenterlijn is begrepen. De opgaven der kaart gelden voorts alleen voor die punten, welke verder van den wal liggen dan 1,5 mijl.

Blijkens de kaart, valt het tijdstip, waarop de vloed-stroom kentert, voor de punten, die men van de linker- naar de regterzijde gaande achtereenvolgens bereikt, gedurig later in. Bevindt men zich b. v. in de lijn Scilly-Bas te VII^u tijdens de syzygiën, dan heeft men kentering van den vloed-stroom, doch in de lijn Lizard-Sept-Iles heeft de kentering eerst te VIII^u plaats, en er moet dus aan de regterzijde van de eerstgenoemde lijn een stroom naar de regterzijde loopen. Aan den linkerkant van de bedoelde lijn, begint uit den aard der zaak een stroom te werken, die links is gerigt, zoodat men zich moet voorstellen dat de kenterlijn van den vloed twee stroomen scheidt, die zich daarvan verwijderen. Past men dezelfde redenering toe op de kentering van den eb-stroom, dan komt men tot een tegenovergesteld besluit, namelijk dat de beide stroomen naar de kenterlijn van den eb-stroom zijn gerigt, aldus:

(*) De opgaven der kaart zijn ontleend aan de waarnemingen hoofdzakelijk verrigt door HALLEY, WHITE, HEWITT, BEECHEY en anderen.



Gedurende de kentering van den vloed- en eb-stroom, loopen er dwarsstroomen, welker rigting wordt aangewezen in de kaart door pijltjes, die boven elkander staan. Het bovenste pijltje toont de rigting aan van den dwarsstroom tijdens de kentering van den vloed-stroom, het benedenste die tijdens de andere kentering.

In het midden van het vaarwater behoeft men op de dwarsstroomen niet te letten. In de nabijheid echter van den wal of voor de zeegaten is zulks wel noodzakelijk. In de nabijheid van uitstekende landpunten, loopen de dwarsstroomen bij de kentering van den eb-stroom over het algemeen *uit* den wal, en *in* den wal bij de kentering van den vloedstroom. In de groote baaijen daarentegen loopen die stroomen onder dezelfde omstandigheden juist in eene tegenovergestelde rigting.

In dat gedeelte van het vaarwater, hetwelk door eene tint is aangeduid, loopt de vloed- en eb-stroom heen en terug in dezelfde rigting en bestaan geene dwarsstroomen.

Uit den aard der zaak moet de vereeniging van de dwarsstroomen met de stroomen, die in de strekking van het vaarwater loopen, rondgaande stroomen veroorzaken. De pijltjes, waarvan de punt naar boven is gerigt, duiden stroomen aan, die *tegen zon* rondgaan. Is de punt van den pijl benedenwaarts gerigt, dan duidt zij een stroom aan, die *met zon* rondgaat.

Rondgaande stroomen *met zon* heeft men in den mond van het *Engelsche* kanaal, tot aan den meridiaan van *Start-point*, in de *Noordzee* van de *Maas* tot NO van *Groningen*, en op de parallel van *Texel*. Strekken zich die stroomen over het algemeen dwars over het geheele vaarwater uit, zoo blijven zij van *Start-point* tot *Orfordness* steeds in de nabijheid der kust.

Rondgaande stroomen *tegen zon* treft men aan op de kusten van *Frankrijk*, *België* en *Nederland*, van *Ouessant* tot de *Maas* en in de *Jutsche* golf van de rigting die NO is van *Groningen* tot aan het *Skager-rak*. Behalve in het laatstgenoemde vaarwater en in de golf van St. *Malo*, alwaar die stroomen zich verder in zee openbaren, blijven zij in de nabijheid der kust.

De kleine cirkels op de kaart in den vorm van wijzerplaten van uurwerken, wijzen de rigting aan van den rondgaanden stroom op de verschillende uren van het getij. De doorgetrokken gebogen pijl in de bovenste cirkeltjes wijst den vloed-stroom, de gestippelde gebogen pijl in de benedenste den eb-stroom aan. Het cijfer, dat bij het midden van den pijl staat, geeft het uur aan, waarop de stroom zijne grootste snelheid

bereikt, en tevens het tijdstip van de kentering der dwarsstroomen. De grootste snelheid van deze dwarsstroomen komt weder overeen met het tijdstip van kentering van den stroom, die in de rigting van het vaarwater loopt, welk tijdstip gevonden wordt op de uiteinden der middellijn, die evenwijdig is aan de rigting van den laatstgenoemden stroom, tijdens zijne grootste snelheid.

Een punt, dat gelegen is ter plaatse waar rondgaande stroomen loopen, zal dus gedurende zes uren vloed- of eb-stroom hebben, zooals door den volgetrokken of den gestippelden pijl wordt aangewezen, terwijl in het algemeen twee diametraal tegenover elkander staande uren in het cirkeltje twee tijdvakken van zes uren aanduiden, waarin twee tegenovergestelde stroomen loopen. De middellijn van het cirkeltje, die evenwijdig is aan den koers van het schip, toont dus aan, in welke tijdvakken de stroom mede en tegen zal zijn, terwijl de middellijn, die loodregt staat op de eerstgenoemde, twee stroomen scheidt, waarvan de een eene afwijking van het schip naar de regter-, de ander eene afwijking naar de linkerzijde zal trachten te veroorzaken.

Voor schepen die het vaarwater, waarin rondgaande stroomen loopen, moeten oversteken, zal het letten op bovenstaande bijzonderheden van veel gewigt kunnen zijn.

De cijfers in de kaart, waarbij de letter *m* staat, duiden de grootste plaatselijke snelheid van den stroom aan, in mijlen per wacht, tijdens den springvloed, waarvan de coëfficiënt is 1,00. Die snelheid verandert in reden van de coëfficiënten, welke staan opgegeven in de Annuaire, publié par le bureau des Longitudes, onder de rubriek: Tableau des plus grandes marées de l'année.

Gaan wij thans over tot de beschouwing van het benedenste deel der kaart, waarin de bijzonderheden der stroomen graphisch zijn voorgesteld.

Om tot deze voorstelling te geraken, trekt KELLER eene horizontale lijn, evenwijdig met de hoofdrigting van den stroom, in het midden van het vaarwater, waarop hij eene schaal van minuten of kwart mijlen afzet, ter grootte van de minuut op de gemiddelde Breedte van het vaarwater. Wegens de beperkte ruimte zijn de verdeelingen alleen om de 4 minuten aangegeven. Door die verdeelingen zijn voorts vertikale lijnen getrokken, waarvan alzoo de onderlinge afstand 1 mijl voorstelt.

De vertikale lijnen worden gesneden door een stelsel van onderling evenwijdige, horizontale lijnen, waarvan elke lijn overeenkomt met het uur van den dag der syzygiën, dat met Romeinsche cijfers in de vertikale lijn, gemerkt 0, is aangeduid. Voor de duidelijkheid zijn alleen de uren XII, III, VI en IX aangegeven, is de lijn XII eene zware lijn, de lijn VI een weinig dunner, zijn de lijnen III en IX gestippeld en de overige fijn doorgetrokken.

De zware vertikale lijnen komen overeen met de kenterlijnen in het

middelste deel van de kaart. Zoekt men de doorsneden van eene dier zware lijnen, b. v. die van Lizard-Sept-Iles met de twee horizontale lijnen, waarbij dezelfde Romeinsche cijfers staan, als bij de kenterlijn, dus met II en VIII, dan heeft het punt *A*, dat men alsdan verkrijgt, betrekking op de kentering van den eb-stroom, en evenzoo de doorsnede *B* op die van den vloed-stroom en *C* weder op die van den eb-stroom. De vertikale afstand *AB* zal klaarblijkelijk den duur van den vloed-stroom, *BC* dien van den eb-stroom in uren aanwijzen.

Zoekt men nu op dezelfde wijze al de snijpunten van de kenterlijnen, met de daarbij behoorende horizontale tijdlijnen, en vereenigt men de aldus verkregen kenterpunten, die tot den vloed-stroom behooren, door regte lijnen, terwijl men evenzoo handelt met de kenterpunten van den eb-stroom, dan zal men schuinsche strooken verkrijgen, waar binnen de vloed- en eb-stroom bepaald zullen zijn. Voor de duidelijkheid is de strook, die bij den vloed-stroom behoort, door eene tint aangewezen.

De horizontale pijltjes wijzen de rigting aan van de stroomen, waarvan de gemiddelde snelheid, in mijlen per wacht, door de daarbij gevoegde cijfers is aangewezen. Die gemiddelde snelheid bedraagt $\frac{2}{3}$ van de grootste snelheid, welke laatste op het middelste deel der plaat staat opgegeven, en voor het midden van het tijdvak geldt, waarin de stroom loopt. Door die wijziging wordt geene verandering gebragt in den weg, dien de stroom in het volle tijdvak van zijn duur aflegt, dewijl de som der veranderlijke snelheden, die hij in de werkelijkheid bezit, hetzelfde geeft als de gemiddelde snelheid, terwijl de voorstelling aan eenvoudigheid wint.

Op de hoogte van onze kusten verschillen de vloed- en eb-stroom onderling in snelheid, zoodat dan ook twee cijfers bij de overeenkomstige pijltjes staan opgegeven. Over het algemeen hebben echter de bedoelde stroomen gelijke snelheid. Daar waar de stroom in zee veel verschilt van dien in de nabijheid der kust, zooals bij Barfleur en kaap La Hague is de gemiddelde snelheid van den laatstbedoelden stroom aangewezen door een cijfer, dat bij het punt van den naam der plaats staat, waardoor de lijn van hoog-water loopt, op welke lijn wij nader terugkomen. De snelheid van den stroom in zee, wordt in dat geval aangewezen door het cijfer, dat bij den pijl in de witte strook van den eb-stroom staat.

De dwarsstroomen, die tijdens de kentering loopen, zijn door pijltjes op de afscheidingen van de strooken aangewezen. De rigting en de snelheid dier stroomen worden door de rigting en de grootte van den pijl aangeduid. Voor het gedeelte van het vaarwater, dat in de middelste kaart door eene tint is aangeduid, hebben die dwarspijltjes alleen betrekking op de dwarsstroomen van en naar den Franschen, Belgischen en Hollandschen wal, dewijl die op de kusten van Engeland verwaarloosd kunnen worden.

Op de vertikale lijn, die tot eene plaats behoort, waarvan men het havengetal of den tijd van hoog-water tijdens de syzygiën, naauwkeurig kent, is de doorsnede met de overeenkomstige horizontale tijdlijn aangestipt en voorts bij dat punt de naam der plaats gevoegd. De vol getrokken lijn, welke die punten vereenigt, stelt den loop voor van het hoog-water langs den wal en ligt over het algemeen in de strook van den vloed-stroom, behalve voor eenige punten op de Oostkust van Engeland, alwaar de vloed-stroom om de ZW loopt en gelijktijdig invalt met den eb-stroom op de kust van België.

Eene gestippelde lijn voor het laag-water is op overeenkomstige wijze geconstrueerd. Tijdens de quadraturen zij men er op indachtig om deze lijn een half ruitje hooger geplaatst te denken.

Ten einde de ontworpen constructie voor de verschillende dagen der maand te doen dienen, geeft KELLER aan de linkerzijde van de onderste helft der kaart de dagen, die den ouderdom der maan uitdrukken, en op elke tijdlijn het uur van dien dag, dat overeenstemt met het uur tijdens nieuwe of volle maan. Zoo zal b. v. voor de punten, die op de lijn Lizard-Sept-Iles liggen, de overgang van den eb- in den vloed-stroom of de kentering, die tijdens nieuwe of volle maan te II^u plaats heeft, indien de maan 2 dagen oud is, te 3^u invallen.

Vraagt men dus dat oogenblik op zekeren dag, dan zoekt men eerst den ouderdom van de maan op dien datum in den almanak, en leest daarna het cijfer af, dat bij de doorsnede staat van de tijdlijn II^u met de vertikale lijn, waarvan het cijfer aan het hoofd overeenstemt met den gevonden ouderdom. Vindt men b. v. voor dien ouderdom 18^d, dan valt de bedoelde kentering in tusschen 3^u en 4^u, d. i. te 3^{u}30′.

De inrigting van het onderste deel der kaart veroorlooft ons om met een oogopslag te zien, hoedanig het op een bepaald uur van zekeren dag met de stroomen in het Kanaal en het Zuidelijke deel der Noordzee gesteld zal zijn. Men zoekt namelijk daartoe den ouderdom der maan op den gegeven dag, en op de vertikale lijn, die daarmede overeenstemt, het gegeven uur. Volgt men dan de tijdlijn, die door dat uur gaat, dan leest men onmiddellijk af al de verschillende bijzonderheden, die van den stroom gevraagd kunnen worden.

Laat b. v. op den 24sten dag der maan te 9^u gevraagd worden, hoedanig de stroomen zijn, dan zien wij dat het cijfer 9 op de vertikale lijn 24 in de tijdlijn II^u ligt. De laatstgenoemde lijn volgende bespeurt men, dat de vloed-stroom loopt ten Westen van de Sept-Iles; dat de eb-stroom loopt tusschen de Sept-Iles en Cayeux; dat er een vroegere vloed-stroom loopt tusschen Cayeux en Texel, en een vroegere eb-stroom tusschen Texel en Horn P^t in Jutland; dat het op dat uur laag-water is te Cherbourg, doch hoog-water tusschen Vlissingen en Brielle. Nog zal men opmerken, dat op dat oogenblik

voor de punten in de lijn tusschen Tréport en Rye, de eb-stroom reeds gedurende 1 uur heeft geloopen, dewijl de kentering voor die plaatsen te 8^u plaats had, terwijl in zee ter hoogte van Haarlem reeds gedurende 1 uur vloed-stroom loopt.

Een ander vraagstuk, dat men met behulp van het onderste gedeelte der kaart gemakkelijk kan oplossen, is dat van de ruwe bepaling van het oogenblik van hoog-water voor eene gegeven plaats. Men gaat daartoe na welk cijfer staat op het punt, waar de vertikale lijn, die met den ouderdom van de maan op den gegeven dag overeenkomt, de tijdlijn snijdt, die door het punt van hoog-water der plaats gaat. Het gevonden cijfer, met 12 minuten verminderd, zal het oogenblik van hoogwater des morgens zijn, doch met 12 minuten vermeerderd, dat in den namiddag. Deze verbetering van 12 minuten is noodig, omdat het cijfer, dat de kaart aangeeft, het gemiddelde uur is van de twee genoemde tijdstippen.

Van veel gewigt voor den zeeman is ten slotte de oplossing van het volgende vraagstuk.

Gegeven zijnde de plaats van het schip, benevens den dag en het uur, vraagt men in welken stroom dat schip zal zijn.

Om te doen zien op welke wijze men daarbij te werk gaat, stellen wij dat een schip, te 11^u des morgens van den 5^{den} dag der maan, zich bevindt tusschen Start-point en Guernsey. Wij zoeken nu aan de linkerzijde van de benedenste helft der plaat de vertikale lijn, gemerkt 5, en daarop het cijfer 11. Volgt men de horizontale tijdlijn, die door 11 gaat, tot in het punt waar zij de vertikale lijn van Guernsey snijdt, dan zal dit punt de plaats van het schip voorstellen. Zooals men onmiddellijk zal opmerken, is het schip op het gestelde oogenblik in den vloed-stroom, welke stroom op de plaats, waar het schip zich bevindt, nog twee uur zal loopen, dewijl de kenterlijn van vloed- op eb-stroom twee verdeelingen, dus 2^u van het genoemde snijpunt verwijderd is.

Men zij bij de resultaten, die men op de voorschreven wijze vindt, indachtig, dat de constructie niet dan gemiddelde waarden kan geven, en dat men dus op de kracht en de rigting van den wind, die aanzienlijke wijzigingen in den loop en de kracht der stroomen kan te weeg brengen, behoort te letten, ten einde die in aanmerking te nemen.

De andere toepassingen, die nog van de bedoelde kaart zijn te maken, moeten wij uithoofde van onze beperkte ruimte met stilzwijgen voorbij gaan. Wij verwijzen voor bijzonderheden dienaangaande naar het meer genoemde werk: Exposé du régime des courants, enz.

ACHTSTE HOOFDSTUK.

HYDROGRAPHIE.

I. ALGEMEENE BESCHOUWINGEN.

Hebben wij in het tweede hoofdstuk van het I[e] Deel van dit werk de manier leeren kennen, waarop het net eener zeekaart wordt geconstrueerd, dan willen wij thans nagaan, op welke wijze de omtrekken der kusten, de ligging van de daarbij behoorende eilanden en klippen, de diepten der zee en andere voor den zeeman belangrijke zaken daarin worden overgebragt.

De beoefening van de wetenschap, die ons daartoe in staat stelt en den naam van hydrographie draagt, is voor den zeeman zeer belangrijk. De juistheid toch van de bewering, dat de meeste der bestaande kaarten, zoowel wat de naauwkeurigheid, als wat de uitvoerigheid betreft, veel te wenschen overlaten, zal wel aan geene bedenking onderhevig zijn. De ligging b. v. van vele punten op aarde is in de kaarten niet juist aangegeven, en sommige eilanden en klippen van den grooten oceaan zijn daarin zelfs tot in graden onnaauwkeurig geplaatst. Ook in de bijzonderheden van de kaarten valt nog veel te verbeteren. Menig vaarwater is b. v. slechts ruw aangewezen door eene enkele looding hier en daar, en zekerheidshalve door eene uitgestrekte lijn, die door de bijgevoegde woorden: onbekend, gevaarlijk, of hier liggen klippen, den zeeman weinig ruimte overlaat, en hem dikwijls dwingt onnoodig korte slagboegen of lastige omwegen te maken.

Niemand is beter in de gelegenheid dan de zeeman om het gebrekkige van de kaarten op te merken en te verbeteren. Wij achten het derhalve een vereischte, dat hij bekend zij met de wijze, waarop in voorkomende gevallen eene opneming moet geschieden; dat hij weet van welken aard zijne waarnemingen moeten zijn en in welken geest hij die moet volbrengen, opdat zij nevens andere observatiën van vroegeren of

lateren tijd, goede bronnen opleveren voor hem, die met de algemeene vervaardiging van kaarten is belast. Voor den hydrographischen ingenieur, tot wiens werkkring het laatste inzonderheid behoort, hebben al zulke brokstukken groote waarde, mits hunne zamenstelling slechts op eenerlei grondslag berust.

De aard van dit werk gedoogt natuurlijk niet, dat wij de hydrographie in haren geheelen omvang beschouwen. Wij wenschen den zeeman, die met gewone zeeïnstrumenten is toegerust, slechts op eenige bijzonderheden opletteud te maken, die in de hydrographie voorkomen, en hem in korte trekken een algemeen denkbeeld te geven van den gang der werkzaamheden, die daarbij verrigt moeten worden, terwijl wij verder de toepassing aan zijn oordeel en beleid overlaten, bijaldien hij tot het in praktijk brengen van het beschouwde geroepen mogt worden.

Het hoofddenkbeeld, waarvan men bij opnemingen uitgaat, moge door de volgende opmerkingen, die wij zoo beknopt mogelijk stellen, duidelijk worden.

Wanneer wij voor een oogenblik aannemen, dat de Breedte en Lengte van de voornaamste punten van eenig terrein bekend zijn, dan zal men van dat terrein eene zeekaart kunnen vervaardigen door de bedoelde Breedten en Lengten eenvoudig in eene wassende kaart af te zetten. Nu is het echter duidelijk dat de Breedte en Lengte van al die punten niet regtstreeks kan worden afgeleid uit de waarneming van de hemellichten. Behalve toch dat op die wijze noodeloos tijd zou worden verspild, zoo zou de betrekkelijke ligging der punten van het terrein onderling, waarop het bij kaarten voornamelijk aankomt, nimmer behoorlijk kunnen worden teruggegeven, uithoofde van de onvermijdelijke fouten, waarmede die Breedten en Lengten immer zouden zijn aangedaan. Men bepaalt dus alleen van enkele zeer voorname punten de Breedte en Lengte, volgens de methoden, die wij daartoe in het II[e] Deel van dit werk hebben aangewezen, en zoekt die coördinaten van de andere punten door middel van driehoeksmeting, peilingen, enz.

Wanneer men een klein deel van de oppervlakte der aarde, b. v. eene baai, eenige eilanden, enz. in kaart wil brengen, dan denkt men zich een horizontaal vlak door het punt, dat in het midden van het op te nemen terrein ligt, en projecteert de andere punten van het terrein op dat vlak. Vereenigt men vervolgens de projectiën van de hoofdpunten van het terrein twee aan twee door regte lijnen, dan wordt zoodoende over het op te nemen terrein een denkbeeldig net van platte driehoeken gevormd, waarvan de bedoelde punten de hoekpunten uitmaken. De hoeken van deze driehoeken worden met zorg bepaald, en eene zijde van een der driehoeken, waaraan men den naam van bazis geeft, wordt met de meest mogelijke naauwkeurigheid gemeten. De hoofdpunten behooren zoodanig gekozen te worden, dat de driehoeken, welke zij vormen en

van den 1sten rang genoemd worden, zoo groot mogelijk vallen en tevens nagenoeg gelijkzijdig zijn. Nimmer bezige men driehoeken, waarvan een der hoeken kleiner is dan 30°.

Zijn de bazis benevens twee hoeken van elk der genoemde driehoeken bekend, dan kan men achtereenvolgens de zijden daarvan berekenen, en zich daardoor genoegzame gegevens verschaffen, om die driehoeken volgens eene willekeurige schaal in teekening te brengen, waardoor men dan even zooveel hoofdpunten in de kaart zal hebben, waarvan de betrekkelijke ligging naauwkeurig bekend is. Hierbij zij opgemerkt, dat men, inzonderheid van de hoofddriehoeken, niet slechts twee, maar drie hoeken van elken driehoek meet, ten einde uit de som dier hoeken te kunnen opmaken, in hoeverre de hoekmetingen naauwkeurig zijn geweest.

Is het hoofddriehoeksnet ontworpen, dan vereenigt men de belangrijke punten, binnen den hoofddriehoek gelegen, met de hoekpunten door regte lijnen, en verdeelt hem alzoo in kleinere driehoeken, die van den 2^{den} rang worden geheeten, en zoo mogelijk moeten voldoen aan de voorwaarden, die wij bij de hoofddriehoeken hebben aangegeven. Meet men vervolgens de hoeken van deze driehoeken, dan zal men in staat zijn, om ook de betrekkelijke ligging van de secundaire punten te bepalen. Het terrein zal derhalve, wanneer men het aantal punten slechts groot genoeg neemt, op eene gemakkelijke wijze in kaart gebragt kunnen worden. Van een terrein, dat minder dan 12 à 15 vierkante mijlen groot is, zal volgens bovenstaande manier eene kaart kunnen vervaardigd worden, dewijl het deel van de aardoppervlakte, dat binnen die uitgebreidheid blijft, nog als plat mag worden aangemerkt.

Is het terrein, dat men in kaart wil brengen, zoo uitgestrekt, dat het niet meer als plat beschouwd kan worden, dan wordt de opneming van veel omvattenden aard. Het in kaart brengen van een dergelijk terrein, wanneer men de grootst mogelijke naauwkeurigheid wil bereiken, behoort tot het gebied der géodésie. Wij willen trachten, om in korte trekken het beginsel aan te wijzen, waarvan men daarbij uitgaat.

Men verdeelt het op te nemen terrein in een aantal hoofddriehoeken, waarvan de hoeken door voorname punten van het terrein worden ingenomen. Deze driehoeken moeten, volgens LAPLACE, voor zooverre de gesteldheid van het terrein en het vermogen van de kijkers der meetwerktuigen zulks toelaat, zoo groot mogelijk en nagenoeg gelijkzijdig zijn. Volgens PUISSANT neme men de hoofddriehoeken, van de bazis afgerekend, niet dadelijk zoo groot mogelijk, wanneer het driehoeksnet zeer langwerpig is, maar geve die gaandeweg meer uitgebreidheid, totdat zij in overeenstemming zijn met de localiteit en de meetwerktuigen.

Van elken driehoek meet men, met behulp van astronomische werktuigen, de drie hoeken zoo naauwkeurig mogelijk, bepaalt van een der

driehoeken de lengte van eene zijde, die men als bazis aanneemt, met de grootste zorgvuldigheid, en ook het azimuth daarvan, terwijl men bovendien de Breedte en Lengte van een der uiteinden van de bazis waarneemt. Met behulp van deze gegevens stelt men zich voor om de Breedte en Lengte van elk der hoofdpunten te berekenen, welke punten daarna volgens die berekende Breedten en Lengten in kaart worden gebragt.

Ten einde de bedoelde berekening te volbrengen, denkt men zich het vlak van de zee tot onder of boven het op te nemen terrein uitgebreid, en voorts de hoofdpunten van het terrein door regte lijnen met het middelpunt van de aarde vereenigd. De doorsnijdingen van die lijnen met het sphaeroïdale oppervlak van de zee stellen dan de punten van het terrein voor, die men in kaart zal brengen, zoodat ook de bazis en de gemeten hoeken tot dat sphaeroïdale vlak moeten herleid worden. Vervolgens denkt men zich een bol, die met het sphaeroïdale vlak van de zee, ongeveer bij het midden van het op te nemen terrein, zoo na mogelijk overeenstemt, brengt de hoekpunten van de sphaeroïdale driehoeken op dien denkbeeldigen bol over, vereenigt die twee aan twee door bogen van groote cirkels, en verkrijgt zoodoende een net van denkbeeldige bolvormige driehoeken, waarvan de zijden berekend moeten worden.

Dewijl de zijden van deze driehoeken zeer klein zijn in verhouding tot den straal van den denkbeeldigen bol, waarop zij liggen, zoo kan men de bedoelde driehoeken, volgens een theorema door LEGENDRE aangewezen, herleiden tot platte driehoeken, waarvan de zijden dezelfde lengte hebben als die van de overeenkomstige bolvormige driehoeken, en vervolgens voor de berekening van de lengte der zijden, de formulen van de platte trigonometrie bezigen. Om die herleiding te bewerkstelligen, vermindert men de som van de drie hoeken des bolvormigen driehoeks met 180°, en vervolgens elk der hoeken van den genoemden driehoek met $\frac{1}{3}$ van de gevonden overmaat, indien die hoeken nagenoeg gelijk zijn, en anders naar gelang van hunne grootte met een evenmatig deel daarvan. De bedoelde overmaat bestaat gedeeltelijk uit het sphaerisch exces en gedeeltelijk uit de fouten, die bij de bepaling der hoeken zijn begaan. Men berekent het sphaerisch exces volgens eene der bekende formulen, vergelijkt daarmede de bevonden overmaat, ten einde over de juistheid der waargenomen hoeken te kunnen oordeelen, en past vervolgens de waargenomen overmaat, zooals gezegd is, toe, indien het verschil tusschen de genoemde grootheden zekere grenzen niet te buiten gaat.

Heeft men nu de lengte van de zijden der driehoeken berekend, dan bepaalt men, met behulp van die zijden en de azimuths daarvan, uitgaande van het punt, waarvan de Breedte en Lengte regtstreeks is waargenomen, de Breedten en Lengten van de hoekpunten op den denk-

beeldigen bol, welke coördinaten ten slotte op het sphaeroïdale oppervlak van de zee worden overgebragt.

De formulen, welke door C. F. GAUSS voor de aangewezen berekeningen gegeven zijn, vindt men o. a. in SAWITSCH, Abriss der practischen Astronomie, u. s. w. zweiter Band, Seite 289.

Bij hydrographische opnemingen van zeer uitgestrekte kustlanden, zouden aan het meten van eene behoorlijke bazis zeer groote bezwaren verbonden zijn, terwijl bovendien eene kleine fout bij den aanvang gemaakt, door de aaneenschakeling der verschillende driehoeken tot een zeer aanzienlijk bedrag zou kunnen opklimmen. Men bepaalt derhalve in dat geval liever de Breedte en Lengte van eenige hoofdpunten, of de Breedte en het azimuth van het eene punt ten opzigte van het andere door sterrekundige waarnemingen, zet die grootheden in eene wassende kaart af en brengt op die wijze de bedoelde hoofdpunten daarin over, zooals later bij de nadere behandeling van dit onderwerp zal worden aangetoond.

Beschouwen wij thans eenige bijzonderheden, de hydrographie betreffende, meer van nabij.

II. DE OPNEMING VAN EENE BAAI.

De werkzaamheden, die bij deze opneming voorkomen, bestaan:

1°. in eene algemeene triangulatie der voornaamste punten;

2°. in het kiezen en meten van eene bazis;

3°. in de bepaling der diepten van het vaarwater;

4°. in de waarneming der getijden;

5°. in het maken van landverkenningen;

6°. in het in kaart brengen van hetgeen is waargenomen.

a. DE ALGEMEENE TRIANGULATIE.

Eene eerste en voorname bezigheid is de bepaling van de punten, die als hoekpunten van het driehoeksnet moeten worden aangenomen. Te dien einde roeit of zeilt men in eene sloep de baai rond, verkent uitstekende hoeken, kennelijke punten, enz. en vervaardigt eene ruwe schets van het onderzochte terrein, waarop die punten aangegeven, en ter onderscheiding met letters gemerkt worden.

Heeft de baai b. v. den vorm, zooals in fig. 245 is aangewezen, dan kieze men daarin de punten *a*, *b*, *d*, *e* en *n* zoodanig, dat daaruit de baai kan worden overzien, beschouwe die punten als de hoofdpunten van het driehoeksnet en bestede aan de bepaling van hunne ligging de meest mogelijke zorg, omdat daarop de geheele opneming wordt gebaseerd.

Heeft de baai eene betrekkelijk grootere uitgestrektheid, dan neme men uit den aard der zaak het aantal hoofdpunten grooter.

Men plaatst vervolgens in de punten *a*, *b*, *k*, *c*, enz. bakens met vlaggen of schermen van latwerk voorzien, welke laatsten zoodanig behooren geschilderd te zijn, dat zij goed in het oog vallen, en dus bij voorkeur zwart, als zij zich tegen de lucht, doch wit als zij zich tegen een donkeren achtergrond vertoonen.

Nadat deze werkzaamheden zijn afgeloopen, meet men bij de verschillende bakens de hoeken *eab*, *nab*, *abe*, *abn*, *bcd*, enz. ten einde de gegevens te erlangen voor de driehoeken *aeb*, *anb*, *ebd*, *bcd*, *afe*, enz., met behulp waarvan de punten worden bepaald, die den veelhoek der figuur vormen, zoo als door de verschillende lijnen daarin is aangewezen. De bedoelde hoeken worden in een opzettelijk daartoe aangelegd register zorgvuldig aangeteekend.

Omtrent de eilanden, die zich in het vaarwater bevinden, valt op te merken, dat men de ligging van den hoogsten top van het eiland bepaalt, en voorts den omtrek met behulp van eenige goed zigtbare merken langs het strand. Zoo zal men b. v. van het eiland *E* den top *n* als hoofdpunt bepalen uit driehoek *anb*, doch de secundaire punten *g*, *m*, enz. langs het strand uit de driehoeken *egd*, *bmd*, enz.

Is het terrein, waarop de bakens geplaatst zijn vlak of weinig golvend, dan zullen de gemeten hoeken als horizontaal mogen beschouwd worden. Is zulks echter niet het geval, dan moeten die hoeken tot den horizon worden herleid, of men moet voor de meting een vaststaand hoekmeetwerktuig, b. v. een theodoliet gebruiken, waarvan het cirkelvlak horizontaal blijft, en waarmede dus het verschil in azimuth tusschen twee punten kan worden gemeten.

Ten einde het beloop van het strand en ook kleine bijzonderheden van het terrein te bepalen, kan men met behulp van het planchet, op de bekende wijze, van het terrein tusschen de bakens eene schets maken, naar eene schaal ter dubbele grootte van die der kaart, welke schets later dient om de kaart te voltooijen.

Bij eenige oefening kan eene dergelijke schets zeer goed en spoedig worden vervaardigd, met behulp van eene s m a l c a l d e r b o u s s o l e, of wanneer men die niet bezit, met behulp van een peilkompas, waarmede de rigtingen tusschen de hoofdpunten van de schets onderling worden bepaald. De afstanden tusschen die punten, welke tevens bekend moeten zijn, kan de waarnemer afleiden uit het aantal passen, dat hij tot het doorloopen van elken afstand met zijn gewonen gang heeft moeten doen, wanneer hij weet met hoeveel ellen een zeker aantal van zijne passen overeenkomen. Om de laatstbedoelde verhouding te bepalen, doorloope de waarnemer met zijn gewonen pas een afstand van b. v.

20-el herhaalde malen, en neme het gemiddelde aantal passen, dat hij tot het afleggen van dien afstand heeft moeten doen.

b. HET KIEZEN EN METEN VAN EENE BAZIS.

Bij de verkenning van de baai, heeft men tevens onderzoek gedaan naar een vlak en vrij terrein om de bazis uit te zetten. Een gedeelte van het strand is daartoe in den regel het meest geschikt.

Slechts zelden zal de beschikbare ruimte zoo groot zijn, dat men den afstand tusschen twee hoofdpunten tot bazis kan aannemen. Is die ruimte zooals gewoonlijk klein, dan gebruike men de daarop afgepaste bazis alleen om eene der zijden van een hoofddriehoek te bepalen, en beschouwt die zijde als eene nieuwe bazis, waarop het werk wordt voltooid.

Vele opnemers vergenoegen zich, wanneer zij eene baai moeten opnemen, met eene kleine bazis, en meten in de uiteinden daarvan de hoeken, die de verschillende bakens met het baken in het andere uiteinde vormen. Ofschoon het nu in het algemeen goed is om zooveel hoekmetingen mogelijk met de bazis te verbinden, zoo is de bedoelde manier toch niet aanbevelenswaardig, dewijl de driehoeken van het net alsdan eene zijde hebben, die zeer klein is, namelijk de bazis, waardoor eene kleine fout in de gemeten hoeken een grooten invloed op de andere zijden, die daarmede bepaald worden, zal uitoefenen. Bezigt men echter de kleine bazis alleen voor de bepaling van eene enkele zijde, en vervolgt men op deze laatste het werk, dan zullen wel is waar ook in die zijde fouten te vreezen zijn, doch die fouten gaan in al de afstanden, welke met behulp van die nieuwe bazis worden bepaald, meer gelijkmatig over. Men zal dus verzekerd kunnen zijn, dat de betrekkelijke ligging der punten onderling weinig van de werkelijkheid zal afwijken, zoodat de gedaante van het terrein op die wijze het naauwkeurigst zal worden voorgesteld. De bazis dient om de grootte van het terrein te doen kennen.

De wijze, waarop de bazis wordt gemeten, hangt af van de omstandigheden, waaronder men zich bevindt. Stelt *ab*, fig. 245, de bedoelde bazis voor, op een vlak en horizontaal terrein, dan mete men de lengte daarvan met behulp van een meetketting of meetveer op de bekende wijze eenige malen, en neemt uit de verschillende resultaten het gemiddelde.

Met zeer veel vrucht kan men zich ook tot het meten van eene bazis bedienen van gewone houten latten, wanneer deze 5 Ned. el lang, niet te dun, met kokende lijnolie bestreken en goed vernist zijn. Bij het gebruik ondersteune men elke lat, door middel van schraagjes, die op ¼ en ¾ van de lengte der lat daaronder zijn geplaatst. Men laat voorts de latten, onder de meting, met de uiteinden een weinig van elkander

verwijderd, ten einde het gevaar van verschuiving te ontgaan, die al ligt zou kunnen plaats hebben, indien men de uiteinden tegen elkander bragt. De ruimte, die daarbij overblijft, wordt gemeten met behulp van eene wig, waarvan b. v. de dikte tot de lengte staat als 1 tot 10, en waarvan de schuine kanten zoodanig verdeeld zijn, dat elke verdeeling met 1 streep verwijding overeenkomt. De stuiken der meetlatten kunnen met ijzeren scheenen voorzien en regthoekig afgewerkt zijn of afgerond. In het laatste geval heeft men eene kleine standvastige correctie voor de afronding toe te passen. Het is van gewigt om de meetlatten na de meting van de bazis zorgvuldig te bewaren, tot dat er gelegenheid is om de lengte van de latten met een standaardmeter te vergelijken. Door de lengte van eene lat verstaat men den afstand tusschen de horizontale projectiën van de uiteinden, als de lat op de boven gemelde wijze is ondersteund. Door de lengte der lat op die wijze te rekenen, wordt men bevrijd van de fouten, die anders ten gevolge van de doorbuiging der lat in den afstand konden worden begaan.

Bezit men geene andere hulpmiddelen, dan kan men zich behelpen met een meetlint, of als laatste toevlugt op droog terrein, met eene drooge, goed gerekte loglijn, die om de tien el is gemerkt. Heeft men eene bazis op vochtig terrein te meten, dan moet de loglijn, alvorens men haar merkt, goed nat worden gemaakt. Herhaalt men de meting van de bazis daarmede eenige malen, dan zal het gemiddelde der resultaten de lengte tamelijk naauwkeurig doen kennen.

In sommige werken wordt nog aangegeven, om ter bepaling van de lengte der bazis, den hoek te meten, dien eene plank van bekende afmetingen, in het eene einde der bazis loodregt opgesteld, in het oog des waarnemers maakt, die zich in het andere uiteinde bevindt. De fout, die men echter in de meting van den genoemden hoek met een sextant, zelfs bij groote oplettendheid kan begaan, maakt den aldus bepaalden afstand veel minder zeker, dan die welke door regtstreeksche meting wordt verkregen, terwijl men bovendien nog in aanmerking moet nemen, dat in het gestelde geval de lengte van de plank de eigenlijke bazis van de opneming wordt.

Is het terrein hellende, dan behoort de helling, bij het meten van de bazis, in aanmerking te worden genomen. Ten einde zulks te bewerkstelligen met de gebrekkige hulpmiddelen, die men gewoonlijk aan boord heeft, zoo handele men op de volgende wijze, indien men b. v. voorzien is van de vroeger genoemde latten en van een gewoon timmermans-waterpas. Men legt de latten, met behulp van het waterpas, op schraagjes zuiver horizontaal, de eene hooger dan de andere, en brengt de stuiken van twee op elkander volgende latten in aanraking met de koord van een schietlood, waarvan het gewigtje in een bakje met wa-

ter hangt, opdat de wind daarop minder vat hebbe. De horizontale afstand tusschen de beide uiteinden der bazis zal dan gemakkelijk kunnen worden bepaald uit het aantal latten, dat men op die wijze heeft noodig gehad, waarbij nog moet worden gerekend op de dikte der koord van het schietlood. Kan de helling van het terrein met behulp van een artificiëelen horizon worden bepaald, dan is het welligt verkieslijker om de latten schuins te leggen en den gemeten hellenden afstand tot den horizon te herleiden.

Levert het terrein geene gelegenheid op om eene bazis regtstreeks te meten, dan kan men den afstand tusschen twee punten A en B, fig. 246, bepalen, met behulp van de bekende hoogte van het tuig van het schip, dat wij ons in S vertuid denken. Hiertoe meten twee waarnemers in de genoemde punten, te gelijker tijd, de hoeken $SAB = \alpha$ en $SBA = \beta$, gevormd door de rigting van de bazis AB en de rigtingen AS en BS, waarin zich de waarnemers ten opzigte van den mast SS' bevinden, dien wij ons voorloopig tot de waterlijn verlengd voorstellen. Meten de waarnemers bovendien de hoeken $SAS' = \varphi$ en $SBS' = \varphi'$, waaronder de bekende hoogte h van den mast door hen wordt gezien, dan zal men de afstanden AS en BS, en vervolgens hiermede en met de hoeken α en β den afstand AB kunnen berekenen. Bevinden de waarnemers zich namelijk met het oog in het horizontale vlak, dat door S gaat, dan is

$$AS = h \operatorname{cotg} \varphi \qquad BS = h \operatorname{cotg} \varphi$$

$$AB = AS \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} \quad \text{en} \quad AB = BS \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}.$$

De beide waarden, die men volgens deze formulen voor AB verkrijgt, mogen slechts weinig van elkander verschillen, terwijl het gemiddelde daarvan als de gevraagde lengte der bazis moet worden aangemerkt.

Door de hoogte van den mast verstaat men den loodregten afstand van den kloot tot de waterlijn. Om dezen te bepalen, meet men eerst den afstand van den kloot tot het dek en hijscht daartoe door het schijfje van den kloot eene goed bijgerekte, dunne, oude lijn, voorzien van een kneveltje. Is het kneveltje vóór geheschen, dan merkt men zorgvuldig de lijn ter plaatse, waar zij loodregt achter den mast nederhangende het dek ontmoet, en meet daarna den afstand tusschen dat merk en het kneveltje, terwijl de lijn gaandeweg wordt doorgeschaakt. Dewijl de hoogte van het dek boven water als bekend kan worden aangemerkt, zoo zal men door de som van beide hoogten te nemen, de gevraagde hoogte van den kloot boven water vrij naauwkeurig vinden.

Tot het meten van den hoek, waaronder de hoogte van het tuig gezien wordt, is het doelmatig, vooral indien de afstand tamelijk groot is, om eene donkere vlag stijf ineengerold in top te hijschen, ten einde

de kloot, die dan minder goed zigtbaar is, te vervangen. Ook is het raadzaam om buiten boord, ter hoogte van de waterlijn, eene reep wit doek te bevestigen, opdat ook die lijn op eenigen afstand met de noodige scherpte zal onderkend kunnen worden.

Het is duidelijk dat de zaak zich in de werkelijkheid nimmer zoo zal toedragen, als in het bovenstaande is voorgesteld. Het oog van den waarnemer is namelijk meestal eenige voeten boven de zee verheven, en de gemeten hoeken zouden derhalve tot het horizontale vlak moeten herleid worden, alvorens men de gegeven formulen zou mogen bezigen. Is de hoogte van het oog des waarnemers boven de zee niet groot, dan kan men haar in de punten A en B zoo goed mogelijk door gissing bepalen en aan boord, op gelijke hoogte boven de waterlijn, de vroeger genoemde reep wit doek aanbrengen. Maakt men dan tevens op dat doek een goed zigtbaar teeken, ter plaatse waar de loodlijn, uit den top neergelaten, het doek snijdt, dan zal het punt S, ook al heeft het tuig eenige helling, behoorlijk zijn aangewezen, en de driehoeken SAS' en SBS' zullen, op zeer weinig na, regthoekig zijn in S. Wil men zeer naauwkeurig te werk gaan, dan mete een waarnemer aan boord, wiens oog wij ons in S denken, te gelijk met de andere waarnemers, de hoeken ASS' en BSS', terwijl de meergenoemde reep doek ter hoogte van het punt S buiten boord wordt aangebragt. De afstanden AS en BS worden dan uit de scheefhoekige driehoeken SAS' en SBS' berekend.

Biedt het terrein ook voor bovenstaande manier geene gelegenheid aan, dan kan men den afstand van het schip tot eenig punt aan den wal als bazis nemen. Die afstand wordt weder bepaald door b. v. uit een punt A, fig. 247, waarvan de ligging zoodanig moet worden gekozen, dat daaruit vele punten van de baai zigtbaar zijn, de hoogte van het tuig van het schip in S te meten. Meet men vervolgens in S de hoeken ASa, ASd, ASB, enz., en in A de hoeken aAS, dAS en BAS, enz. dan zal de ligging van de punten a, d, B, enz. daardoor bepaald zijn. Om het andere gedeelte van de baai op te nemen, kieze men b. v. een punt C juist in de rigting van BS, bepaalt de ligging van C ten opzigte van A en S, en met behulp van de hoeken BAC en ABC tot verificatie, ook die ten opzigte van B, en beschouwt BC als eene nieuwe bazis, met behulp waarvan de punten b, c, enz. bepaald kunnen worden.

Is men in vijandelijk land, zoodat het landen onraadzaam zou zijn, dan legge men b. v. in S' eene sloep voor dreg, beschouwe SS' als de bazis en bepale haar zoo goed mogelijk met behulp van de bekende hoogte van het tuig. Dewijl men volgens de vooronderstelling geene bakens aan den wal kan oprigten, zoo zoeke men voor de punten a, d, enz. een kennelijken boom, eene bijzondere rots of diergelijke, en meet de vereischte hoeken ten opzigte van die voorwerpen, of wel, men begeeft zich in gewapende sloepen in punten f, enz. zoo digt mogelijk

bij den wal, in welke punten men door waarnemers, die zich in S en S' bevinden, wordt gepeild. Het is zaak dat een waarnemer in f tevens den hoek meet, waaronder hij SS' ziet, hetgeen op sein kan geschieden, opdat de waarnemingen gelijktijdig plaats zouden hebben.

Wanneer de lengte van de bazis is gemeten, dan moet zij georiënteerd worden, door welke uitdrukking wordt verstaan het bepalen van de rigting, die zij ten opzigte van den meridiaan heeft. Het eenvoudigst handelt men daartoe, door uit het punt *a*, fig. 245, met behulp van eene astronomische peiling, het azimuth van *b* of van eenig ander punt *e* te bepalen. Het is raadzaam om bovendien op die wijze ook nog het azimuth te zoeken van eenige andere zijde van het driehoeksnet. Met behulp van een goed geverifiëerd azimuth-kompas, bepale men tevens aan den wal de plaatselijke miswijzing van het kompas.

C. DE BEPALING DER DIEPTEN VAN HET VAARWATER.

Eene gewigtige bezigheid is het verrigten van de loodingen, ter bepaling van de diepten der baai, van de soort van grond, die men er heeft, en in het algemeen, tot het opsporen van alle bijzonderheden, die het vaarwater aanbiedt.

Zijn de voornaamste punten van de baai voorloopig in kaart gebragt, dan begeven zich eenige waarnemers, ieder voorzien van eene schets der baai, in sloepen, ten einde het vaarwater in alle rigtingen te onderzoeken. Zal dit met eenige regelmaat geschieden, dan is het zaak het werk onder de verschillende sloepen te verdeelen. Te dien einde trekt men op de schets lijnen van het schip naar de hoofdpunten, vereenigt sommige hoofdpunten onderling door regte lijnen, en wijst de verschillende sloepen de lijnen aan, welke ieder in het bijzonder zal hebben af te looden. Is alles gereed, dan steken de sloepen van boord, en iedere sloep roeit langzaam in de haar aangewezen rigting, terwijl er gestadig wordt gelood. Zoodra de diepte of de soort van grond verandert, laat de waarnemer strijken en meet hij, als de sloep stil ligt, de hoeken tusschen drie in de schets gegeven punten, ten einde later volgens het problema van SNELLIUS, deze zijne standplaats te kunnen afzetten. Het is zaak dat de waarnemer bij die hoeken de diepte en de soort van grond, het uur van den dag, benevens de kracht en de rigting van den wind in een opzettelijk daartoe aangelegd journaal opteekent. Men zij er op bedacht, dat de methode van SNELLIUS geen resultaat geeft, wanneer men zich in of nabij den cirkel bevindt, die door de waargenomen punten gaat. Zekerheidshalve neme men dus ook eene peiling van een dier punten met het kompas. Doelmatig is het om de sloep, bij de verschillende peilingen, denzelfden koers te laten voorliggen.

Het kiezen van behoorlijke langs-merken, om zoo mogelijk bij het looden in het vaarwater regte lijnen te doorloopen, is aan te bevelen.

In de nabijheid van banken of klippen en in de geulen van rivieren moet men talrijker loodingen doen, dan in die gedeelten van het vaarwater, waarin de diepte weinig afwisselt en geleidelijk toe- of afneemt.

Naauwlettend zoeke men naar gevaren en loode vooral den ingang van de baai zorgvuldig af. Het onderzoek naar reven geschiedt het best met laag-water, zonneschijn en tevens wolkdrijvende lucht, dewijl de oppervlakte van het water dan minder spiegelend is. Het verkleuren van het water door ondiepten wordt vooral dan goed opgemerkt, als men met den rug naar de zon gekeerd staat, en het is derhalve raadzaam, dat men zich voor het bedoelde onderzoek aan die zijde van het vaarwater begeeft, welke zich in de rigting van de zon bevindt.

Ontmoet men belangrijke punten in het vaarwater b. v. blinde klippen, dan is het goed dat men zoo mogelijk in de onmiddellijke nabijheid daarvan voor dreg ga liggen, ten einde de ligging van die punten met de meeste zorg te kunnen bepalen. Tevens is het nuttig dat men merken opspoort voor het ontdekte gevaar, welke merken in de beschrijving, die de kaart moet vergezellen, worden opgenomen, des noods met opgave der wijze, waarop de bebakening van het gevaar het doeltreffendst zou kunnen geschieden.

Tot verificatie van de loodingen is het doelmatig, om in de schets twee lijnen AB en CD, fig. 248 te nemen, die de voornaamste loodingstrekken snijden. Is nu b. v. AB met laag-water afgelood, terwijl de loodingen CD verrigt zijn op een tijdstip, waarop zij bij de herleiding tot den laag-waterstand, waarover nader, met 3 palm moeten verminderd worden, dan zullen zij na die herleiding worden, zooals in de lijnen $A'B'$ en $C'D'$ is opgeteekend, hetgeen in den regel aantoont, dat er goed gelood is.

a. DE WAARNEMING DER GETIJDEN.

Nog eene hoogst belangrijke waarneming bij opnemingen is die van de getijden. Behalve toch, dat de kennis van de bijzonderheden der getijden gewigtig kan zijn voor het aandoen van de baai, zoo is het bovendien noodig, dat men de afwisseling in hoogte van den waterspiegel kent, ten einde de loodingen, die op verschillende dagen en uren zijn bepaald, te herleiden tot hetzelfde peil, waartoe meestal het laag-waterpeil wordt gekozen.

Om de getijden waar te nemen, worden in eene of meer plaatsen in duimen verdeelde peilschalen opgerigt, welke plaatsen zoodanig moeten worden gekozen, dat het water aldaar geen golfslag ondervindt, of althans dat de golving van het water zoo weinig mogelijk is. Om het

kwartier neme men de hoogte van het water aan de peilschaal waar, en teekene haar in een daarvoor aangelegd register op, benevens het uur van den dag, de rigting en de kracht van den wind en den barometerstand. Het juiste oogenblik, waarop het water den hoogsten of den laagsten stand heeft, kan niet juist worden waargenomen, dewijl het water omstreeks dat oogenblik eenigen tijd stil staat. De volgende constructie moge dienen om dat oogenblik te vinden. Men zet op eene horizontale lijn, eenige tijden voor en na hoog- en laag-water als abscissen, en de overeenkomstige hoogten van het water, loodregt daarop, als ordinaten af. Trekt men dan uit de hand eene kromme lijn zonder sterke bogten, door de uiteinden dier ordinaten, dan zal men het hoogste of het laagste punt dier kromme kunnen opsporen en dus ook het tijdstip van het hoogste of het laagste water kunnen aflezen.

Zijn die waarnemingen eenigen tijd voortgezet, dan zal men daardoor tot eene benaderde kennis van het havengetal kunnen geraken, zooals op bladz. 429 van het II[e] Deel, uitvoerig is verklaard. Door de vergelijking van den stand van het water bij hoog-water, met dien bij het onmiddellijk voorafgaande en volgende laag-water, kan ook de hoogte van het getij worden gevonden.

Nog is het van gewigt, dat men zich vergewisse omtrent de rigting en de kracht van den stroom in de nabijheid van belangrijke punten. Men kan hiertoe nabij die punten in eene sloep voor dreg gaan liggen, en de kracht van den stroom met behulp van de log meten, terwijl zijne rigting wordt gevonden, door met een goed kompas na te gaan, hoedanig de sloep voorligt, of anders door de rigting te peilen, waarin het logplankje wegstroomt. Ook de waarneming van het uur, waarop het getij kentert, is van gewigt.

c. HET MAKEN VAN LANDVERKENNINGEN.

Eene landverkenning is eene zoo getrouw mogelijke afbeelding van den vorm, waaronder het land zich voordoet, indien het volgens eene bepaalde rigting wordt gezien. De landverkenningen zijn over het algemeen van zeer veel gewigt voor de zeevaart en mogen in de kaart geenszins ontbreken, wanneer de mogelijkheid bestaat, dat men zich bij het aandoen van het land kan vergissen. Zij verkrijgen inzonderheid dan veel waarde, wanneer zij geconstrueerd zijn volgens waarnemingen. Hiertoe bepaalt men eenig punt p, fig. 249, met behulp van eene astronomische peiling, en meet met een sextant de hoogten aa', cc', dd', ee' enz. van eenige zeer kennelijke punten, benevens de afstanden pg, pa', pb, pc', enz. van elken vertikaal, welke door die punten gaat, tot het punt p. Zet men dan, naar eene willekeurige schaal, de laatstgenoemde afstanden op eene horizontale lijn, van het punt p

als oorsprong gerekend, als abscissen uit, en de hoogten in de overeenkomstige deelpunten als ordinaten loodregt daarop, dan zal de betrekkelijke ligging dier punten met juistheid zijn voorgesteld, zooals die zal worden gezien, bijaldien men *p* in de gegeven rigting peilt. Het beloop van het land wordt verder uit de hand bijgeteekend.

f. HET IN KAART BRENGEN VAN DE OPNEMING.

De constructie van de kaart wordt dan eerst aangevangen, wanneer men in ståat is om haar geregeld af te werken. Het gedurig oprollen en uitleggen van het papier, en het vochtig worden en uitdroogen daarvan, indien de kaart lang en met tusschenpoozen onder handen blijft, doet het papier krom trekken, waarin natuurlijk dan ook door de teekening zou worden gedeeld.

Bij voorkeur gebruike men voor de teekening sterk papier, dat bij het ombuigen op de vouw niet breekt. Men plakke het papier, nadat het met eene zachte spons geheel is bevochtigd, met de randen op eene zuiver vlakke plank.

Tot het construeren van den regthoek, waarbinnen de teekening besloten blijft, trekt men twee diagonalen, en neemt uit het snijpunt op de vier halve diagonalen gelijke stukken, waarna men de aldus verkregen punten twee aan twee door regte lijnen vereenigt. Deze is de zekerste en de gemakkelijkste manier om een zuiveren regthoek te verkrijgen. Zijn de regte lijnen, welke men moet trekken, langer dan de liniaal, die men bezit, dan kan men die lijnen door enkele punten zeer zuiver aanwijzen, door middel van een dunnen draad, dien men tusschen twee stiften spant, welke stiften in de randen van de teekenplank worden vastgestoken.

De volgende werkzaamheid bestaat in het vervaardigen van de schaal, volgens welke de kaart geteekend moet worden. Die schaal, afhankelijk van de uitgestrektheid van het opgenomen terrein, kan voor eene kleine uitgestrektheid op $\frac{1}{10000}$ genomen worden, door welke uitdrukking wordt te kennen gegeven, dat 1 duim in de kaart met 100 el op het terrein overeenkomt. Is echter de uitgestrektheid van het terrein aanzienlijk, dan neme men naar omstandigheden de schaal kleiner, doch immer zoo groot mogelijk.

Om de opneming in kaart te brengen, d. i. de driehoeken te construeren, die gelijkvormig zijn met de overeenkomstige driehoeken van het terrein, waarvan wij stellen dat de zijden door berekening zijn gevonden, kan men de volgende wegen inslaan:

1°. Men plaatst b. v. het punt *a*, fig. 245, op eene behoorlijke plaats ergens op het papier, trekt door dat punt eene vertikale lijn, of

liever eene lijn evenwijdig aan eene der zijden van den vroeger gemelden regthoek, die den meridiaan dier plaats voorstelt, en zet het azimuth van *ab* af. Neemt men dan op de aldus verkregen rigting een afstand *ab*, volgens de aangenomen schaal, die overeenkomt met den werkelijken afstand *ab* op aarde, dan zal daardoor het punt *b* zijn aangewezen. Beschrijft men vervolgens uit *a* en *b* cirkelbogen, waarvan de stralen de afstanden *ae* en *be* voorstellen, dan zal het snijpunt dier cirkels het punt *e* zijn. Door op dezelfde wijze voort te gaan, zal men ook de andere punten *c*, *d*, enz. kunnen overbrengen.

Omtrent het afzetten van het azimuth en in het algemeen van een gegeven hoek, valt op te merken, dat zulks het naauwkeurigst kan geschieden met behulp van de koorde van dien hoek. Van een hoek φ is de koorde, zooals men weet, gelijk aan $2 \sin \frac{1}{2} \varphi$. Men zoeke dus in de Tafel der natuurlijke sinussen den sinus van den halven hoek voor den straal $= 1$, en neme daarvan het tweevoud. Beschrijft men dan in het punt, waaruit de hoek moet worden afgezet, als middelpunt een cirkelboog met een straal van b. v. 1 palm of 100 streep, en voorts uit het snijpunt van dien cirkel met de lijn, die het eene been van den gevraagden hoek vormt, als middelpunt, met een straal gelijk aan de gevonden koorde vermenigvuldigd met 100 en in strepen uitgedrukt, een anderen cirkelboog, dan zal men het snijpunt dier cirkels slechts met het eerstgenoemde middelpunt door eene regte lijn hebben te vereenigen, om den gevraagden hoek te verkrijgen.

2°. Eene andere manier om de punten van het driehoeksnet te construeren is die met behulp van regthoekige coördinaten. Men neemt daartoe in het midden van de teekening een meridiaan en eene parallel als coördinaat-assen aan, berekent van elk punt de overeenkomstige coördinaten en zet die af. De bedoelde coördinaten kunnen genomen worden ten opzigte van een of ander voornaam punt, dat men als oorsprong aanneemt, waarna zij, voor het gemak van de teekening, herleid kunnen worden tot het punt, dat midden op het papier ligt.

Stellen wij b. v. dat de punten *A*, *B*, *C*, *D* en *E* fig. 251, zijn opgenomen, dan zal, wanneer wij *B* voorloopig als oorsprong aannemen en door dat punt een meridiaan en eene parallel trekken, de ligging van de genoemde punten kunnen uitgedrukt worden door de coördinaten (*Ab*, *bB*), (*Cc*, *Bc*), (*Dd*, *Bd*) enz. Blijkens de vooronderstelling, mogen wij als bekend aannemen: de zijden *AB*, *BC*, *CD*, enz., de verschillende hoeken *ABC*, *BCD*, *CDE*, enz. en ook het azimuth van de verschillende punten onderling.

Zij hoek $ABC = \alpha$, hoek $BCD = \alpha_1$, hoek $CDE = \alpha_2$, hoek $BDC = \alpha_3$, en nemen wij aan dat alleen bepaald was het azimuth van *A* uit *B*, hetwelk wij *a* noemen, dan is

het azimuth van C uit $B = \alpha \; - a = a_1$
» » » D » $C = \alpha_1 - (\alpha - a) = a_2$
» » » E » $D = \alpha_2 - \{\alpha_1 - (\alpha - a)\} = a_3$

en wij kunnen dus berekenen

Ab en Bb voor het punt A uit AB en a
Cc » Bc » » » C » BC » a_1
Dd » Bd » » » D » BD » $a_3 + a_2$
Ef » Df » » » E » DE » a_3

terwijl wij voor de coördinaten van het punt E hebben:

$$Ee = Ef - Dd \quad \text{en} \quad Be = Df + Bd.$$

Verlangt men de gevonden coördinaten van het punt p als oorsprong te rekenen, dan past men daarop de standvastige waarden po en Bo toe. In de beschrijving, die bij de kaart behoort, neme men eene Tafel op, waarin de bedoelde coördinaten in ellen uitgedrukt zijn opgegeven.

Zijn de voornaamste punten in kaart gebragt, dan trekt men met behulp van de detail-teekeningen, zie bladz. 462, eene kromme lijn, die het beloop der kust voorstelt. Van die teekeningen neemt men ook over hetgeen daarop is aangestipt betreffende huizen, die in de nabijheid van het strand staan, bosschen, laag geboomte, geschikte landingsplaatsen en dergelijke zaken, die op de net-kaart hetzij met teekens of met woorden worden aangewezen.

Vervolgens worden de diepten van het vaarwater afgezet. Hiertoe construeert men, volgens de bekende methode van SNELLIUS, het punt, waarop zekere diepte is gelood, en teekent daar ter plaatse die diepte, tot het laagste water herleid en meestal in vademen uitgedrukt, met cijfers aan. Op de kaarten der Nederlandsche zeegaten is de diepte uitgedrukt in Ned. palmen.

Heeft het terrein, dat men heeft opgenomen, eene geringe uitgebreidheid, dan teekent men in de kaart alleen de schaal, naar welke zij vervaardigd is, en brengt op de zijden geene verdeeling aan van Breedte- en Lengte-graden. De Breedte en Lengte van een der punten wordt echter opgegeven, benevens de meridiaan, van waar de laatstgenoemde geteld wordt. Wij zullen later in de gelegenheid zijn om na te gaan, op welke wijze de graadverdeeling bij grootere opnemingen gewoonlijk wordt uitgevoerd.

Omtrent de genoemde Breedte en Lengte van een der punten valt op te merken, dat het noodzakelijk is om in de beschrijving van de kaart te vermelden, op welke waarnemingen die bevinding is gegrond, opdat men later in staat zij om dat resultaat, overeenkomstig haar gewigt, met andere bepalingen van hetzelfde punt in verband te brengen. Nimmer toch kan eene dergelijke bepaling voor absoluut goed wor-

den gehouden, als zij slechts door een enkel persoon is geschied, maar zal alleen de vergelijking van de opgaven van verschillende personen, omtrent de ligging van hetzelfde punt, tot de meest waarschijnlijke waarde moeten leiden.

Heeft men de strekking van de kust, de ligging van eilanden, reven, enz. in de kaart aangegeven, dan gaat men over tot het invullen van de bijzonderheden, als de gesteldheid van de kust, die van de banken en klippen, de rigting der stroomen, de ankerplaatsen, merken, landverkenningen, enz. Zal van eene kaart een gemakkelijk en doeltreffend gebruik gemaakt kunnen worden, dan is het zaak dat men de genoemde invulling zoodanig inrigt, dat men zich met een oogopslag eene volledige voorstelling van het vaarwater kan vormen. Een geschikt middel hiertoe is, dat men de verschillende bijzonderheden van het vaarwater door bekende teekens aanduidt. De navolgende opgave behelst de teekens, zie fig. 261, die op de kaarten, door de commissie tot de verbetering van de Indische zeekaarten uitgegeven, worden gebezigd.

Is eene kust bekend, dan wordt zij op de gewone wijze gearceerd. Kustlijnen, die niet genoegzaam bekend zijn, worden door eene niet gearceerde lijn aangeduid.

Lage kusten worden als *a*, fig. 261, hooge als *b*, rotsige als *c* en zandige kusten als *d* voorgesteld.

Dieptelijnen dienen om van de diepte des bodems in het algemeen eene voorstelling te geven. Aldus beteekent

fig. 261, *e* strand, met laag-water droog,
„ *f* grenslijn voor 3 v^{m} modder of zand, met laag-water,
„ *g* „ „ 5 „ „ „
„ *h* „ „ 7 „ „ „
„ *i* klip- en koraalgrond met laag-water droog,
„ *k* „ „ „ voor 3 v^{m} water,
„ *l* „ „ „ „ 5 „ „
„ *m* „ „ „ „ 7 „ „

De aanwijzing voor banken en klippen, met of zonder branding, is als volgt:

fig. 261, *n* bank of rif met laag-water droog,
„ *o* „ „ „ minder dan 3 v^{m} water,
„ *p* „ „ „ van 3 tot 5 „ „
„ *q* „ „ „ „ 5 „ 7 „ „
„ *r* klip met laag-water droog,
„ *s* „ „ minder dan 3 v^{m} water,
„ *t* „ van 3 tot 5 v^{m} water,
„ *u* „ met meer dan 5 v^{m} water,
„ *v* steenen boven water,
„ *w* bank boven water,
„ *x* altijd branding,
„ *y* zelden branding,
„ *z* verkleuring van water.

De teekens voor de stroomen zijn:

fig. 261, *a'* vloed-stroom,
„ *b'* eb-stroom,
„ *c'* rondgaande stroomen, zonder eigenlijke kentering.

Aanlegplaatsen voor sloepen kunnen door het teeken *d'* worden aangeduid.

Goede ankerplaatsen worden door een geheel anker, minder goede door een anker zonder stok aangewezen.

Ten slotte moeten de geleimerken in de kaart worden aangegeven. Zij worden verschaft door vaste voorwerpen aan den wal, die, wanneer zij in zekere rigting ten opzigte van elkander worden gezien, de rigting van een gevaar, de strekking van de geul in het vaarwater, enz. aanwijzen. Op de kaart worden die merken voorgesteld door lijnen, welke de rigting aantoonen, terwijl langs die lijnen tevens wordt opgeteekend, waartoe zij behooren en dienen.

III. OPNEMING VAN EENE ZEEKUST IN GEVAL MEN KAN LANDEN.

a. ALGEMEENE TRIANGULATIE.

Wanneer men voorzien is van gewone zeeïnstrumenten en eenigzins beperkt in den tijd, die aan de opneming kan worden besteed, dan zal eene zeekust, als men kan landen, het gevoegelijkst op de volgende wijze in kaart kunnen worden gebragt.

Nemen wij aan dat de kust, die men wil opnemen, zich meer in Lengte dan in Breedte uitstrekt, dan bepaalt men met behulp van den artificiëelen horizon en van tijdmeters de Breedte en Lengte van eenige voorname punten der kust zoo zorgvuldig mogelijk, en neemt vervolgens van die punten uitgaande, de daartusschen gelegen deelen der kust op, zooals in de vorige bladzijden voor de opneming van eene baai is voorgeschreven. Heeft de kust eene geringe uitgestrektheid, dan is het voldoende, dat men twee punten bepaalt, namelijk een punt bij het eene uiteinde en een ander bij het andere einde van de kust. Is hare uitgestrektheid wat grooter, dan bepale men ook de Breedte en Lengte van het punt, dat nagenoeg midden tusschen de vroeger genoemde punten inligt, ten einde later voor de verificatie der opneming te kunnen dienen, indien het al voor de bepaling der secundaire punten overbodig mogt zijn.

Voor zeer uitgestrekte kustlanden, bepale men de ligging van meer hoofdpunten. Men kieze die zoodanig, dat bij den grootst mogelijken onderlingen afstand, hetzelfde secundaire punt toch uit beide zigtbaar

is. Het spreekt van zelf dat men eerst op het terrein kan beslissen, in welke punten waarnemingen moeten worden verrigt.

Dewijl de Lengte van de hoofdpunten met behulp van tijdmeters wordt bepaald, zoo is het raadzaam, dat men zich in die punten niet langer ophoude, dan volstrekt noodig is tot het verrigten van de waarnemingen. De naauwkeurigheid van de opneming zal namelijk voor een groot deel afhangen van de juiste kennis der gangen van de gebezigde tijdmeters, en het is duidelijk, dat naar gelang het tijdsverloop tusschen hunne regeling en de Lengtebepaling korter is, de kans grooter zal zijn, dat de latere gangen minder van die zullen afwijken, welke bij de regeling der tijdmeters zijn gevonden. Is de geographische ligging van de hoofdpunten der kust bepaald, dan keere men terug tot het punt van waar men is uitgegaan, terwijl men tot verificatie de bepaling van de ligging der verschillende punten herhaalt. Bespeurt men een verschil tusschen de Lengten, die men uit de beide waarnemingen verkrijgt, dat zich uit eene verandering in den gang der tijdmeters laat verklaren, dan zal men de resultaten daarvoor kunnen verbeteren. Zijn echter de verschillen der resultaten zoodanig, dat zich daaruit eene verandering in den gang niet wel laat opmaken, dan neme men het gemiddelde uit beide resultaten voor de Lengte van het punt aan.

Gedurende den overtogt heen en terug, verkent men de op te nemen kust van de zeezijde, geeft acht in welke rigtingen kennelijke punten zich in elkander bevinden, toetst vroegere kaarten, zoo die van de kust mogten bestaan, aan de bevinding, en verzamelt zooveel mogelijk gegevens, die later van dienst kunnen zijn.

Is de kust meer N en Z, dan wel O en W gestrekt, dan bepale men de Breedte van al de hoofdpunten, doch de Lengte van de beide uiteinden der kust. Tot verificatie bepaalt men ook de Lengte van een punt, dat nagenoeg in het midden ligt. De andere hoofdpunten kieze men zoodanig, dat elk punt uit het onmiddellijk voorgaande en volgende kan gezien worden, zoodat het azimuth van elk punt in de beide andere kan worden waargenomen. Wij zullen later nagaan op welke wijze de hoofdpunten in kaart worden gebragt.

Om te doen zien, op welke wijze men voor de bepaling van de secundaire punten kan te werk gaan, stellen wij dat de ligging van de hoofdpunten A, B, C en D, fig. 250, naauwkeurig bekend zij. Meet men nu de hoeken BAP, APB en ABP, en berekent men den kortsten afstand tusschen A en B, dan bezit men genoegzame gegevens om ook de afstanden AP en BP te berekenen, waardoor de ligging van het secundaire punt P vervolgens gemakkelijk kan geconstrueerd worden. Is het punt P bepaald, en heeft men de hoeken APa en PAa gemeten, dan kunnen ook de afstanden aA en aP worden berekend, waardoor de ligging van a bepaald zal zijn. Op overeenkomstige wijze vindt men

b uit den driehoek *bAa*, wanneer de hoeken *bAa* en *Aab* zijn gemeten, terwijl het punt *E* uit den driehoek *EPC* kan worden gevonden, wanneer de hoeken *EPC* en *ECP* zijn bepaald, dewijl de afstand *PC* als bekend kan worden aangemerkt.

Wenscht men eenig punt *G* te bepalen, doch is *D* uit *C* niet zigtbaar, dan neme men met behulp van eene astronomische peiling het azimuth van een kennelijk voorwerp *c* uit beide punten, indien namelijk het azimuth van *G* niet regtstreeks gevonden kan worden, en meet de hoeken *GDc* en *GCc*. Zet men dan in de kaart uit de punten *C* en *D* de rigtingen *CG* en *DG* af, dan zal het snijpunt dier lijnen het punt *G* in de kaart aanwijzen. Hetzelfde is van toepassing op de punten *P*, *a*, *b* en *E*, wanneer men de ligging daarvan met behulp van astronomische peilingen wil bepalen.

Indien de ligging van de punten *C* en *D*, zooals in de figuur is voorgesteld, voor de bepaling van de secundaire punten tusschen *C* en *D* ongunstig is, dan kan daartoe het schip of vaartuig dienen, dat voor de opneming wordt gebezigd. Men ankert dan b. v. in *S* en bepaalt dat punt met behulp van eene astronomische peiling van het punt *P* en van de hoeken *PSC* of *CSD*. Te gelijker tijd meet men, tot verificatie, het azimuth van *S* uit *C* en *D* of de hoeken *zCS* en *zDS*. Het snijpunt dier rigtingen in de kaart zal de plaats van *S* zijn. Was het punt *D* voor die waarneming minder geschikt, dan zou men de plaats van *S* kunnen aangeven met behulp van de azimuths van *P* en *C*, en bovendien den afstand van *S* tot *C* kunnen bepalen, hetzij door den hoek te meten, waaronder de bekende hoogte van het tuig uit *C* wordt gezien, hetzij door daarvoor opzettelijk eene kleine bazis aan den wal te meten. Kunnen uit het schip drie goed bepaalde punten worden waargenomen, dan zoeke men de plaats van *S* volgens het problema van SNELLIUS. Is de ligging van *S* bekend, dan mete men de hoeken *cCS* en *cSC* om de plaats van *c* te bepalen, enz.

Kan het schip niet ankeren, dan verliest de opneming van de secundaire punten, die met behulp van het schip moeten bepaald worden, aan naauwkeurigheid, dewijl het meten der hoeken moet geschieden, terwijl het schip bijgedraaid ligt of gestopt wanneer het een stoomschip is. Men ga dan op de volgende wijze te werk: Op het oogenblik, waarop het schip stil ligt, meten twee waarnemers aan boord gelijktijdig de hoeken tusschen drie reeds bepaalde punten, ten einde de plaats van het schip te kennen, terwijl er tevens gelood wordt. Op hetzelfde oogenblik meten eenige andere waarnemers de hoeken, die de secundaire punten met de hoofdpunten maken. Is dan het azimuth van de secundaire punten, uit de laatstgenoemde gezien, bepaald, dan zullen de snijpunten der overeenkomstige rigtingen in de kaart de gevraagde punten zijn. Moet dezelfde waarnemer verschillende hoeken meten, dan

herhaalt hij de meting, wanneer die is afgeloopen, in de omgekeerde orde, en teekent telkens den tijd der waarneming op, ten einde al de waarnemingen tot hetzelfde oogenblik te kunnen herleiden.

Bevindt zich een waarnemer aan wal in een der reeds bepaalde punten, die op een gegeven sein, gelijktijdig met de waarnemers aan boord, den hoek kan meten tusschen het schip en een secundair punt, waarvan het azimuth is bepaald, dan zal het secundaire punt, indien de metingen met zorg zijn volbragt, tamelijk naauwkeurig in kaart gebragt kunnen worden.

De verificatie van het werk kan o. a. op de volgende wijze geschieden. Wanneer zich landwaarts in bergen bevinden, dan bepale men de ligging van hunne hoogste toppen volgens eene der manieren, die in de volgende afdeeling, bladz. 484 van dit hoofdstuk, daarvoor worden aangewezen. Is dan A, fig. 255, een eiland van de kust, waarvan de ligging zeer naauwkeurig is bepaald, en zijn E en C de genoemde bergtoppen, dan zal men, door zich b. v. in de punten G en F te begeven, de punten P en Q in de rigting van C en E kunnen waarnemen, A daarbij astronomisch kunnen peilen en tevens de hoeken AGC, CGE, AFC en CFE kunnen meten. Trekt men nu omgekeerd die rigtingen door de overeenkomstige punten op de kaart, dan moeten die lijnen zich ook in twee punten, namelijk in G en F snijden, indien de kaart goed is, terwijl ook alleen in dat geval de gemeten hoeken met die in de kaart kunnen overeenkomen.

Zijn de voornaamste punten van de kust bepaald, dan moeten het beloop van de kust en al de bijzonderheden, de omtrekken van de eilanden enz. worden opgenomen, waartoe men, even als bij de opneming van eene baai, zie bladz. 462, kan te werk gaan.

Het bovenstaande moge voldoende zijn om in algemeene trekken te doen zien, hoe men in sommige gevallen kan handelen. Aan het oordeel van den persoon, die met de opneming is belast, zij het verder overgelaten om te beslissen, welke maatregelen in voorkomende gevallen moeten genomen worden.

b. HET IN KAART BRENGEN VAN DE OPNEMING.

Zal de wassende kaart, die men wil ontwerpen, eene zoo getrouw mogelijke voorstelling zijn van het overeenkomstige deel van de aardoppervlakte, dan moet de afplatting van de aarde, bij de zamenstelling van het net dier kaart, in rekening worden gebragt. Men zal dus de vergrootende Breedte uit Tafel IX, wanneer groote naauwkeurigheid gevorderd wordt, voor de afplatting van de aarde moeten verbeteren, waartoe de noodige voorschriften worden gegeven op bladz. 60 van het Iᵉ Deel.

Is het net van de kaart geconstrueerd en zijn de Breedten en Lengten van de hoofdpunten bepaald, dan zet men die punten, op de bekende wijze, zie bladz. 95 van het Ie Deel, volgens die coördinaten af, waarna men, van die punten uitgaande, de secundaire punten in kaart brengt. Ziehier welken weg men kan inslaan om eenig secundair punt C, fig. 252, te bepalen, wanneer wij aannemen, dat de hoofdpunten A en B volgens hunne Breedte en Lengte in kaart zijn gebragt, dat A uit B zigtbaar is, en dat de hoeken A, B en C van den driehoek ABC bekend zijn.

Het punt C bepalen wij met behulp van de coördinaten BD en DC. Om deze te berekenen, hebben wij in den driehoek BDC:

$$DB = BC \cos DBC \quad \text{en} \quad CD = BC \sin DBC$$

$$\text{hoek } DBC = \text{hoek } ABE + \text{hoek } B$$
$$= 90° - \text{koershoek van } B \text{ naar } A + \text{hoek } B,$$

welke koershoek, volgens de bekende formule van de zeilaadjes, uit de Breedte en Lengte van A en B kan worden afgeleid, of indien het azimuth van A uit B bepaald is, uit dat azimuth kan worden gevonden.

Om BC te bepalen hebben wij in den driehoek ABC:

$$BC = \frac{\sin A}{\sin C} AB.$$

AB kan berekend worden uit den driehoek ABE met behulp van de formule:

$$AB = \frac{BE}{\sin EAB} = \frac{\text{verschil in Lengte van } A \text{ en } B}{\sin \text{ koershoek van } B \text{ naar } A}$$

of uit de evenredigheid:

$$\text{Verschil in Breedte } A \text{ en } B : \text{verschil VB } A \text{ en } B = AB \text{ op aarde} : AB \text{ in de kaart},$$

in welke formule AB op aarde de bekende loxodromische afstand is tusschen de plaatsen A en B.

Was het punt A uit B niet zigtbaar, maar kende men het azimuth van C ten opzigte van die punten, dan berekent men BC uit driehoek ABC, waarin AB bekend is, door gebruik te maken van eene der laatst gevonden formulen. Voor de hoeken van dien driehoek heeft men:

$$\text{hoek } A = 180° - (NAC + EAB)$$
$$\text{,, } B = N'BA - N'BC$$
$$\text{,, } C = 180° - (A + B).$$

Heeft men BC berekend, dan bepaalt men BD en CD, even als bij de vorige manier, uit driehoek BDC.

Eene gewigtige opmerking betreft de azimuths, of in het algemeen de hoeken, die men op aarde meet en wenscht over te brengen in de

wassende kaart. Zijn namelijk A en B, fig. 253, twee punten op aarde en is P eene der polen, dan zal het azimuth van B uit A gezien, door den hoek PAB worden voorgesteld, welke hoek gevormd wordt door den meridiaan van A en den grooten cirkel, dien wij ons door A en B kunnen denken. Brengen wij de genoemde punten in A' en B', fig. 254, in de wassende kaart over, dan is hoek $PA'B'$ de koershoek tusschen A en B, terwijl het azimuth van B, uit A gezien, volgens de eigenschap der wassende kaarten, wordt voorgesteld door den hoek $PA'C$, wanneer de kromme lijn $A'B'$ de groote cirkel in de kaart is, die door A en B op aarde gaat, en de lijn $A'C$ die kromme lijn in het punt A' aanraakt. Heeft men dus den hoek $PAB = PA'C$ regtstreeks gemeten, dan zal daaraan de hoek $CA'B' = \alpha$ moeten worden toegevoegd, wanneer men de rigting van A' naar B' door eene regte lijn in de kaart wil aangeven. Zoeken wij eene uitdrukking voor den hoek α. Zij daartoe in fig. 254, hoek $PA'B' = K$, hoek $PA'C = K'$, het Lengteverschil tusschen A en $B = \triangle l$, de Breedte van $A = b$, die van $B = b'$, dan hebben wij

$$\alpha = K - K'$$

en dus

$$\text{(I)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \operatorname{tang} \alpha = \operatorname{tang}(K - K') = \frac{\operatorname{tang} K - \operatorname{tang} K'}{1 + \operatorname{tang} K \operatorname{tang} K'}.$$

Nu is, zooals wij bij de zeilaadjes zagen,

$$\operatorname{tang} K = \frac{\triangle l}{\mathfrak{B}\, b' - \mathfrak{B}\, b}$$

of, wanneer wij den noemer van deze breuk met behulp van de hoogere wiskunde in eene reeks ontwikkelen, volgens de opklimmende magten van $\triangle b = b' - b$ gerangschikt,

$$\operatorname{tang} K = \frac{\triangle l}{\frac{\triangle b}{\cos b} + \frac{(\triangle b)^2}{2 \cos^2 b} \sin 1'' \sin b + \text{enz.}}$$

Volbrengen wij de deeling, terwijl wij ons tot twee termen bepalen, dan komt:

$$\text{(II)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \operatorname{tang} K = \frac{\triangle l}{\triangle b} \cos b - \frac{\triangle l}{2} \sin 1'' \sin b.$$

Voorts is in den bolvormigen driehoek PAB, fig. 253,

$$\sin P \operatorname{cotg} A = \sin AP \operatorname{cotg} PB - \cos P \cos AP$$

of

$$\sin \triangle l \operatorname{cotg} K' = \cos b \operatorname{tang} b' - \cos \triangle l \sin b$$

waaruit

$$\operatorname{tang} K' = \frac{\sin \triangle l}{\operatorname{tang} b' \cos b - \sin b \cos \triangle l}.$$

Ontwikkelen wij tang $b' = \text{tang}\,(b + \triangle b)$ in eene reeks, gerangschikt volgens de opklimmende magten van $\triangle b$, dan komt:

$$\text{tang}\,(b + \triangle b) = \text{tang}\,b + \frac{\triangle b}{\cos^2 b} \sin 1'' + \frac{(\triangle b)^2}{\cos^3 b} \sin^2 1'' \sin b + \text{enz.}$$

Deze waarde in de laatst gevonden formule gesubstitueerd, geeft:

$$\text{tang}\,K' = \frac{\sin \triangle l}{\cos b \left\{ \text{tang}\,b + \frac{\triangle b}{\cos^2 b} \sin 1'' + \frac{(\triangle b)^2}{\cos^3 b} \sin^2 1'' \sin b + \ldots\ldots \right\} - \sin b \cos \triangle l}.$$

Nemen wij verder in aanmerking, dat $\triangle l$ zeer klein is, zoodat wij zonder bezwaar $\sin \triangle l = \triangle l \sin 1''$, $\cos \triangle l = 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \triangle l = 1 - \frac{1}{2} (\triangle l)^2 \sin^2 1''$ mogen stellen, dan zullen wij de gevonden uitdrukking ook aldus kunnen schrijven:

$$\text{tang}\,K' = \frac{\triangle l \sin 1''}{\sin b + \frac{\triangle b}{\cos b} \sin 1'' + \frac{(\triangle b)^2}{\cos^2 b} \sin^2 1'' \sin b + \ldots - \sin b + \frac{1}{2} (\triangle l)^2 \sin^2 1'' \sin b}$$

$$= \frac{\triangle l}{\frac{\triangle b}{\cos b} + \frac{(\triangle b)^2 \sin 1'' \sin b}{\cos^2 b} + \frac{(\triangle l)^2 \sin 1'' \sin b}{2}}$$

of, na het volbrengen der deeling, terwijl wij ons weder tot de beide eerste termen bepalen:

$$\text{(III)} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad \text{tang}\,K' = \frac{\triangle l}{\triangle b} \cos b - \triangle l \sin 1'' \sin b.$$

Substitueren wij de waarden van tang K en tang K' in formule (I), dan komt, wanneer wij de deeling uitvoeren en ons tot den eersten term van het quotient bepalen:

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{\triangle l \sin 1''}{2} \sin b$$

of, dewijl α klein is:

$$\alpha = \tfrac{1}{2} \triangle l \sin b$$

welke uitdrukking de verbetering voorstelt, die het gemeten azimuth moet ondergaan, voor dat men het in de wassende kaart kan afzetten.

Passen wij dezelfde redenering toe op den hoek, waaronder men uit eenig punt, waarvan de Breedte en Lengte is b en l, twee andere punten waarneemt, waarvan de Lengten zijn l' en l'', dan komt voor de verbetering $= \alpha_1$ van dien hoek:

$$\alpha_1 = \tfrac{1}{2} (l' - l - l'' + l) \sin b = \tfrac{1}{2} (l' - l'') \sin b.$$

Heeft de kust, die men in kaart wil brengen, eene strekking meer N en Z dan wel O en W, en zijn dus van de hoofdpunten de Breedten bepaald, benevens de azimuths, waaronder het eene punt uit het

andere wordt gezien, dan trekt men de overeenkomstige parallellen en plaatst het punt, waarvan ook de Lengte is bepaald, b. v. B, fig. 251 in het net van de kaart. Om nu het hoofdpunt C te bepalen, behoeft men slechts de abscis Bc te kennen. Deze wordt ons gegeven door de formule:

$$Bc = Cc \operatorname{tang} BCc$$
$$= \text{verschil } \mathfrak{B} \text{ van } B \text{ en } C \times \text{tang verbeterd azimuth.}$$

Het overbrengen van de secundaire punten zal wel geene nadere toelichting behoeven.

Wanneer men een gemeten afstand op het terrein in minuten of secunden boogs wil uitdrukken, of omgekeerd, dan kan men het deel van de aardoppervlakte, dat door het terrein wordt ingenomen, beschouwen als het oppervlak van een bol, dat dezelfde kromming heeft als het overeenkomstige oppervlak van de sphaeroïdale aarde. Omtrent den straal van dien denkbeeldigen bol valt een en ander op te merken. Wanneer het sphaeroïdale oppervlak van de aarde door een vertikaal vlak gesneden wordt, dat met den meridiaan een hoek A maakt, dan zal de kromtestraal R_1, voor de kromme lijn van doorsnede, in het punt alwaar de vertikale lijn het oppervlak ontmoet, en waarvan de Breedte is b, uitgedrukt worden door de formule:

$$R_1 = \frac{R(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 b)^{3/2} - e^2 \sin^2 A \cos^2 b \sqrt{(1 - e^2 \sin^2 b)}},$$

waarin R den equatorstraal en e de afplatting van den elliptischen meridiaan beteekent. Voor het vlak van den meridiaan is $A = 0$ en dus

$$R_2 = \frac{R(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 b)^{3/2}}.$$

Voor een vlak, dat loodregt staat op den meridiaan, en den parallelcirkel op de Breedte b aanraakt, is $A = 90°$ en dus

$$R_3 = \frac{R}{(1 - e^2 \sin^2 b)^{1/2}}.$$

R_3 is de grootste, R_2 de kleinste kromtestraal van het bedoelde punt. Tusschen die stralen en R_1 bestaat nog deze betrekking:

$$R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_2 \sin^2 A + R_3 \cos^2 A}.$$

Beschrijft men met den straal R_2 een bol, die in eenig punt P het vlak van de zee raakt, dan zal de lijn van aanraking het naast met den meridiaan van dat punt overeenkomen, doch de bol zal overigens geheel onder het genoemde vlak blijven.

Beschrijft men daarentegen een bol met den straal R_3, dan zal de lijn, volgens welke de aanraking met het sphaeroïdale vlak van de zee

plaats heeft, nagenoeg overeenkomen met eene lijn Oost en West, die men zich door P kan denken; maar de bol zal overigens boven het vlak der zee blijven. De bol is grooter dan de aarde, dewijl R_3 grooter is dan R.

Nemen wij voor A zekere waarde, b. v. 45° aan, en dus

$$R_{45} = \frac{R_2 R_3}{\frac{1}{2}(R_2 + R_3)}$$

dan zal het oppervlak van den bol, dien wij met dezen straal beschrijven, in twee rigtingen, namelijk NO en ZW, ZO en NW, overeenkomen met het vlak van de zee, en daarmede dus meer overeenstemming hebben, dan een van de bollen, die men met R_2 of R_3 kan beschrijven. De straal r, dien GAUSS voorstelt voor den denkbeeldigen bol, is

$$r = \sqrt{R_2 R_3} = \frac{a\sqrt{(1-e^2)}}{1 - e^2 \sin^2 b}$$

welke uitdrukking wij ook aldus kunnen schrijven:

$$r = \sqrt{R_2 R_3} \times \frac{\frac{1}{2}(R_2 + R_3)}{R_2 R_3} \times R_{45} = \frac{\frac{1}{2}(R_2 + R_3)}{\sqrt{(R_2 R_3)}} R_{45}.$$

Deze straal verschilt zeer weinig van R_{45}, dewijl het verschil tusschen R_2 en R_3 betrekkelijk gering en de factor $\frac{\frac{1}{2}(R_2 + R_3)}{\sqrt{(R_2 R_3)}}$ alzoo nagenoeg gelijk aan de eenheid is.

Heeft men nu een afstand, die langs een meridiaan is gemeten, in secunden uit te drukken, dan neme men voor den straal van den bol de waarde van R_2. Heeft de bedoelde afstand eene rigting Oost en West, dan bezige men den straal van den parallel-cirkel $R_3 \cos b$:

$$R_3 \cos b = \frac{R \cos b}{(1 - e^2 \sin^2 b)^{1/2}}.$$

Verlangt men de zijden van een uitgestrekten driehoek te berekenen, dan kan deze beschouwd worden als gevormd te zijn op een bol, waarvan de straal is r. Men herleidt vervolgens dien bolvormigen driehoek tot een regtlijnigen, door elk der hoeken te verminderen met $\frac{1}{3}$ van de overmaat van de som der drie hoeken tot 180°. Om de zijden in boog uit te drukken bezige men straal r.

Zij a de lengte van eene zijde, dan wordt de overeenkomstige boog a' in secunden gevonden door de formule:

$$a' = \frac{a}{r \sin 1''}$$

waarin r en a in dezelfde lengtemaat moeten zijn uitgedrukt.

Omgekeerd vindt men de lengte van een boog, die in secunden is uitgedrukt, met behulp van de formule

$$a = a' r \sin 1''.$$

C. HET VERRIGTEN EN AFZETTEN DER LOODINGEN.

Zijn de verschillende punten van de kust bepaald, dan blijft nog een gewigtig werk te verrigten over, namelijk het onderzoek naar de gesteldheid van het vaarwater.

Het bedoelde onderzoek geschiedt op dezelfde wijze als bij de opneming van eene baai, doch uit den aard der zaak op grooter schaal. Over het bestaan en de ligging van reven, als anderzins, is het raadzaam dat men eerst de kustbewoners raadplege. Zij toch zijn gewoonlijk daarmede het best bekend, en kunnen dus goede diensten bewijzen, door de bemanning der sloep, welke de loodingen verrigt, dienaangaande in te lichten. Aan den waarnemer in de sloep is het dan verder aanbevolen de grenzen van het bestaande gevaar zoo naauwkeurig mogelijk te bepalen. Hiertoe nadert de sloep de ondiepte zoo digt, als met de veiligheid van hare bemanning bestaanbaar is, en bepaalt de waarnemer in verschillende punten, naar gelang van de uitgestrektheid der ondiepte, zijne standplaats, volgens het problema van SNELLIUS, ten opzigte van drie bekende punten der kust, welke standplaatsen, in de kaart gebragt zijnde, de grenzen van het gevaar zullen afbakenen. Dat de waarnemer hierbij groote omzigtigheid moet in acht nemen, zal duidelijk zijn.

Ligt het gevaar zoo ver uit den wal, dat daar ter plaatse slechts twee punten van de kust kunnen waargenomen worden, dan behoort een tweede vaartuig tusschen de ondiepte en den wal te ankeren. Men beschouwt dan dit vaartuig, waarvan de ligging naauwkeurig bepaald kan worden, als het derde punt, ten einde de ondiepte volgens de vroeger gemelde wijze in kaart te kunnen brengen. Het peilen van de sloep, die in de nabijheid van het gevaar is, uit het genoemde tweede vaartuig, is voor de verificatie aan te raden.

Is echter de afstand van het gevaar tot de kust zoo groot, dat zij geheel uit het oog geraakt, wanneer men zich in de nabijheid van de ondiepte bevindt, dan behoort men zich van meer vaartuigen te bedienen, die men tusschen de kust en de ondiepte verdeelt, welker ligging men bij opvolging naauwkeurig bepaalt, en waaruit men ten slotte tot de ligging van het vaartuig in de nabijheid van het gevaar kan besluiten.

Met betrekking tot het opsporen van reven of banken, willen wij het hulpmiddel niet onvermeld laten, dat de Kapitein-Luitenant ter zee H. A. MODDERMAN, bij de opneming van straat Makassar, daartoe be-

zigde. Genoemde officier liet onder het bekruisen van de kust een ligt anker, met eenige vademen ketting, voor de kluis te water hangen. Bij de ontmoeting van eene ondiepte tornde het vaartuig op, indien het anker hield, of anders ontving de klok, die door middel van een end lijn met het anker was verbonden, een ruk, al raakte het anker den grond maar even, waardoor men immer en zelfs bij nacht van het passeren eener ondiepte werd verwittigd. Bovenstaande maatregel verdient ook bij dag navolging, omdat de ondiepten zich niet altijd door verkleuring van water verraden, en het in dat geval bloot toeval is, als men de ondiepte aanloodt.

De naauwkeurigheid van de opneming wordt zeer bevorderd, wanneer de waarnemers bij hunne terugkomst aan boord het opgenomene dadelijk in kaart brengen. Dan toch heeft men alles nog levendig voor den geest, waardoor menige plaatselijke bijzonderheid kan worden aangestipt, die men zich welligt later niet meer zou herinneren. Bovendien zal men, aldus handelende, zich kunnen overtuigen, of er soms gedeelten van het vaarwater niet zijn onderzocht, ten einde de leemten, indien zij mogten bestaan, den volgenden dag te kunnen aanvullen. Besparing van tijd en grootere juistheid van de kaart zullen het gevolg zijn van het vasthouden aan den regel, om nimmer buiten hooge noodzakelijkheid, het gedeelte van de kust, waarop men zich bevindt, met een ander gedeelte te verwisselen, voor dat alle werkzaamheden aldaar zijn afgeloopen.

Met het oog op de beschrijving van het vaarwater, die aan de kaart wordt toegevoegd, is de aanteekening van de geringste bijzonderheid gewigtig. Die aanteekeningen moeten met zorg bewaard worden, en nimmer vernietige men de opgeteekende waarnemingen, bijaldien zij later mogten blijken onjuist te zijn. Men verbetere de fout slechts op zulk eene wijze, dat de vroegere waarneming leesbaar blijft. Somtijds toch worden vermeende fouten door nog latere waarnemingen niet bevestigd, en zal men de eerstgevonden waarde moeten behouden.

IV. OPNEMING VAN EENE KUST, ALS MEN NIET KAN LANDEN.

De opneming van eene kust, wanneer men niet kan landen, gaat meestal met eenige moeijelijkheid gepaard, vereischt veel oefening van hem, die met de opneming is belast, en bereikt zelden den graad van naauwkeurigheid, die volgens de voorgaande manier kan worden verkregen.

Het werk vangt aan met het bepalen van de betrekkelijke ligging van eenige voorname punten, welke goed zijn te onderscheiden, als de toppen van bergen, heuvels, kennelijke rotsen of boomen, enz. Die bepaling kan aldus geschieden:

Laat A, B en C, fig. 256, drie zeer kennelijke punten zijn van het gedeelte der kust, dat men in kaart wil brengen. Bepaalt men nu uit drie standplaatsen van het schip, S, Q en R, met behulp van astronomische peilingen de azimuths van het punt A, die wij P, P' en P'' noemen, terwijl men tevens meet de hoeken:

$$ASB = \alpha \qquad AQB = \alpha' \qquad ARB = \alpha''$$
$$ASC = \beta \qquad AQC = \beta' \qquad ARC = \beta''$$

dan zal men genoegzame gegevens bezitten om een veelhoek te construeren, die gelijkvormig is met den veelhoek $SQRCBA$, waardoor de betrekkelijke ligging van de punten A, B en C zal gevonden zijn.

Om het vraagstuk op te lossen, plaatsen wij A en S in twee willekeurige punten op het papier, en trekken door A eene Noord- en Zuidlijn zoodanig, dat hoek $NAS = P$ is. Van de lengte, die men voor den afstand AS in de kaart aanneemt, zal hare schaal afhangen. Zetten wij voorts uit S hoeken $ASB = \alpha$ en $ASC = \beta$, en uit A hoeken $SAQ = P' - P$ en $SAR = P'' - P$ af, dan zullen daardoor de rigtingen van de punten Q, R, C en B, uit S en A gezien, in de kaart zijn aangewezen. Om nu te doen zien, op welke wijze die punten nader gevonden kunnen worden, nemen wij aan, dat de figuur reeds geconstrueerd was. Al dadelijk blijkt ons uit de beschouwing van die figuur, dat de bedoelde punten bepaald zouden zijn, indien wij de ligging kenden van het punt F, waarin de lijnen QC en RB elkander snijden, dewijl wij dan slechts door dat punt twee regte lijnen hadden te trekken zoodanig, dat de eene met de lijn AR een hoek α'' en de andere met de lijn AQ een hoek β' maakte. De doorsnijdingspunten van de laatstbedoelde lijnen met de reeds afgezette rigtingen zouden de gevraagde punten zijn. Zoeken wij dus het punt F.

Zooals men outwaart, is het punt F de doorsnede van twee lijnen HF en GF, waarvan wij twee punten kennen, namelijk de punten H en G, zoodat wij voor elke lijn nog een ander punt moeten trachten te vinden. Wij trekken daartoe door een willekeurig punt K van de lijn AQ eene lijn KI evenwijdig aan QB, of liever zoodanig dat hoek $AKI = \alpha'$ is, en eene andere lijn KM evenwijdig aan QC, of zoodanig dat hoek $AKM = \beta'$ is. Vereenigen wij nu de punten I en M door middel van de lijn IM, dan zal het punt M of het gevraagde tweede punt van de lijn HF bepaald zijn, wanneer wij weten hoedanig IM door het punt I moet worden getrokken. Hiertoe merken wij op dat KI, blijkens de constructie, evenwijdig is met QB, waardoor de driehoeken HIK en HBQ ons deze evenredigheid geven:

$$HK : HQ = HI : HB.$$

Vervolgens is KM evenwijdig met QC, zoodat wij in de driehoeken HKM en HQF deze evenredigheid hebben:

$$HK : HQ = HM : HF.$$

De verbinding dier beide evenredigheden geeft ons:

$$HI : HB = HM : HF$$

waaruit volgt, dat de lijn *IM* evenwijdig loopt met *BR*. Trekt men dus door het punt *I* eene lijn, die met *SB* een hoek $SIM = SBR$ maakt, dan zal het snijpunt van die lijn met de lijn *KM* het gevraagde tweede punt van *HF* opleveren. Voor dien hoek hebben wij in de driehoeken *RBD* en *ASD*:

$$RBD + BRD = ASD + DAS$$

en dus

$$\begin{aligned} RBD = SIM &= ASD + DAS - BRD \\ &= \alpha + P'' - P - \alpha'' \\ &= (\alpha + P'') - (\alpha'' + P). \end{aligned}$$

Om nu ook het andere punt van de lijn *GF* te vinden, trekken wij door een willekeurig punt *N* van de lijn *AR*, lijnen *NU* en *NO* zoodanig dat hoek $ANU = ARC = \beta''$ en hoek $ANO = ARB = \alpha''$ is. Vereenigen wij vervolgens de punten *U* en *O* door middel van de lijn *UO*, dan zal het punt *O* bepaald zijn, wanneer wij weten hoe de lijn *UO* moet worden getrokken. Hiertoe geven ons de driehoeken *GNU* en *GRC* de evenredigheid

$$GN : GR = GU : GC$$

terwijl wij in de driehoeken *GON* en *GFR* deze evenredigheid hebben:

$$GN : GR = GO : GF.$$

De verbinding dier evenredigheden geeft ons:

$$GU : GC = GO : GF$$

waaruit blijkt, dat *OU* evenwijdig is met *QC*. Voor den hoek *OUS* hebben wij in de driehoeken *QEC* en *SEA*:

$$QCE + EQC = ASE + EAS$$

of

$$\begin{aligned} QCE = OUS &= ASE + EAS - EQC \\ &= \beta + P' - P - \beta' \\ &= (P' + \beta) - (P + \beta'). \end{aligned}$$

Trekt men dus door het punt *U* eene lijn *UO* zoodanig, dat hoek $OUS = (P' + \beta) - (P + \beta')$ is, dan zal het punt, waar *UO* en *NO* elkander snijden, het gevraagde tweede punt van de lijn *GF* zijn. Verlengt men vervolgens de lijnen, die men door *H* en *M*, en door *G* en *O* kan trekken, totdat zij elkander in *F* snijden, dan heeft men slechts door *F* de lijn *RB* evenwijdig aan *NO*, en *QC* evenwijdig aan *KM* te trekken, om de gevraagde punten *Q*, *R*, *B* en *C* te bekomen.

Tweede oplossing.

Laat weder A, B en C, fig. 257, drie kennelijke punten van de kust, en S, Q en R drie standplaatsen van het schip zijn, waaruit de peilingen van A, B en C met juistheid zijn waargenomen. Wanneer wij de punten S en A op eene willekeurige wijze in de kaart aannemen, en door het afzetten van de waargenomen hoeken de rigtingen AQ, AR SB en SC trekken, dan zal het vraagstuk zijn opgelost, als wij de ligging van het punt Q kunnen vinden. Hiertoe nemen wij op SC twee willekeurige punten C' en C'' aan, en trekken achtereenvolgens $C'R'$ en $C''R''$ evenwijdig aan CR, $R'B'$ en $R''B''$ evenwijdig aan RB, $B'Q'$ en $B''Q''$ evenwijdig aan BQ, hetgeen ligtelijk kan geschieden, dewijl de hoeken ARC, ARB en AQB uit de waarnemingen bekend zijn. Trekt men eindelijk ook $C'N$ en $C''M'$ evenwijdig aan CQ, dan zal, bijaldien wij de punten M en M', waarin de laatstgenoemde lijnen door $B'Q'$ en $B''Q''$ worden gesneden, door eene regte lijn vereenigen, deze lijn de meetkunstige plaats zijn van het punt Q, welk punt mitsdien in de doorsnede van MM' en AQ' gelegen zal zijn.

Om aan te toonen, dat het punt Q gelegen is in de lijn, die door M en M' gaat, merken wij op, dat de betrekking tusschen QN en NM standvastig is. Wij hebben namelijk in den driehoek DNC':

$$DN : DC' = \sin DC'N : \sin DNC' = QN : CC'$$

waaruit

$$\text{(I)} \quad \ldots\ldots\ldots, \quad QN = CC' \frac{\sin DCQ}{\sin DQC}.$$

In den driehoek $NQ'M$ is

$$\text{(II)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad NM = NQ' \frac{\sin AQB}{\sin BQC}$$

terwijl wij hebben:

$$\text{(III)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad NQ' = QQ' - NQ.$$

Voorts geven ons de driehoeken $EQ'B'$, $FR'B'$ en $GR'C'$:

$$EQ' : EB' = QQ' : BB' = \sin SBQ : \sin AQB$$
$$FR' : FB' = RR' : BB' = \sin SBR : \sin ARB$$
$$GR' : GC' = RR' : CC' = \sin SCR : \sin ARC$$

waaruit

$$QQ' = BB' \frac{\sin SBQ}{\sin AQB}$$
$$BB' = RR' \frac{\sin ARB}{\sin SBR}$$
$$RR' = CC' \frac{\sin SCR}{\sin ARC}.$$

Door achtereenvolgende substitutie komt

$$QQ' = CC' \frac{\sin SBQ \sin ARB \sin SCR}{\sin AQB \sin SBR \sin ARC}.$$

Brengen wij deze waarde en die van QN, zie form. (I) in form. (III) over, dan vinden wij

$$NQ' = CC' \left\{ \frac{\sin SBQ \sin ARB \sin SCR}{\sin AQB \sin SBR \sin ARC} - \frac{\sin SCQ}{\sin AQC} \right\}$$

en vervolgens door substitutie van deze waarde in form. (II)

$$NM = CC' \left\{ \frac{\sin SBQ \sin ARB \sin SCR}{\sin AQB \sin SBR \sin ARC} - \frac{\sin SCQ}{\sin AQC} \right\} \frac{\sin AQB}{\sin BQC}$$
$$= CC' \left\{ \frac{\sin SBQ \sin ARB \sin SCR}{\sin BQC \sin SBR \sin ARC} - \frac{\sin AQB \sin SCQ}{\sin AQC \sin BQC} \right\}.$$

Deelen wij nu $QN = CC' \dfrac{\sin SCQ}{\sin AQC}$ door NM, dan verdwijnt CC' en wij behouden in het tweede lid der vergelijking niet dan standvastige grootheden, hetgeen aantoont dat de betrekking tusschen QN en NM standvastig is, en dat alzoo M een punt is van de regte lijn, die door Q gaat. Dezelfde redenering gaat door voor het punt M', dat wij door eene gelijksoortige constructie verkrijgen. Wij kunnen dus besluiten, dat het punt Q in de doorsnede van MM' en AQ' zal gelegen wezen.

Nog eene andere constructie voor de oplossing van het vraagstuk, mij door den Heer F. J. STAMKART aan de hand gedaan, is de volgende:

Wij stellen dat uit drie standplaatsen van het schip P, Q en R, drie punten aan den wal A, B en C zijn waargenomen. Laat P, fig. 258, de eene standplaats van het schip en A een der drie kennelijke punten van de kust zijn. Zetten wij nu in A en P de gemeten hoeken af, dan zullen wij de rigtingen AQ, AR, PB en PC kunnen trekken, waarvan de beide eerste door de standpunten Q en R van het schip, de beide laatste door de landpunten C en B gaan. Vooronderstellen wij thans dat de tweede standplaats van het schip in Q_1 was, dan kunnen wij met behulp van de waargenomen hoeken, $Q_1 B_1$, $B_1 R_1$, $Q_1 C_1$ en $C_1 R'_1$ trekken, waardoor B_1 de plaats van B en C_1 die van C zou wezen, terwijl R' en R'_1 de derde standplaats van het schip zouden voorstellen.

Vielen nu de punten R_1 en R'_1 juist te zamen, dan ware zulks een bewijs dat het punt Q_1 goed was aangenomen; doch dewijl zulks niet het geval is, zoo is ook Q_1 niet de plaats van het schip. Wij nemen derhalve een ander punt b. v. Q_2 aan, herhalen de vroegere constructie en vinden daardoor de twee punten R_2 en R'_2 voor de derde standplaats van het schip. Zooals men ziet, zijn wij thans digter bij de waarheid gekomen, dewijl de punten R_2 en R'_2 digter bij elkander

liggen dan R_1 en R'_1. Het juiste punt hebben wij echter nog niet gevonden, en om nu daartoe te geraken redenere men als volgt:

Wanneer $Q_1 Q_2$, 2, 3.... n malen grooter of kleiner genomen was, dan zoude ook $B_1 B_2$, 2, 3.... n malen grooter of kleiner zijn geworden, en even zoo zoude de afstand $R_1 R_2$ in dezelfde verhouding zijn toe- of afgenomen. Bij gevolg is

$$\frac{R_1 R_2}{Q_1 Q_2} = \alpha$$

een standvastig getal, en even zoo de waarde van

$$\frac{R'_1 R'_2}{Q_1 Q_2} = \beta.$$

Schrijven wij die uitdrukkingen aldus:

$$R_1 R_2 = \alpha \, Q_1 Q_2$$
$$R'_1 R'_2 = \beta \, Q_1 Q_2$$

Zij gemakshalve

$$Q_1 Q_2 = x \quad \text{en} \quad R'_1 R_1 = p$$

dan is

$$R'_1 R_2 = R'_1 R_1 + R_1 R_2 = p + \alpha x$$

en

$$R'_1 R'_2 = \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \beta x.$$

Waren de punten R'_2 en R_2 ineen gevallen, dan zoude men gehad hebben:

$$R'_1 R_2 = R'_1 R'_2$$

of

$$p + \alpha x = \beta x$$

waaruit

$$x = \frac{p}{\beta - \alpha}$$

of

$$\beta - \alpha : p = 1 : x$$

hetgeen hetzelfde is, als

$$\frac{R'_1 R'_2}{Q_1 Q_2} - \frac{R_1 R_2}{Q_1 Q_2} : R'_1 R_1 = 1 : x$$

of

$$R'_1 R'_2 - R_1 R_2 : R'_1 R_1 = Q_1 Q_2 : x.$$

Bepaalt men dus door afpassing de waarde van de lijnen in de teekening b. v. in strepen, en berekent men daarmede de waarde van x, dan zal men, van Q_1 af gerekend, langs AQ een afstand hebben te nemen, die daarmede overeenkomt, om de plaats van Q of de tweede stand-

plaats van het schip te verkrijgen. Is die standplaats geconstrueerd, dan verkrijgt men *R*, *B* en *C* gemakkelijk.

De oplossing van het behandelde vraagstuk wordt zeer onnaauwkeurig, wanneer de zes punten nagenoeg in den omtrek van een cirkel vallen. De drie standplaatsen van het schip moeten ongeveer in eene regte lijn liggen.

Zijn volgens eene der opgegeven manieren drie hoofdpunten in kaart gebragt, dan kunnen vervolgens de secundaire punten van dat gedeelte der kust bepaald worden, dewijl men zich van die hoofdpunten kan bedienen, om de standplaats van het schip, waaruit de secundaire punten zijn waargenomen, in de kaart aan te geven. Zet men vervolgens uit verschillende standplaatsen van het schip de rigtingen van hetzelfde punt af, dan zal de gemeenschappelijke doorsnede dier rigtingen het begeerde punt zijn.

Bij het waarnemen van hetzelfde secundaire punt uit verschillende standplaatsen, heeft men in acht te nemen, dat het punt door den waarnemer steeds in het oog moet worden gehouden, wanneer men van standplaats verwisselt. De punten zijn namelijk meestal niet zeer kennelijk. Het zijn eene vlek in eene rots, het uiteinde van een gedeelte wit strand of iets dergelijks, en het zal dus zeer ligtelijk kunnen gebeuren, dat het terugvinden van het juiste punt bezwaarlijk wordt, wanneer men een dergelijk voorwerp uit het oog verloren heeft.

De bepaling van het beloop der kust, en in het algemeen van de details daarvan is vrij moeijelijk, wanneer men niet kan landen. Men kan daartoe, met behulp van sloepen, den wal zoo digt mogelijk naderen, de plaats van de sloep ten opzigte van bekende secundaire punten door hoekmetingen bepalen, en tevens de hoeken meten tusschen de genoemde punten en de voorwerpen, welke de hoofdpunten van de detailteekening uitmaken. Is hetzelfde voorwerp uit twee standplaatsen van de sloep waargenomen, dan zal dat punt in teekening kunnen gebragt worden. Heeft men op deze wijze eenige gegevens voor den ruwen omtrek van den wal verzameld, dan werkt men verder de schets uit de hand bij.

De opneming van het vaarwater vereischt geene nadere toelichting. Daarop is van toepassing, hetgeen in de vroeger behandelde gevallen dienaangaande is medegedeeld. Alleen zij hieromtrent nog opgemerkt, dat het van veel gewigt is om de verschillende wegen, die het schip heeft doorloopen, in de kaart te construeren. Behalve toch dat het in kaart brengen van de loodingen, die aan boord van het schip zijn gedaan, hierdoor met eenige regelmaat kan geschieden, zoo is het aangeven van de koerslijn, die een schip, vooral in onbekende vaarwaters, gevolgd heeft, voor andere schepen, die later het vaarwater bezoeken, zeer belangrijk.

Is een gedeelte van de kust in kaart gebragt, dan gaat men over tot een volgend gedeelte, dat door de waarneming van reeds bepaalde hoofdpunten aan het onmiddellijk voorafgaande wordt aangesloten. Men bepaalt daartoe nieuwe punten uit standplaatsen van het schip, waarin twee of meer in kaart gebragte hoofdpunten kunnen worden waargenomen, en verbindt zoodoende het eene deel bij opvolging met het andere.

Wanneer men op die wijze eene figuur op het papier heeft geconstrueerd, die gelijkvormig is met het overeenkomstige deel van de aardoppervlakte, dan moet de verdeeling van de Breedte- en Lengtegraden daarop worden gebragt. De eenvoudigste manier hiertoe is, dat men zoo naauwkeurig mogelijk de Breedte en Lengte van twee ver uiteen liggende punten van de kust bepaalt, de meridianen en parallellen dier punten trekt, en vervolgens de tusschenruimte, wat het Lengteverschil aangaat, in een aantal gelijke deelen verdeelt. Den afstand tusschen de bedoelde parallellen verdeele men, met inachtneming van het aangroeijen der Breedtegraden, naar mate dat deze op hooger Breedte liggen, met behulp van de Tafel der vergrootende Breedten, op de bekende wijze.

Laat b. v. de Breedte en Lengte van twee punten P en Q, die aan de uiteinden der opneming liggen, zijn:

N. Br. van $P = 40°$	N. Br. van $Q = 44°$
O. L. „ „ $= 10°$	O. L. „ „ $= 13°20'$

en zij de afstand tusschen de meridianen dier punten in de teekening 1 el, en die tusschen hunne parallellen 1,6156 el, dan is:

$$\text{Lengteverschil} = 3°20' = 200'$$
$$\text{Afstand meridianen} = 1 \text{ el} = 100 \text{ d}^m$$

en dus

$$\text{éene minuut Lengte} = 0{,}5 \text{ d}^m.$$

Verdeelen wij dus den afstand tusschen de meridianen van P en Q in 200 gelijke deelen, elk deel ter grootte van 5 streep, dan zullen de Lengten van minuut tot minuut zijn aangegeven.

Om de lengte van die minuut uit den afstand van de parallellen af te leiden, hebben wij

$$\mathfrak{B}\ 44° = 2945{,}81$$
$$„\ 40° = 2622{,}69$$
$$\text{Verschil} = 323{,}12.$$

Dewijl dit verschil het aantal equatorminuten voorstelt, dat tusschen de beide parallellen is begrepen, zoo verkrijgen wij voor de lengte van éene equatorminuut als te voren:

$$\frac{1{,}6156}{323{,}12} = 0{,}5 \text{ d}^m.$$

De verdeeling van de opstaande zijden der kaart in onderdeelen van graden geschiedt, zooals op bladz. 93 van het I[e] Deel is voorgeschreven.

Uit de overeenstemming, die er tusschen de gevonden waarden voor de lengte van de equatorminuut bestaat, hetzij die lengte uit het Lengteverschil dan wel uit het Breedteverschil is afgeleid, mag men besluiten, dat de opneming, waarbij deze grootheden behooren, eene zeer groote mate van juistheid bezit. In de praktijk verkrijgt men doorgaans eene minder volkomen overeenstemming. Men neme in dat geval in aanmerking, dat het Lengteverschil, wanneer het terrein zich Oost- en Westwaarts, doch het Breedteverschil, wanneer de kust zich Noord- en Zuidwaarts uitstrekt, de meest naauwkeurige waarde voor de schaal van de kaart doet vinden. Zijn de Breedte- en Lengteverschillen ongeveer gelijk, dan bepale men de schaal van de kaart naar beide, en neme, bij verschillende uitkomsten, het gemiddelde daarvan. Immer houde men in het oog, dat in de waargenomen Breedten en Lengten kleine fouten kunnen zijn ingeslopen, doch dat de Breedten grooter kans van naauwkeurigheid bezitten, dan de Lengten. Het spreekt van zelf, dat wij hier Lengteverschillen bedoelen en niet de volstrekte Lengte der punten, die tot de schaal niets afdoet.

Behalve de Breedte en Lengte van de eindpunten der opneming, is het nog zaak, om ook die van eenige tusschenpunten te bepalen, ten einde een middel tot verificatie te bezitten, indien er zich aanzienlijke verschillen mogten openbaren tusschen de schaal, naar gelang dat deze uit het Breedte- dan wel uit het Lengteverschil is afgeleid. Door de Breedte en Lengte van de tusschenpunten zal men in dat geval kunnen nagaan, of de fout in de Breedte of Lengte, dan wel, in de eigenlijke opneming schuilt. Zijn de hoofdpunten door middel van meer dan een enkel stel peilingen bepaald, en komen de resultaten daarvan onderling goed overeen, dan moet de fout altijd in de Breedten of Lengten liggen, en dan kan de bepaling van een secundair punt uitmaken, in welke Breedte of Lengte de fout schuilt.

Ofschoon wij reeds vroeger de verschillende methoden hebben nagegaan, volgens welke men de Breedte en Lengte van een punt op aarde kan bepalen, zoo moeten wij toch een oogenblik stil staan, bij de handelwijzen, die men heeft te volgen om de juiste ligging van een punt te vinden, wanneer men dat punt niet kan bereiken.

De eenvoudigste manier om daartoe te geraken bestaat hierin, dat men zorge het bedoelde punt, tijdens de waarneming van de middagsbreedte, Oost of West te peilen. In dat geval zal de bevonden Breedte van het schip tevens die van het punt zijn.

Peilt men daarentegen het bedoelde punt Noord of Zuid, op het oogenblik, waarop de tijdmeterslengte door waarneming van de zon bepaald wordt, dan zal, ofschoon men de Breedte van de standplaats van

het schip niet met juistheid kent, nogtans de gevonden Lengte die van het punt zijn, indien namelijk de zon bij die waarneming een azimuth heeft zoo mogelijk van 90°, dewijl de fout in de Breedte in dat geval een zeer geringen invloed op de daarmede berekende Lengte uitoefent. Het is duidelijk, dat men de miswijzing van het kompas voor de streek, die het schip op het oogenblik van de peiling voorligt, met groote juistheid moet kennen, ten einde haar in rekening te kunnen brengen.

Niet altijd is men in de gelegenheid, om op de parallel en den meridiaan te komen van het punt, waarvan men de Breedte en Lengte wil bepalen. Om die grootheden in dat geval nogtans te vinden, peilt men het punt astronomisch uit twee bekende standplaatsen van het schip en berekent de Breedte en Lengte regtstreeks, naar aanleiding van hetgeen dienaangaande bij de kruispeiling is voorgeschreven. Hierbij kan zich echter de zwarigheid voordoen, dat de Breedte en Lengte van het schip niet naauwkeurig bekend zijn, zooals b. v. het geval is, wanneer de Lengte is berekend met eene gegiste Breedte. De volgende overweging moge dienen om aan te toonen, hoe men in zulke gevallen moet handelen.

Zooals wij vroeger hebben gevonden, bestaat er de volgende betrekking tusschen eene fout in de Breedte δb en de fout δL, die daardoor in de tijdmeterslengte begaan wordt, als wij T het azimuth van de zon en b de Breedte der waarnemingsplaats noemen:

$$\delta L = \delta b \frac{\cos T}{\sin T \cos b}$$

of

$$\delta b = \delta L \cos b \operatorname{tang} T.$$

Zij nu S, fig. 259, de ware plaats van het schip, SZ de rigting, waarin de zon wordt gepeild op het oogenblik van de waarneming der hoogte voor de tijdmeterslengte, $NSZ = T$ het azimuth van de zon en AB eene parallel op een afstand δb van die, waarop S ligt. Trekken wij vervolgens door S eene lijn $S'C$ loodregt op SZ, dan zal S' de foutieve plaats van het schip zijn, ten gevolge van de fout in de Breedte δb. Wij hebben namelijk:

$$DS' = DS \operatorname{tang} DSS'$$

of, dewijl $DSS' = NSZ = T$, $DS' = \delta b$ en $DS = \delta$ afw. $= \delta L \cos b$ is:

$$\delta b = \delta L \cos b \operatorname{tang} T.$$

Denkt men zich nu het punt C, waarvan wij de ligging wenschen te bepalen, juist in de lijn $S'C$ gelegen, d. i. in eene rigting loodregt op die van de zon, dan zal die rigting, niettegenstaande de foutieve plaats van het schip, in de kaart met juistheid kunnen worden afgezet.

Peilt men het punt *C*, bij de tweede waarneming van de Lengte, uit het andere standpunt van het schip, andermaal volgens eene rigting loodregt op die van de zon, dan zal om dezelfde reden ook die peiling goed zijn, en men zal dus slechts de doorsnijding dier rigtingen hebben te zoeken, om de ligging van het punt *C* te verkrijgen, ofschoon beide standplaatsen van het schip niet met juistheid bekend waren. Als regel stelle men dus vast, dat de zon in zulke gevallen, op het oogenblik van de waarneming, 90° in azimuth met het punt, dat men wil bepalen, moet verschillen.

Wanneer men zich niet op lage Breedte bevindt en naauwkeurig wil te werk gaan, dan moeten de peilingen, volgens het vroeger opgemerkte, eene verbetering ondergaan, alvorens zij in de kaart mogen worden afgezet. Dewijl die verbetering echter eerst dan kan worden bepaald, wanneer men de Lengte der gepeilde punten kent, zoo make men eene voorloopige constructie ten einde daaruit die Lengte af te leiden. Zijn vervolgens de peilingen verbeterd, dan construere men daarmede de kaart op nieuw en vult de loodingen en verdere bijzonderheden van het vaarwatef in.

Ten einde onze beschouwing door een voorbeeld uit de praktijk toe te lichten, laten wij hieronder volgen eene beknopte beschrijving van de opneming van straat Basilan, welke wij ontleenen aan het werk: Traité des Levées sous voiles, etc. par VICENDON-DUMOULIN.

Plaat XV geeft ons van de bedoelde opneming een overzigt. De zware lijn, die van het punt *O*, alwaar het schip zich den 26sten Julij 1839 des morgens te 7u52′ bevond, langs de West- en Noordkust van Basilan, en vervolgens Noordwestwaarts langs Magindanao, en terug naar het punt *V* is getrokken, stelt den weg voor, die door het schip is afgelegd, terwijl de daarnevens staande cijfers de oogenblikken aanwijzen, waarop het schip zich in de verschillende punten heeft bevonden.

Om dien weg te construeren, werd eerst de koerslijn afgeteekend, welke door het schip op den 26sten Julij van des morgens 7u52′ tot des avonds te 6u naar gissing was afgelegd, en werden tevens uit eenige punten de rigtingen afgezet, waarin de hoofdpunten *B*, *A* en *E* waren gepeild. Ware die gegiste koerslijn de juiste geweest, dan zouden de verschillende peilingen van hetzelfde voorwerp elkander in één punt hebben gesneden, doch het tegendeel ontwarende, moest men zijne toevlugt nemen tot eene van de vroeger aangewezen constructiën, ten einde met de hoofdpunten ook tevens de standplaatsen van het schip naauwkeurig te bepalen. Hiertoe werden in de eerste plaats gebezigd de punten *E*, *A* en *B* en de standplaatsen van het schip *Q*, *T* en *S*, in welke laatste het schip zich den 6den Augustus des morgens te 9u58′ had bevonden. Voor de bedoelde constructie behoefde men den afstand van

het schip tot een der punten aan den wal niet willekeurig aan te nemen, dewijl men den afstand van het punt *B* tot de standplaats *Q*, met behulp van den gegisten weg van het schip en eenige peilingen van *B*, reeds ten naastenbij kende.

Nadat de punten *B* en *Q* alzoo, volgens de laatstbedoelde gegevens, in de teekening waren geplaatst, zette men uit *B* de peilingen omgekeerd af, welke van dat punt uit *T* en *S* waren genomen, en uit *Q* de peilingen van *E* en *A*. Vervolgens nam men op *BT* twee willekeurige punten *T′* en *T″* aan, trok *T′A* en *T″A″*, *A′S′* en *A″S″*, *S′E′* en *S″E″*, benevens *T′E′* en *T″E″*, waarna de punten *E′E″* door eene regte lijn werden vereenigd. De doorsnede van de laatst gevonden lijn met de rigting *QE* deed de juiste plaats van *E* kennen, terwijl vervolgens *T* door de snijding van *ET′* met *BT*, *S* door die van *ES* met *BS*, en ten slotte *A* door die van *SA* met *BA* werd bepaald. Met behulp van de punten *E*, *A* en *B* werden nu verder de rigtingen afgezet, volgens welke die punten uit de verschillende standplaatsen van het schip waren gezien. De snijpunten dier rigtingen bepaalden de plaatsen, welke door het schip waren ingenomen, en men verkreeg dus genoegzame gegevens om de gegiste koerslijn te verbeteren en de ware te construeren.

De beschouwing van Plaat XV zal voldoende zijn om een denkbeeld te verkrijgen van de wijze, waarop de omtrekken van de eilanden en in het algemeen, de secundaire punten werden in kaart gebragt. De dunne lijnen wijzen de rigtingen aan van de laatstgenoemde punten, zoo als die uit de verschillende standplaatsen van het schip zijn waargenomen.

Zooals men zal opmerken, leverde het punt *B* een uitstekend middel op, om eene van de rigtingen der secundaire punten, welke onder den wal van Basilan lagen, af te zetten, namelijk die waarbij de genoemde punten achtereenvolgens in de rigting van *B* werden gezien. Let men b. v. op de wijze, waarop de grenzen van de eilanden *a*, *a′*, *b*, *c*, *d*, *e* en *g* bepaald zijn, dan merkt men op, dat het standpunt *O* zoodanig is gekozen, dat de lijn *OB* de ZW punt van *a* juist aanraakt. Nadat uit *O* de verschillende rigtingen zijn bepaald, die in de plaat zijn aangewezen, zeilt men tot op de standplaats gemerkt 8ᵘ18′, waaruit een secundaire bergtop *H* in de rigting van de genoemde ZW punt wordt gezien, bepaalt in dat punt de aangewezen rigtingen en komt daarna in het hoofdpunt *Q*, dat met voordacht zoodanig is gekozen, dat de lijn *QB* de zuidpunt van *c* raakt, over het midden van *d* loopt, doch vrij blijft van *e*. Voorts is het duidelijk dat men gedurende die verwisseling van standplaats heeft opgemerkt, in welke rigting de NW punt van *a* met *B* zamenvalt, hoedanig *b* en *e* ten opzigte van *B* liggen, in welke rigting *a′* vrij komt van *a*, enz.

De wijze, waarop de punten *D*, *C*, *F*, *G*, *H*, *I* en *K* zijn bepaald, valt dadelijk in het oog en zal geene nadere toelichting behoeven.

Ten einde de kust van Magindanao op te nemen, werd te 6ᵘ des avonds van den 26sten Julij Noordwestwaarts gestuurd. De verschillende standplaatsen van het schip werden met behulp van de reeds bepaalde punten *E*, *A* en *B* naauwkeurig afgezet en de rigtingen van de punten, welke uit die standplaatsen waren gemeten, in kaart gebragt. Dewijl reeds in den namiddag van den 26sten eenige punten van Magindanao goed zigtbaar waren, zoo werden die punten zooveel mogelijk waargenomen en zooals uit de kaart blijkt, uit de standplaatsen afgezet, die het schip op den middag van den 26sten, te 1ᵘ30′, 2ᵘ15′, enz. innam.

De opneming van het Noordoostelijk gedeelte van Basilan had plaats, even als die van het andere gedeelte. Op de standplaats *S* waren, behalve de rigtingen *E*, *A* en *B*, ook bepaald die van *M*, *P* en *R*. Met behulp van die rigtingen en der waarnemingen op de standplaatsen van het schip *Z* en *V*, was men in de gelegenheid om door eene soortgelijke constructie als de vorige, welke ook in de kaart is uitgevoerd, de ligging dier punten bij aansluiting aan *B* te bepalen en vervolgens daarmede de koerslijn te construeren, waaruit de rigtingen der secundaire punten werden afgezet.

De diepten, welke men op de verschillende standplaatsen van het schip had gelood en in de kaart bij elke standplaats behoorden te zijn aangestipt, zijn door ons weggelaten om de plaat niet al te veel te vullen.

Om de kaart te gradueren, bepaalde men de Lengte van het schip, toen het zich in de punten *O′* en *O″* bevond. Dewijl het Lengteverschil van die punten 42′ was, zoo verdeelde men, na de meridianen dier punten getrokken te hebben, den afstand dier meridianen in 42 gelijke deelen en verkreeg daardoor de lengte van ééne equatorminuut in de kaart. Met behulp van deze lengte en van de Tafel der vergrootende Breedte, was men, na de parallel van Sumboangan getrokken te hebben, waarvan men de Breedte kende, ook in staat om de opstaande zijde der kaart te verdeelen, de parallellen te trekken, en zich daarna te overtuigen of de Breedte der punten *O′* en *O″* overeenkwam met die, welke men voor de berekening der tijdmeterslengten had gebezigd, ten einde, indien zulks niet het geval ware, de bedoelde Lengten te verbeteren. Tot verificatie van de bazis, die uit het Lengteverschil op deze wijze was afgeleid, werd nog acht gegeven op den afstand tusschen de parallellen van de punten, waarin het schip zich op den middag van den 27sten Julij en den 7den Augustus had bevonden. Immers moest het verschil in Breedte, dat men uit de waarnemingen regtstreeks afleidde, met den genoemden afstand der kaart overeenkomen, indien er geene fouten, hetzij in de opneming, hetzij in de Lengtebepalingen waren begaan.

De volstrekte Lengte der punten werd uit de met zorg bepaalde Lengte van Sumboangan afgeleid. Hiertoe werd de meridiaan dier

plaats getrokken, en vervolgens van dezen meridiaan uitgaande, met behulp van de bekende lengte der equatorminuut, de verdeeling der Lengtegraden van vijf tot vijf minuten uitgevoerd.

De lage Breedte, waarop de straat ligt, veroorloofde het afzetten van de gemeten hoeken, zonder dat zij de vroeger bedoelde verbetering behoefden te ondergaan.

V. OPNEMING VAN EENE RIVIER.

Laat *R*, fig. 260, de monding zijn van eene rivier, die men wenscht op te nemen, dan kan zulks met twee sloepen *A* en *B*, op de navolgende wijze, tamelijk naauwkeurig geschieden. Men denke zich in elke sloep een waarnemer, voorzien van een goed azimuth-kompas en een sextant. Aan den mast der sloep zij een lange spriet, b. v. een bamboes bevestigd, aan welks uiteinde een kennelijk voorwerp, eene mand, eene witte vlag of iets dergelijks hangt, waarvan de hoogte boven water naauwkeurig bekend is.

Alvorens met de eigenlijke opneming te beginnen, vereenigen zich de sloepen bij het punt *A*. Hier bepaalt men met groote zorgvuldigheid de miswijzing van de kompassen en vergelijkt deze tevens onderling, door een zeer ver verwijderd voorwerp met beide kompassen herhaaldelijk te peilen.

Zijn de oevers digt begroeid en bieden zich dus geene kennelijke punten aan, dan roeit de eene waarnemer, nadat de genoemde vergelijkingen zijn afgeloopen naar de punten *a*, *b* en *c*, bevestigt aldaar roode of witte vlaggen, en gaat in *B* zoodanig voor dreg liggen, dat hij, gezwaaid zijnde, den mast van *A* ongeveer in de strekking van den oever der rivier ziet.

Peilen nu beide waarnemers elkanders rigtingen en meten zij de hoogten van elkanders masten, benevens de hoeken *aAB*, *ABa*, *bAB*, *ABb*, enz. dan zullen zij genoegzame gegevens verkrijgen, om den afstand *AB* te berekenen en de rigting van *AB*, benevens de punten *a*, *b* en *c*, in kaart te brengen.

Nadat een en ander is geschied, ligt de waarnemer in de sloep *A* zijne dreg, roeit steeds over en weer loodende naar de punten *i* en *k*, en meet aldaar de hoogte van den mast van *B*, terwijl hij te gelijker tijd die sloep peilt, ten einde de ligging van die punten ten opzigte van *B* te bepalen. Vervolgens roeit *A*, terwijl hij steeds loodt, naar *d*, bevestigt aldaar eene van de vlaggen, die hij van *a*, *b* en *c* heeft medegenomen, en gaat in *A'* zoodanig voor dreg liggen, dat hij, gezwaaid zijnde, nog juist uit *B* zigtbaar is. De vroegere metingen geschieden

thans op nieuw, ten einde de rigting en de lengte van $A'B$ benevens de ligging van het punt d te bepalen, waarna B zijne dreg ligt, naar E roeit, en aldaar zijne rigting van en zijn afstand tot A' bepaalt. Vervolgens roeit hij, over en weer loodende, naar de punten H, F, B' en B'' en bepaalt de ligging van die punten. Al die bepalingen geschieden wederkeerig ook uit A', wanneer B in de laatstgenoemde punten zijne metingen verrigt.

Men zal uit de beschouwing van de figuur kunnen opmerken, dat de rigtingen van $A'B$ en $A'B''$ met voordacht zoodanig zijn genomen, dat de bogten van de oevers bij E, F en B' ongeveer die rigtingen aanraken. Voorts wordt nog de strekking van de oevers aangewezen door de lijnen Bd en dA'; door $A'f$, indien men uit A' den hoek $B''A'f$ meet; door Fg', wanneer men uit F die rigting peilt; door $B'h$ en $B''g$, wanneer men uit B' en B'' de hoeken $hB'A'$ en $gB''A'$ meet.

Door een en ander wordt het teekenen van het beloop der oevers zeer gemakkelijk gemaakt, en zal de opneming, ofschoon zij niet meer dan eene schets is, tamelijk voldoende resultaten opleveren.

De opneming wordt nu voortgezet door A', die op zijne beurt eene nieuwe standplaats opzoekt, terwijl B'' blijft liggen. Men zal inzien dat het onderzoek van de rivier op deze wijze, door beurtelings te vervaren, in betrekkelijk korten tijd zal kunnen geschieden. Is men op een geheel onbekend terrein, dan zal men, wanneer de rivier zich in twee of meer takken verdeelt, de opneming in dien tak vervolgen, welke de meeste diepte heeft, dewijl deze meestal als de hoofdrivier kan aangemerkt worden.

Kan men op sommige punten Breedte- en Lengtebepalingen verrigten met behulp van den artificiëelen horizon, of astronomische peilingen nemen van kennelijke bergtoppen, dan behoort dit zooveel mogelijk te geschieden. De kracht van den stroom kan met behulp van de log bepaald worden.

Bij de opneming van eene rivier, heeft men ten slotte nog te letten op de geul bij de monding. In Oost-Indië loopt de geul meestal evenwijdig aan de kust. Hare ligging moet vooral naauwkeurig bepaald worden, dewijl meestal bij den ingang van de rivier het minste water staat, zoodat de schepen, bij het in- of uitloopen, daar de meeste moeijelijkheid zullen ondervinden. Omtrent den hoogsten en den laagsten waterstand te dier plaatse, behoort men inlichtingen te vragen bij de kustbewoners in de nabijheid, dewijl het jaargetijde op die standen een aanzienlijken invloed kan hebben.

EINDE.

ERRATA VAN HET IIe DEEL.

Bladz.	17,	regel	4 v. b.	staat:	middelpuntsabcis	lees:	middelpuntsabscis
„	17	„	9 v. o.	„	$\frac{r^2}{b^2}\,\text{tang}^2\,\varphi'$	„	$\frac{r^2}{b^2}\,\text{tang}^2\,\varphi'$
„	33	„	20 v. b.	„	22″,4	„	21″,8
„	34	„	8 v. o.	„	— 4″,5	„	+ 4″,5
„	41	„	11 v. b.	„	T	„	T''
„	41	„	12 v. b.	„	$T'TS$	„	$T''TS$
„	41	„	14 v. b.	„	T''	„	T'
„	51	„	14 v. b.	„	40″,23	„	50″,23
„	51	„	24 v. o.	„	29″	„	19″
„	51	„	23 v. o.	„	9″	„	50″
„	61	„	11 v. b.	„	45 5″	„	45″,5
„	62	„	16 v. o.	„	is	„	gesteld kan worden
„	63	„	11 v. b.	„	ondergang	„	ondergang van den onderrand
„	79	„	21 v. b.	„	$-\delta P$	„	δP_0
„	83	„	13 v. o.	„	O. Lengte	„	gegiste O. Lengte
„	98	„	9 v. o.	„	5u9′10″	„	5u11′10″
„	99	„	7 v. o.	„	11u8′45″	„	11u9′0″
„	99	„	4 v. o.	„	17u3′37″	„	17u3′32″
„	109	„	4 v. b.	„	13 Februarij 18 . .	„	13 Februarij 18. . zeevaartkundigen tijd
„	110	„	10 v. o.	„	Antares	„	Aldebaran
„	132	„	8 v. o.	„	sin b	„	cos b
„	137	„	15 v. o.	„	is	„	is in het algemeen
„	190	„	10 v. b.	„	26°32′59″	„	26°32′53″
„	194	„	18 v. b.	„	☾ N. declin.	„	te 12u ☾ N. declin.
„	206	„	13 v. b.	„	op te heffen	„	te verkrijgen
„	223	„	1 v. o.	„	vraag	„	vraagt
„	241	„	13 v. b.	„	bw	„	b
„	241	„	13 v. b.	„	als w het aantal weken beteekent	„	en zij w het aantal weken
„	242	„	22 v. o.	„	+ 0″,02	„	+ 0″,42
„	242	„	11 v. o.	„	+ 0″,14	„	— 0″,16
„	249	„	7 v. b.	„	overeenkomen	„	nagenoeg overeenkomen
„	258	„	10 v. o.	„	— 3″,56	„	— 3″,82
„	264	„	18 v. b.	„	+ 14°	„	+ 14″
„	277	„	7 v. o.	„	$S'M''$	„	$S''M''$
„	277	„	7 v. o.	„	A'''	„	A''
„	280	„	17 v. o.	„	19°51′23″	„	19°51′33″
„	287	„	3 v. b.	„	$M'S''$	„	$M'S$
„	315	„	28 v. b.	„	14′16″26	„	14′26″,26.

ERRATA VAN HET Ie DEEL (VERVOLG).

Bladz.	62	regel	4 v. o.	staat:	cos k	lees:	sin k
„	83	„	17 v. b.	„	2636,35	„	2636,55
„	120	„	13 v. b.	„	20°	„	2°
„	129	„	14 v. b.	„	6	„	7

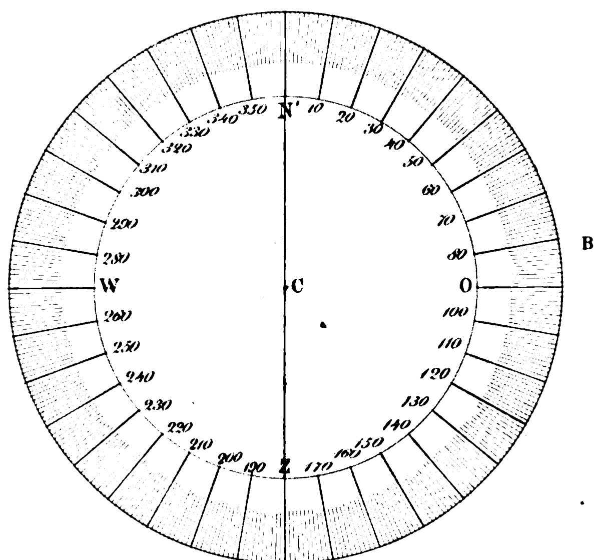
„ 130 „ 20 v. o. achter het woord cirkel, laten volgen: welke die parallel aanraakt.

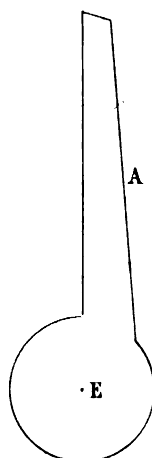
„ 130 40e vraagstuk. De verbeterde uitkomsten zijn:

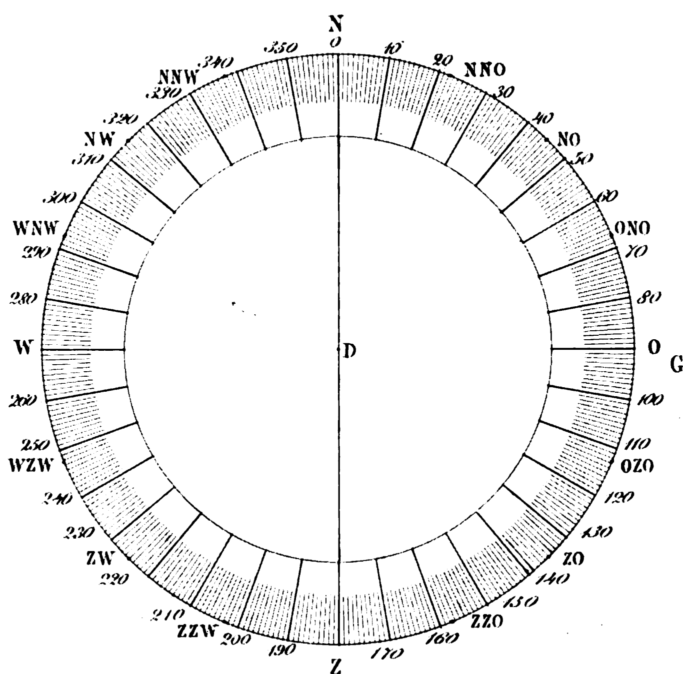
6 Mei	Z	57°21′43″			O	10 Mei	Z	70° 5′16″			O
8 „	Z	62	49	42	O	11 „	Z	74	44	15	O
9 „	Z	66	11	5	O	12 „	Z	80	45	33	O.

Aankomst op de parallel den 13den des morg. te 5u35′2″

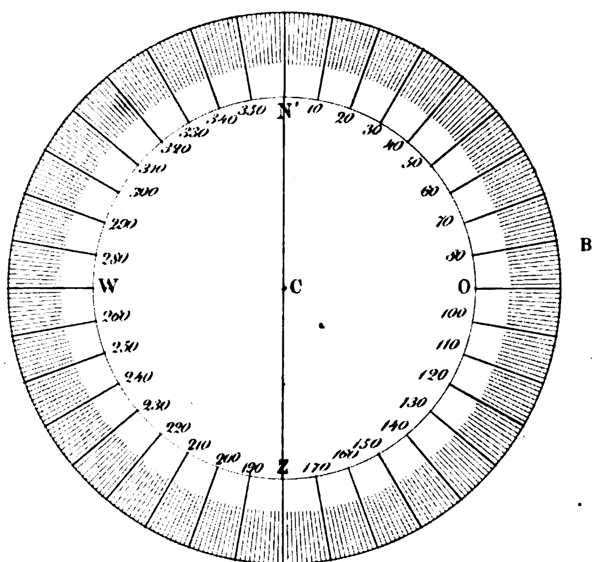
Bladz.	285	regel	11 v. b.	staat:	10″	lees:	40″
„	297	„	6 v. b.	„	8 Maart	„	7 Maart
„	300	„	15 v. o.	„	$n = O$	„	$n = 0$
„	305	„	15 v. b.	„	φ'	„	φ
„	306	„	14 v. o.	„	L	„	α
„	306	„	7 v. o.	„	181°	„	[illegible]51°.

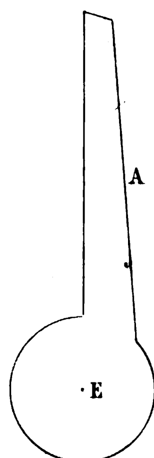


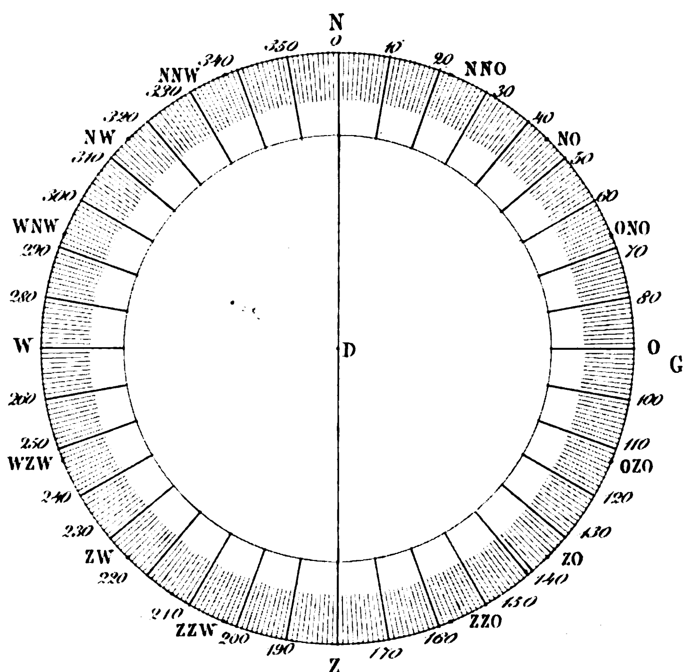


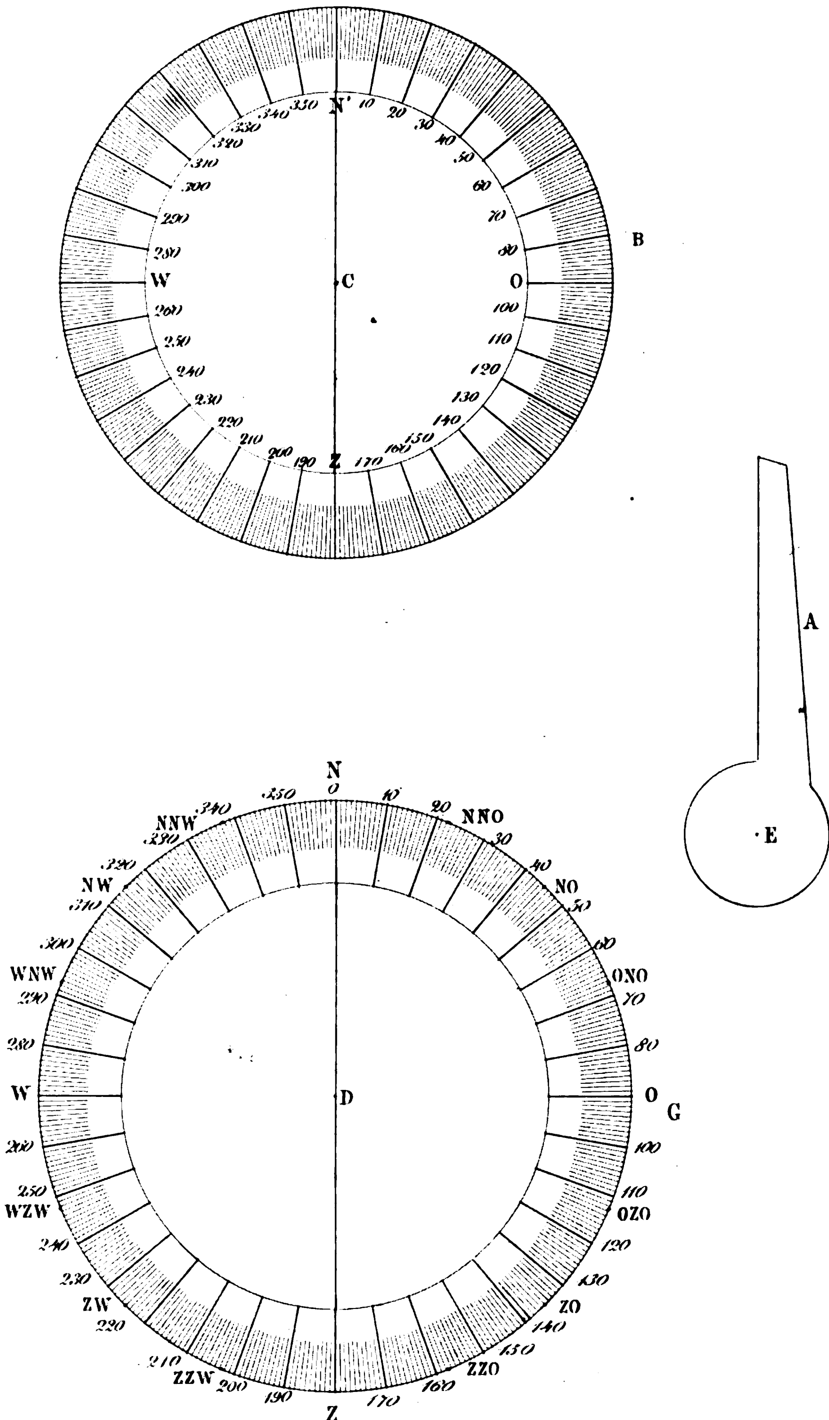


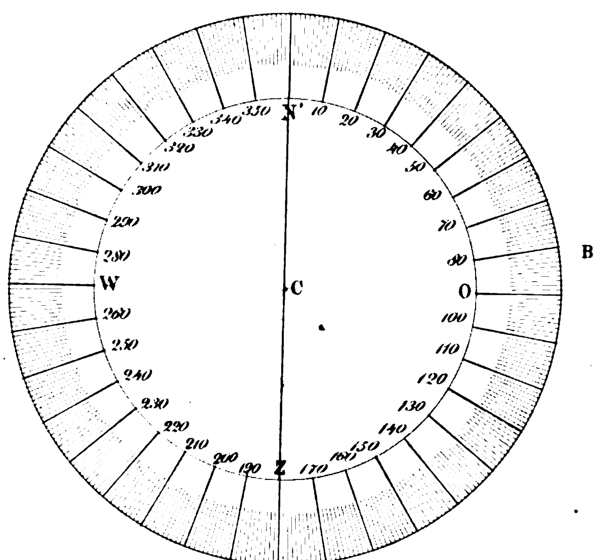
Lith v Emrik & Binger

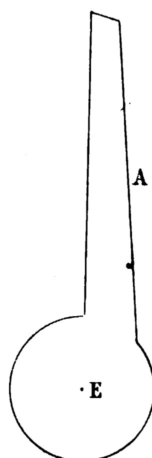

N
C
W
O
Z
B
10
20
30
40
50
60
70
80
100
110
120
130
140
150
160
170
190
200
210
220
230
240
250
260
280
290
300
310
320
330
340
350

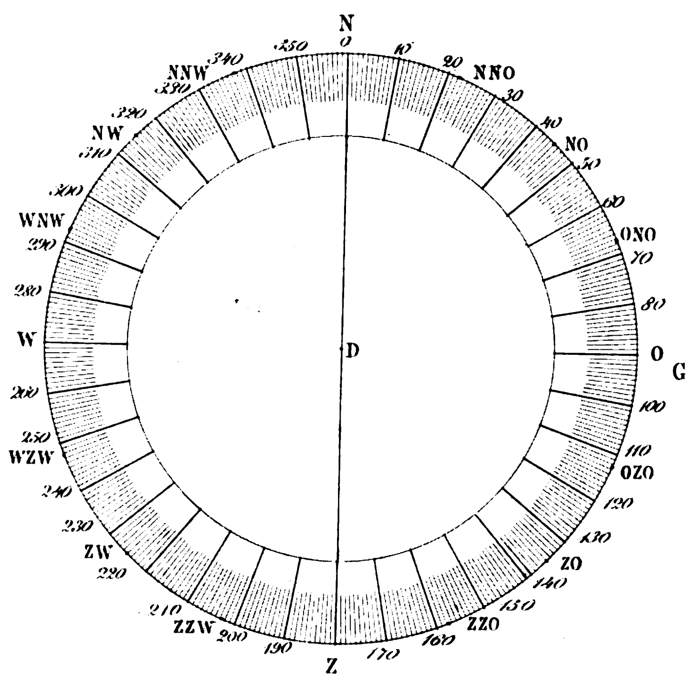

A
E


N
0
10
20
NNO
30
40
NO
50
60
ONO
70
80
O
G
100
110
OZO
120
130
ZO
140
150
ZZO
160
170
Z
190
200
ZZW
210
220
ZW
230
240
WZW
250
260
W
280
290
WNW
300
310
NW
320
330
NNW
340
350
D


N
C
Z
W
O
B
A
E
D
G
N
Z
NNW
NNO
NW
NO
WNW
ONO
W
O
WZW
OZO
ZW
ZO
ZZW
ZZO


N'
10
20
30
40
50
60
70
80
B
O
C
100
110
120
130
140
150
160
170
Z
190
200
210
220
230
240
250
260
W
280
290
300
310
320
330
340
350


A
E


N
0
10
20
NNO
30
40
NO
50
60
ONO
70
80
O
G
D
100
110
OZO
120
130
ZO
140
150
ZZO
160
170
Z
190
200
ZZW
210
220
ZW
230
240
WZW
250
260
W
280
290
WNW
300
310
NW
320
330
NNW
340
350



